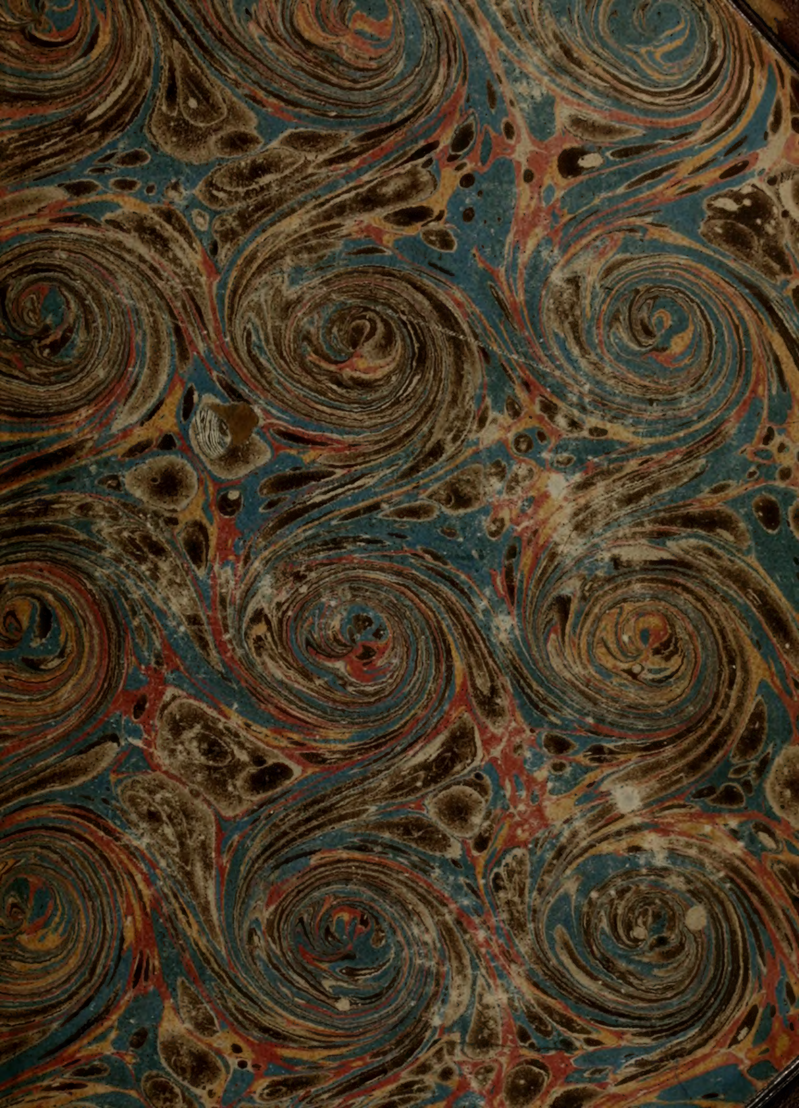


Abhandlungen

der

physikalischen Klasse

der

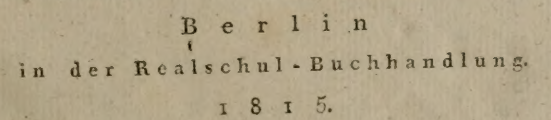
Königlich-Preufsischen

Akademie der Wissenschaften

aus

den Jahren 1804 — 1811.

Mit einer Karte.



Berlin
in der Realschul-Buchhandlung.
1815.

Inhalt.

Nähere Bestimmung

eines

brasilianischen Gewächses,

Pilophora Testicularis genannt.

Von Herrn Carl Ludwig Willdenow *).

Unerschöpflich ist die Natur in Mannigfaltigkeit der Formen. Neue Gestalten, die die lebhafteste Phantasie kaum auszumahlen wagt, werden uns durch die fortschreitenden Entdeckungen bekannt. Formen, die einzeln von allen abgesondert zu stehn scheinen, werden im Laufe der Entdeckungen mit andern in Verbindung gebracht, mit denen wir sie nie vereinigt haben würden. Am reichsten, am mannigfaltigsten, und eben daher auch fast unerschöpflich, ist die Natur in den Tropen-Ländern. Alles ist mehr ausgebildet, mehr gedehnt und zur Riesengröfse erhoben, statt im rauhen Norden oder Süden alles sich zusammendrängt und verkürzt. Die Natur hat hier einen gröfsern Mafsstab gehabt, nach dem sie Thiere und Pflanzen erzeugte. Aber nebenher finden wir in den Tropischen Gegenden und den nahe liegenden Ländern auch seltsame und abenteuerliche Gestalten, an deren Existenz wir ohne Ueberzeugung sicher zweifeln würden. Wunderbar schienen die ersten Nachrichten der Reisenden, die in Zeylon eine Pflanze sahn, welche mit trinkbarem Wasser gefüllte Becher trug, oder die im südlichen Carolina von einer nach Fliegen haschenden Pflanze sprachen, oder ein Gewächs in Cochinchina anführen, das an der Decke des Zimmers ohne Erde, ohne Wasser fortläuft, und Jahr aus Jahr ein den Bewohner desselben durch Wohlgeruch der Blüthen erfreut; oder die Nachrichten derer, die von einer am Vorgebirge der guten Hoffnung wachsenden Pflanze reden, welche Strümpfe, Mützen und Handschuhe trägt; und doch hat die Erfahrung diese Wunder gelöset und die Nachrichten bestätigt.

*) Vorgelesen den 8. Mai 1806.

Eben so war lange Zeit in den Naturalien-Sammlungen eine Mütze, aus feinen netzförmigen Fasern artig verwebt, bekannt, welche ein in Brasilien wachsender Baum hervorbringen sollte, die man aber eher für ein Produkt der Kunst als der Natur zu halten geneigt war. Der Ritter von Jacquin hat neuerdings im Jahre 1801 in seinen *Fragmentis botanicis p.* 32. *t.* 35. *fig. B. G.* und *t.* 36. uns näheres Licht über diesen mützenförmigen Körper zu geben gesucht, und der Pflanze, die ihn hervorbringt, den Namen *Pilophora Testicularis* gegeben; aber es war ihm nur dieser mützenförmige Theil, und die Frucht selbst unvollständig bekannt. Man sieht in fast allen Naturaliensammlungen diese Mütze und die dazu gehörige Nufs, aber noch hat uns niemand eine vollständige Beschreibung der Blüthe gegeben, so dafs dieses Gewächs sich gar nicht botanisch klassificiren läfst. Der mützenförmige Körper desselben wird aus Brasilien und aus Demerari in Guyana gebracht, in den andern Theilen des holländischen Guyana findet sich die Pflanze nicht, auch hat man sie nicht im französischen Antheil dieses Landes gefunden, sonst würde ihrer unstreitig Aublet gedacht haben, oder Richard, der nach ihm dort war, hätte uns eine Beschreibung davon gegeben. Eben so wenig hat der Herr Kammerherr v. Humboldt auf seiner für die Erweiterung der Naturkunde in jeder Hinsicht so ergiebigen Reise, diese Pflanze im spanischen Guyana getroffen, und sah sie auch nicht in den übrigen von ihm besuchten Ländern des südlichen Amerika. Durch die Güte des Herrn Graf v. Hoffmannsegg, der auf eigene Kosten Leute in Brasilien, um Naturalien aller Art zu sammeln, unterhält, erhielt ich eine vollständige Blüthe dieses Gewächses, wodurch ich in Stand gesetzt werde, die Gattung der *Pilophora* nach den Grundsätzen des Studiums genauer zu bestimmen und eines der wundervollsten Gewächse ausführlicher zu beschreiben. Mein Blüthenstraufs wurde in der Provinz Para in Brasilien gesammelt. Es scheint als wenn dieses Gewächs nicht weit verbreitet wäre, vielleicht dafs der Boden, den es liebt, nicht häufig in den warmen Strichen dieses Theils von Amerika zu treffen ist. In Brasilien wächst es in thonigtem schlüpfrigem Sumpfboden, und vermuthlich ist er zu Demerari von ähnlicher Beschaffenheit. Eine jede dieser Pflanzen trägt reichliche Früchte, die durch die Flüsse und das Meer weit fortgetrieben werden. Man sollte daher vermuthen, dafs ein Gewächs, was so häufig seine Früchte in die weite Welt umherschickt, längst in allen Theilen der heifsen Zone verbreitet wäre. Jacquin versichert, dafs an den Ufern der Caraïbischen Inseln durch das

Meer die Frucht sehr häufig ausgeworfen würde, aber immer durch das Meerwasser verdorben wäre. Merkwürdig ist es, daſs von den Küsten des südlichen Amerika bis nach Westindien diese Früchte treiben, was offenbar einen Meeresstrohm von dorther anzudeuten scheint, der vermuthlich in der Gegend des Amazonenflusses seinen Ursprung nimmt. Wäre in den der Provinz Para benachbarten Gegenden der Boden von gleicher Beschaffenheit, so würde dieses seltsame Gewächs sich gewiſs auch dort fortgepflanzt haben, was aber nicht geschehn ist. Mehrere Gewächse unsers Erdballs sind eben so enge auf einzelne Flecke eingeschränkt und haben sich nicht weiter verbreiten können, wie z. B. *Silene chlorantha* in der Mark-Brandenburg, *Dionaea Muscipula* in Carolina, *Origanum Tournefortii* auf der Insel Amorges, mehrere Orchideen und Erica Arten auf einzelnen kleinen Flecken des Vorgebirges der guten Hoffnung, *Myristica moschata* auf den Molukken, und sehr viele andere Pflanzen, deren Aufzählung der Raum nicht gestattet; und forschen wir nach der Ursache dieser geringen Verbreitung, so ist keine andere als die der Verschiedenheit des Bodens oder der Lage des Orts anzugeben, auch bestätiget die Erfahrung das Gesagte, da diese Pflanzen bei der Cultur die gröſste Sorgfalt in Mischung des Bodens verlangen und ohne diese leicht eingehn. Jeder Boden nährt seine eigenthümlichen Gewächse und unter diesen sind viele von der Beschaffenheit, daſs sie keine andere Erde vertragen können; mehrere hingegen sind nicht so eigensinnig, und es werden daher zuweilen groſse Strecken Landes von ihnen besetzt. Zu den erstern gehört gewiſs auch die *Pilophora*, und sollte sie irgend ein botanischer europäischer Garten in der Folge erhalten, so würde gewiſs die gröſste Aufmerksamkeit in der Mischung der Erde, welche sie verlangt, um sie länger zu erhalten, erfordert werden.

Der Ritter v. Jacquin hat sich alle Mühe gegeben, bei den ältern Botanikern, die über die Pflanzen des südlichen Amerika geschrieben haben, Nachrichten von seiner *Pilophora* aufzufinden; aber alles was jene Männer uns über dieses Gewächs melden, ist zu wenig befriedigend, als daſs wir nach dem jetzigen Zustand der Wissenschaft es gebrauchen könnten. Es scheint mir nicht ganz überflüssig zu seyn, hier wenigstens das Merkwürdigste, was jene Männer uns berichten, anzuführen.

Piso und Marcgrave, die beide von den Pflanzen Brasiliens schreiben, erwähnen durchaus die *Pilophora* nicht. v. Laet sagt nur, daſs er von jemandem aus den dem Amazonenfluſs nahe gelegenen Ländern eine

sonderbare Frucht erhalten habe, die er mit wenigen Worten deutlich beschreibt, und welche auf die Frucht der *Pilophora* genau zutrifft, aber von den Blättern der Pflanze sey ihm nichts bekannt. Valmont de Bomare in seinem grofsen Werke 14. Band p. 298 sagt: *Tourloury* ist eine Pflanze, die in Guyana von Oyapor bis an die Mündung des Amazonenflusses, also vom 5ten Grade nördlicher Breite bis unter den Aequator wächst; sie ist von rohrartiger Beschaffenheit, nur sind ihre Blätter viel stärker. Die Blätter sind 10 bis 12 Fufs lang, auch trift man einige von 15 bis 16 Fufs. In der Mitte haben sie eine starke Mittelrippe, und ihr Blattstiel scheint aus der Wurzel zu kommen. Sie sind 3 bis 4 Fufs breit, so dafs drei Menschen sich unter einem Blatte gegen den Regen beschützen können. Die Indianer verbinden sie mit den Stengeln der Lianen oder Schlingpflanzen, nachdem sie die Blattsubstanz von der Mittelrippe getrennt haben. Sie schneiden sie zu der Absicht in Stücke von der Breite eines halben Fufses, und befestigen sie schichtweise übereinander, so dafs sich das Ganze wie ein Stück Wachstuch aufrollen läfst. Sie brauchen sie, um ihre Ajoupa, welches eine Art leichter Hütten ist, zu decken, und schützen sich dadurch gegen die heftigen Regengüsse, welche in jenen Gegenden zuweilen zu fallen pflegen, und nicht durchzudringen im Stande sind. Aus dem Mittelpunkte diefer Pflanze entspringt ein 2 bis 3 Fufs hoher Stengel, der einen grofsen Büschel harter Früchte trägt, von denen jede die Gröfse eines Hünereies hat. Dieser Fruchtbüschel ist mit einer fast vier Linien starken Rinde bedeckt, die die Früchte einschliefst und die Gestalt eines Huts hat, der mit einer langen Spitze versehn ist. Diese Rinde fällt ab, wenn die Frucht eine bedeutende Gröfse erlangt hat; sie ist Anfangs fleischig, jedoch verfault der fleischige Theil und läfst blofs die Fasern zurück. Die Indianer sammeln sie und brauchen sie um ihren Kopf damit zu bedecken, oder verkaufen sie auch an Liebhaber von Naturseltenheiten. Bomare hat seine Nachrichten aus des Herrn von Prefontaine Werk *Maisons rustiques de Cayenne*, welches zu Paris 1763 herausgekommen ist, genommen, wo eben dasselbe gesagt wird. Dieses ist alles, was man bisher über dieses sonderbare Gewächs bei den Schriftstellern findet, was aber nicht hinreicht, um mit Gewifsheit über die Gattung und Beschaffenheit der Pflanze ein richtiges Urtheil zu fallen.

In der Provinz Para wird dieses Gewächs *Obussa* genannt: mir sind davon nur ein vollständiger Blumenstraufs, einzelne Scheiden und Nüsse zu Gesicht gekommen, von den Blättern selbst weifs ich nur das, was ich

oben aus den angeführten Quellen geschöpft habe, indessen reicht dieses doch vollkommen hin, die Pflanze gehörig zu klassificiren.

An der Spitze eines zwei bis drei Fufs langen aus der Wurzel entspringenden Stengels zeigt sich eine drei Fufs vier Zoll lange mit einer Spitze versehene Scheide, welche ein mützenförmiges Ansehn hat, überall geschlossen ist, und an der Basis mit dem Stengel selbst verwächst. Diese Scheide scheint mir aber wenigstens von der Zeit der Blüthe an netzförmig zu seyn, und ich glaube, dafs die Angabe des Bomare, sie sey fleischig und werde durch die Fäulnifs erst faserig, blofse Vermuthung ist. Die netzförmigen Fasern der Scheide sind, wenn sie sich entwickelt, dicht an einander gelegen und machen eine Masse aus; durch die weitere Entwickelung trennen sich nach und nach die Fasern, wodurch die netzförmige Gestalt erzeugt wird. Die Scheide selbst ist schon zur Zeit der Blüthe abgestorben, wie dieses auch an mehreren Liliengewächsen zu bemerken ist, deren Scheiden, wenn die Blume sich entfaltet, gänzlich abgewelkt sind. Wäre eine fleischige Haut über der Scheide ausgebreitet gewesen, die nachher abfault, so würden sich noch Spuren davon vorfinden, von denen aber keine anzutreffen ist; vielmehr sieht man da, wo das netzförmige Gewebe noch nicht sichtbar ist, durch Vergröfserungen, dafs die Fasern hier schon eben so gestaltet, aber noch zusammenhängend sind. Diese Scheide bleibt nun während der Zeit der Blüthe völlig geschlossen und wird nur dann erst an ihrer Basis losgerissen, wenn die Früchte sich auszudehnen anfangen und nicht mehr in dem engen Raum Platz finden. Ihre festen Fasern erlauben nicht, dafs sie sich der Länge nach wie andere Scheiden spaltet, sie reifst daher unten ab und wird nach und nach durch die Ausdehnung der Früchte nach oben geschoben. Aus der Ursache behält sie ihr mützenförmiges Ansehn, und kann nachher von den Indianern zur Bedeckung des Kopfs gebraucht werden.

Die Blüthe aller Palmen, wenn wir die Gattungen *Zamia* und *Cycas* ausnehmen, die nicht als eigentliche wahre Palmen anzusehen sind, ist mit einer eben so grofsen, mehr oder weniger lederartigen, öfter auch dornigen Scheide, bedeckt, die sich aber entweder der Länge nach theilt und als eine einblättrige Scheide zur Seite gebogen wird, oder sich in der Mitte theilt und zwei blattförmige Scheiden, bisweilen auch mehrere, bildet. Eben dieses sehen wir auch bei den meisten Liliengewächsen. Hier wäre also eine grofse Abweichung von der gewöhnlichen Form, die die Natur

bei ähnlichen Blüthenanlagen gewählt hat. Die Blumen der Gewächse finden wir allezeit frei ohne alle Bedeckung, damit Wind und Insekten den Blüthenstaub zum weiblichen Zeugungsorgane bringen können, und die künftige Frucht erzeugt werde. Wir kennen bis dahin nur die Gattung der Feige (*Ficus*), welche in einem fleischigen Behältnisse ihre kleine Blüthen verschliefst, aber doch an der Spitze desselben eine schwache Oeffnung läfst, damit der zarte geflügelte *Cynips* durch sie den Weg zur weiblichen Blüthe, vom süfsen Geruch angelockt, finde. Hier ist aber ein Beispiel ohne Gleichen, alle Blumen sind verdeckt, und schwerlich möchte ein Insekt zu ihnen gelangen können, oder die kleinen Räume zwischen Fasernetzen möchten hinreichen, dem schlanken Körper eines zarten Insekts den Durchgang zu gestatten. Bei dem verhüllten Blühen der *Pilophora* läfst es sich nicht denken, dafs ihre Blumen männlich und weiblich auf verschiedenen Stämmen wären; wir können nur, ohne sie gesehen zu haben, annehmen, dafs sie entweder Zwitterblumen trägt, oder die männlichen und weiblichen Blumen in einer Scheide verschlossen enthält. Das leztere ha die Erfahrung mir bestätiget.

Die Scheide schliefst einen rispenförmigen einfach ästigen Kolben (*Spadix*) ein, der dicht mit Blüthen besetzt ist. Die Aeste sind einen Fufs und etwas darüber lang, die obern haben nur die Länge eines halben Fufses, sie stehn zu zweien beisammen, sind dicht angedrückt und machen sämmtlich eine Pyramide aus.

Die männlichen Blumen bedecken von der Spitze bis beinah zur Basis die Aeste, sie sind dicht aneinander gedrängt. Ihr Kelch ist becherförmig bleibend, einblättrig und am Rand etwas bogigt, fast wie angenagt. Jeder Kelch steht dichte bei dem andern und ist an seiner Basis von einem lanzettförmigen Nebenblatte (*bractea*) unterstützt, was länger als er selbst ist. Die Blumenkrone ist einblättrig. Die Blumenblätter sind länglicht, stumpf, aufserhalb convex, innerhalb concav, lederartig, dicht geschlossen, im Kelche festsitzend und fallen bei der leisesten Erschütterung ab. Sechzehn längliche kleine Staubbeutel sitzen auf kurzen fadenförmigen Staubfäden, die an einem in dem Mittelpunkte hervorragenden Körper angeheftet sind. Zwei, drei bis vier weibliche Blumen sitzen an der Basis jedes Astes des Kolben, jede von ihnen in einer besondern Hölung von der nebenstehenden um einen Viertel-Zoll entfernt, die obere stöfst dicht an die

männlichen Blumen, und zwischen der darauf folgenden sind noch einzeln einige männliche Blüthen eingemengt. Der Kelch ist dreiblättrig, die Blättchen lederartig bleibend, rundlich, länglich, viermal kürzer als der Fruchtknoten, an der Spitze unregelmäfsig eingerissen. Die Blumenkrone ist dreiblättrig, die Blumenblätter länglich, spitzig, dick, lederartig und abfallend. Der Fruchtknoten ist rundlich - eyförmig, oberhalb befindlich, anfangs glatt, nach dem Verblühen würfelförmig aufgerissen. Der Griffel ist pyramidalisch - pfriemförmig. Die Narbe ist eine Furche, welche längs dem Griffel sich erstreckt.

Die Frucht ist eine Steinfrucht, von länglicher eigenthümlicher Gestalt, welche mit unregelmäfsigen drei, vier oder fünfeckigen pyramidalischen Erhabenheiten besetzt ist. Die äufsere Schale ist korkartig, feinzellig, an vier Linien dick, innerhalb wird sie mit einer doppelten Schale überzogen, von der die der äufseren nahe liegende netzartig, die innere aber von der Stärke der Schale eines Hünereyes, hornartig, brüchig und glatt ist, die auch zugleich eine Scheidewand durch die Frucht zieht. Sie enthält zwei kugelförmige Nüsse von der Gröfse einer grofsen Wallnufs, die aufserhalb vollkommen glatt sind. Die Schale dieser Nufs ist kaum eine Linie stark und hat eine Doppel-Narbe (*Hilum*), nämlich eine flache und eine danebenstehende grubenförmig vertiefte. Sie enthält einen festen kugelförmigen Kern, der innerhalb ganz hohl ist und zur Seite den Keim in länglicher Gestalt liegen hat.

Hiernach würde die Pflanze in die 21ste Klasse und achte Ordnung (*Monoecia Monadelphia*) gehören und müfste zwischen den Gattungen *Nipa* und *Myrianthus* eingeschaltet werden. In der botanischen Kunstsprache ist ihre Beschreibung folgende:

Spatha monophylla conica evalvis apice acuminata reticulata, durante anthesi arcte clausa, maturescente fructu tandem basi dehiscens.

SPADIX paniculatus pyramidalis, ramis simplicibus geminatis arcte floribus masculis obsitus, basi floribus 2, 3, 4 femineis instructis.

FLORES MASCULI.

CALYX Perianthium monophyllum persistens urceolatum margine erosum, bractea lanceolata calyce longiore basi suffultum.

Corolla tetrapetala clausa caduca, petalis oblongis obtusis concavis coriaceis.

Stamina Filamenta 16 brevissima filiformia connata corpori centrali inserta. — Antherae oblongae parvae.

Flores feminei.

Calyx Perianthium triphyllum persistens, foliolis coriaceis subrotundo-oblongis apice inciso-laceris.

Corolla tripetala coriacea caduca, petalis oblongis acutiusculis.

Pistillum Germen subrotundo-ovatum laeve post florescentiam tessellato-rimosum Stylus pyramidato-subulatus Stigma sulcus longitudinalis.

Pericarpium Drupa subrotundo-didyma muricata cortice triplici obducta, exteriore crassiore spongioso, intermedio reticulato, interiore fragili corneo. Nuces binae, quandoque unica, subrotundae, basi foramine unico impresso instructae, fragiles.

Semen Nucleus globosus interne cavus embryone oblongo laterali.

Der wesentliche Charakter würde seyn:

Spatha universalis conica acuminata reticulata evalvis clausa.

Flores masculi: Calyx urceolatus. Corolla tetrapetala. Antherae 16.

Flores feminei: Calyx triphyllus. Corolla tripetala. Stylus pyramidatus. Stigma sulcus lateralis. Drupa sicca disperma muricata.

Die Abbildung der Scheide und äufsern Gestalt der Frucht ist im Jacquinschen Werke ganz vortrefflich; so dafs man sich eine deutliche Vorstellung davon machen kann. Er vergleicht die Gestalt der Frucht mit einer horizontal liegenden Achte, zuweilen sieht man aber auch Früchte, die vollkommen kugelförmig sind und nur eine Nufs haben. Ueberhaupt ergiebt sich aus der Untersuchung der Blüthentheile und der Früchte, dafs dieses sonderbare Gewächs sich nicht zu einer der bis dahin bestimmten natürlichen Familien bringen läfst. Der Gestalt der Scheide und des Kolbens nach, sollte man die Pflanze für eine Palmen-Art halten, womit auch die weibliche Blume und der hohle Kern der Frucht übereinstimmen, aber ganz weicht davon die männliche Blume und die Blattform der Pflanze ab. Die männliche Blume stimmt mit keiner Palmen-Gattung überein, weil bei den meisten eine dreifache Abtheilung der Blüthen sich vorfindet und die äufsere

äufsere Form der Pflanze und Blätter hat mit den Bananengewächsen, besonders mit den Pisangähnlichen, wie mit *Musa* und *Heliconia*, viele Uebereinstimmung. Es steht daher dieses Gewächs, was sich mit seinen weitausgebreiteten Pisangblättern und seiner mützenförmigen Scheide in der Mitte ganz sonderbar gruppiren mufs, gerade zwischen den Palmen und Bananen, und würde bei natürlicher Klassification zu den Palmenähnlichen Gewächsen zu zählen seyn. Die Befruchtung dieser Pflanze wird durch die immer geschlossene Scheide nicht, wie man meinen sollte, verhindert, vielmehr sogar befördert. Da die Aeste des Kolbens gedrängt voll männlicher Blüthen sind, und die Blumenkrone durch die leiseste Erschütterung abfällt, so wird aus allen Blüthen eine grofse Menge von Blüthenstaub verstreut, die nothwendig auf zwei bis vier an der Basis jedes Astes befindliche weibliche Blumen fallen und sie befruchten mufs. Die geschlossene Scheide erlaubt nicht, dafs der Blüthenstaub sich zerstreuen kann, sie hält ihn mehr zusammen und befördert dadurch die Befruchtung selbst. Von den Insekten, die sonst in den meisten Blumen das Begattungsgeschäft verrichten, kann man hier, da ihnen der Weg gänzlich abgeschnitten ist, nichts erwarten.

Ich kann diese Abhandlung nicht schliefsen, ohne noch etwas über die äufserst merkwürdige Construction des Samens zu sagen. Dieser ist innerhalb mit einer grofsen weiten Höle versehn, und der Keim der künftigen Pflanze liegt in der Nähe der Narbe in der festen Substanz des Samens selbst. Diese weite Hölung deutet offenbar auf eine grofse Verwandtschaft mit den Palmen. Die Kokosnufs und die Arten dieser Gattung haben sie eben so grofs als unsere *Pilophora;* bei den andern Palmen sind die Hölungen um vieles kleiner, zuweilen ganz unbedeutend, dafs man sie mit Mühe wahrnimmt. In der Hölung des Samenkerns findet sich bei den Palmen eine Flüssigkeit, die bei der Kokosnufs milchartig ist, und getrunken werden kann; bei andern Palmen ist sie mehr oder weniger wäfsrig. Sie verdirbt schnell, geht mehr oder weniger in eine saure Gährung über, greift den jungen Keim an und zerstört die Keimkraft des Samens; bei noch länger aufbewahrtem Samen vertrocknet sie gänzlich und dann ist der Same nicht mehr aufzukeimen fähig. Daher mufs man die Samen aller Palmen gleich nach ihrer Reife säen und kann nur gekeimte junge Pflänzchen, nicht aber Samen nach Europa bringen, die keimfähig wären. Nur die

Gattungen *Phoenix*, *Zanica* und *Cycas* machen eine Ausnahme, weil sie die Flüssigkeit nicht enthalten, und deshalb länger ohne Schaden aufzubewahren sind. Dieser Samen enthält auch eine Flüssigkeit, die aber, wenn er zu uns gebracht wird, längst verdunstet ist. Eben diese Flüssigkeit giebt auch Gelegenheit, dafs er auf dem Meere von den Wellen fortgetrieben leichter verdirbt und der übrige Theil des Kerns schnell verfault; aus dieser Ursache sahe Jacquin die an dem westindischen Gestade angetriebnen Früchte stets hohl ohne Samenanlage. Uebrigens ist die Frucht selbst ohne Gebrauch und nur ein kleines Säugthier, die *Cavia Agouti*, nährt sich davon.

Versuche und Beobachtungen
über
die Erzeugung der Efsigsäure.

Von Herrn Sigism. Friedrich Hermbstädt *).

Ueber die Erzeugung der Efsigsäure sind in neuern Zeiten so vielfältige zum Theil auf Thatsachen gestützte Meinungen an's Licht getreten, dafs man glauben sollte, ein so weitläufig bearbeiteter Gegenstand müfste endlich auf den höchsten Grad der Gewifsheit gebracht worden seyn.

Dieses ist indessen keinesweges der Fall; es herrschen vielmehr Widersprüche in den Vorstellungen der Chemiker über den genannten Gegenstand, die sich nicht mit einander vertragen, und es stehen ihnen Thatsachen entgegen, die man bisher nicht gehörig gewürdigt hat. Dieses gab mir Veranlassung, die Erzeugung der Efsigsäure einer neuen Untersuchung zu unterwerfen, deren Resultate ich der Akademie in gegenwärtiger Abhandlung mitzutheilen die Ehre habe.

Es ist hier weder der Ort noch meine Absicht, mich über die Geschichte der Meinungen von der Erzeugung der Efsigsäure weitläufig auszulassen, ich begnüge mich vielmehr nur im Allgemeinen zu bemerken, dafs Becher (in seiner *Physica subterranea* 1669) zuerst die Wärme als ein Efsig-bildendes Princip ansah, weil es ihm gelang, den Wein in Efsig umzuändern, wenn er solchen in hermetisch verschlossenen Gefäfsen anhaltend über dem Feuer digeriren liefs. Homberg bewies im Anfange des achtzehnten Jahrhunderts, dafs man Wein in Efsig überführen könne, wenn man damit gefüllte Flaschen an den Flügel einer Windmühle befestiget, einer dreitägigen Bewegung unterwerfe. Beide Chemiker haben aber nicht

*) Vorgelesen den 14. Juli 1808.

angegeben, ob die gebrauchten Flaschen vollkommen mit Wein, oder zum Theil auch mit Luft gefüllet waren, und es bleibt daher noch unentschieden, ob und welchen Antheil die mitwirkende Luft auf die Efsigbildung gehabt haben könne. Becher (a. a. O.) war auch der erste, welcher den Satz aufstellte, dafs die Anwesenheit des Alkohols im Weine als ein nothwendiges Mittel zu dessen Uebergang in Efsig angesehen werden müsse: denn er bemerkte, dafs Wein, den man durch gelindes Kochen in offenen Gefäfsen, vom inhärirenden Alkohol befreyet hatte, nun weit schwerer in Efsig überging als vorher, und eben so bemerkte Cartheuser, dafs ein Zusatz des Alkohols die Acetification des Weines in einem hohen Grade befördre.

Bis dahin hatte man also die Mitwirkung der Luft bei der Efsigbildung gar nicht beachtet, bis endlich der Abt Rozier zuerst den Satz aufstellte, dafs ihr Zutritt unumgänglich nothwendig sey, wenn der Wein in Efsig übergehen solle.

Erst seit der Zeit, dafs man das Daseyn des Sauerstoffes in dem Dunstkreise kennen lernte; und als Lavoisier bewies, dafs solcher durch Zusammentreten mit sauerfähigen Substraten unter gehörigen quantitativen Verhältnissen allemal Säure produziere, wurde über die Theorie der Efsigbildung ein neues Licht verbreitet; und es hat seit dieser Zeit kein Chemiker geleugnet, dafs der Sauerstoff bei der Essigsäure eine eben so wichtige als nothwendige Rolle spielet. Nur über die Abstammung des hiebei wirkenden Sauerstoffes sind die Meinungen gegenwärtig noch sehr getheilt.

Ist es die atmosphärische Luft, welche den zur Efsigbildung erforderlichen Sauerstoff hergibt?

Ist es der in den weingahren Flüssigkeiten inhärirende oxydirte Schleim wie Fabroni (Gehlens Journal für Chemie und Physik 2. B. S. 407.) behauptet? Kann ein Zusatz von vegetabilischer Colla und Stärke zu reinem Wasser dessen Uebergang in Efsig veranlassen, wie Herr Berthollet (*Statique chimique* P. II.) meint?

Dieses sind die streitigen Fragen, welche annoch genau berichtigt werden müssen, wenn die Theorie der Efsigerzeugung aufs Reine gebracht werden soll.

Um Herrn Fabroni's Behauptung, die späterhin auch an Herrn Thenard einen Vertheidiger gefunden hat, näher zu prüfen, habe ich

im Sommer und Winter 1807 und 1808 eine Reihe Versuche angestellt, deren Resultate ich hier mittheile.

Erster Versuch.

Ich liefs frisch geprefste Säfte von Johannisbeeren, von Stachelbeeren und von Himbeeren ohne weitern Zusatz in gläsernen Flaschen fermentiren und nach überstandener Weingährung, nachdem solche vorher, samt der daraus sich abgesonderten Hefe, unter einander geschüttelt worden waren, auf gläserne Flaschen füllen, die vollkommen luftdicht verschlossen, und aufserdem noch verpicht wurden.

Auf gleiche Weise wurden zwei Flaschen, die eine mit Rheinwein, die andere mit Graveswein gefüllet und verschlossen, und nun sämmtliche Flaschen in dem darauf folgenden Winter in einem täglich geheizten Zimmer einer Temperatur ausgesetzt, die zwischen 15 und 18 ° Reaumur abwechselte. Als während einem Zeitraume von sechs zu sechs Wochen die Flaschen geöffnet und allemal wieder verschlossen wurden, fand sich der Wein in ihnen unverändert, ohne verdorben zu seyn und ohne Efsig gebildet zu haben. Jene Flaschen waren vom 1. November bis zum 15. März ununterbrochen der Wärme ausgesetzt geblieben.

Zweiter Versuch.

Ich liefs zu gleicher Zeit mit den erstern, von denselben Säften nach vollendeter Weingährung, mit der Hefe unter einander geschüttelt, andere gläserne Flaschen nur bis sieben Achttheile ihres innern Raumes füllen, verschlofs ihre Oeffnungen blos durch Leinwand und setzte solche mit den im ersten Versuch bemerkten zu gleicher Zeit der erhöheten Temperatur aus, und eben so wurden ihnen zwei Flaschen Wein, die nur bis auf sieben Achttheile ihres Raumes gefüllet waren, zugesellet. Schon nach dem ersten Zeitraum von sechs Wochen zeigten diese Flüssigkeiten einen Uebergang in Efsig; und nach einem Zeitraum von acht Wochen, waren alle in einen mehr oder weniger starken Efsig übergegangen.

Bemerkungen.

Die Resultate jener Versuche scheinen hinreichend zu seyn, um zu beweisen, dafs durch eine Zersetzung des Schleims weder im Wein noch in den andern weingahren Säften, aus welchen die schleimige Hefe absicht-

lich nicht abgesondert worden war, die Efsigbildung veranlafst werden konnte. Da solche aber bei dem Zutritt der Luft, welche durch die Poren der Leinewand mit den in den Flaschen enthaltenen weingahren Flüssigkeiten in steter Communikation blieb, schon in wenigen Wochen erfolgt war, so sehen wir hieraus unmittelbar die Mitwirkung des Sauerstoffs von aufsen, also aus der Luft des Dunstkreises.

Dieser Erfolg stimmt auch sehr wohl mit demjenigen überein, den wir an andern weingahren Flüssigkeiten wahrnehmen, die in offnen, oder nur schlecht verstopften Gefäfsen, unter mäfsig hohen Temperaturen, aufbewahret werden: denn sie gehen in diesem Fall sehr bald in Efsig über, ein Erfolg, der sowohl beim Wein, als beim Bier, so wie beim Meth und andern weingahren Flüssigkeiten, wahrgenommen wird.

Läfst man auch den klarsten Wein in Efsig übergehen, so sondert sich doch allemal ein schleimiges Sediment daraus ab. Der Schleim liegt also im klaren Wein vorhanden, und er müfste, falls Herrn Fabroni's Behauptung gegründet wäre, durch seine Zersetzung darin immer Efsig erzeugen. Wäre jenes aber der Fall, so würde es unbegreiflich seyn, dafs derselbe Wein, der in hohen Temperaturen beim Zutritt der Luft so leicht verdirbt, und in Efsig übergeht, Jahrhunderte hindurch in luftdicht verschlossenen Gefäfsen aufbewahrt werden kann, ohne jene Veränderung zu erleiden.

Abhaltung der Wärme kann die Acetification des Weins wohl vermindern, aber nicht aufheben: denn wir sehen, dafs selbst in sehr kühlen Kellern der Wein, es sey auf Fässern oder in Glasbouteillen, nach und nach in Efsig übergehet, wenn solche entweder nicht vollkommen gefüllet, oder nicht hinreichend luftdicht verschlossen sind.

Mangel an Wärme kann andrerseits die Acetifikation des Weins nicht abhalten, wenn solche nach Fabroni's Behauptung durch Zersetzung des dem Weine inhärirenden oxydirten Schleimes erfolgen soll. Man hat mir versichert, dafs in Hamburg, wo wenig Kellerraum obwaltet, die Weine in warmen Speichern, ja selbst auf Bodenräumen aufbewahret werden, welche der einwirkenden Sonnenwärme fast täglich ausgesetzt sind, ohne dafs ein Uebergang des Weins in Efsig befürchtet wird, wenn nur die Fässer stets voll und gut verschlossen gehalten werden. Welchen hohen Temperaturen sind nicht die Rheinweine ausgesetzt, die im Sommer zur Axe transportirt werden, ohne sich zu säuern! Aus allen diesen Erfahrungen scheint also zu folgen, dafs ohne Mitwirkung des Sauerstoffes aus der atmosphäri-

schen Luft eine Acetification des Weins, so wie anderer weingahren Flüssigkeiten, nicht leicht erfolgen kann.

Dritter Versuch.

Um indessen die durch die einwirkende atmosphärische Luft beschleunigte Acetifikation der weingahren Flüssigkeiten näher zu untersuchen, wurden von den bereits im ersten Versuch gedachten weingahren Flüssigkeiten, nachdem sich selbige von selbst geklärt hatten, gläserne Flaschen bis auf drei Viertheile ihres Raums gefüllet, und eben so füllete ich eine Flasche mit klarem Graveswein. Ich brachte jene Flaschen unter gläserne Glocken, die mit atmosphärischer Luft gefüllet waren, und nachdem ich die Glocken mit destillirtem Wasser gesperret hatte, setzte ich diese Geräthschaften in einem geheizten Zimmer einer anhaltenden Temperatur aus, die zwischen 15 und 18 ° Reaumur abwechselte. Die Flüssigkeit in jeder Flasche betrug 20 Rheinl. Duodezimal Kubikzoll, und die in den Glocken enthaltene sie umgebende Luft, zwischen 230 bis 240 Kubikzoll.

Schon nach einem Zeitraume von vier Tagen war die vorgehende Absorbtion der Luft sehr merkbar. Die Flüssigkeiten trübten sich merklich, es bildete sich ein schleimiges Wesen auf ihrer Oberfläche, das nach und nach eine auf- und niedersteigende Bewegung annahm. Nach einem Zeitraum von 24 Tagen kam alles in Ruhe, die Säfte klärten sich auf, und es war keine Verminderung in der Luftmasse mehr wahrzunehmen.

Die Verminderung der Luft unter den Glocken betrug zwischen 16 bis 18 Procent, die rückständige Luft besafs einen eignen etwas säuerlichen Geruch. Ein Licht verlöschte darin sehr bald, und Kalkwasser, welches damit geschüttelt wurde, erlitt eine kaum merkbare Trübung. Stärker wurde solches von dem Sperrwasser getrübt, wenn etwas von selbigem in Kalkwasser gegossen wurde. Es war also Kohlenstoffsäure vorhanden, aber in so geringer Quantität, dafs ihre Erzeugung wohl kaum in einer Beziehung mit der vorgegangenen Acetifikation der weingahren Säfte zu stehen scheint. Als die mit jenen weingahren Flüssigkeiten gefüllten Gefäfse unter den Glocken hinweggenommen wurden, enthielten sie sämmtlich einen mehr oder weniger starken Efsig: indessen schien doch kaum der zwanzigste Theil eines jeden Saftes in Efsig übergegangen zu seyn.

Bemerkungen.

Die Erfolge jenes Versuchs beweisen also unmittelbar, dafs bei der Säuerung der weinartigen Flüssigkeiten Sauerstoff aus dem Dunstkreise eingesaugt wird. Ob die geringe Quantität der Kohlenstoffsäure, die hiebei ins Spiel kam, aus den weingahren Flüssigkeiten blos ausgeschieden, oder durch die zerlegende Einwirkung des Sauerstoffs erzeugt worden war? getraue ich mir gegenwärtig noch nicht mit Bestimmtheit zu entscheiden.

Vierter Versuch.

Es war mir aus frühern Erfahrungen bekannt, dafs wenn man das kohlenstoffsaure Gas, welches bei der Weingährung entbunden wird, durch Wasser einsaugen läst, das Produkt dieser Verbindung nun leicht in Efsig übergehet, wenn solches in Gefäfsen sich selbst überlassen bleibt, in welchen die Luft darauf wirken kann; ein Erfolg, der keinesweges dann statt findet, wenn reines kohlenstoffsaures Gas, so wie dasselbe aus Erden und Alkalien entwickelt wird, einer gleichen Behandlung unterworfen wird.

Um jenen Erfolg genauer zu untersuchen und die Ursachen davon zu entwickeln, liefs ich im Herbst vorigen Jahres 25 Berliner Quart Weinmost ohne weitern Zusatz in einem Fasse fermentiren, in dessen Spundöffnung ein Gasentbindungsrohr befestigt war, um das während der Fermentation sich entwickelnde kohlenstoffsaure Gas aufzufangen. Ich liefs dasselbe in ein mit Regenwasser gefülltes Fafs treten, dessen ich mich sonst zum Anschwängern des Wassers mit oxydirter Salzsäure bediene, um durch die Bewegung des Quirls die Vereinigung des Gases mit dem Wasser zu beschleunigen. Das damit gebildete Fluidum zeichnete sich durch einen ganz eigenen stechend säuerlichen Geruch und Geschmack aus; es wurde, um zu fernern Versuchen zu dienen, in verpichten Flaschen aufbewahrt.

Fünfter Versuch.

Eine gläserne Flasche, welche genau sechs Pfund Wasser fafste, wurde mit jenem gashaltigen Wasser angefüllet, luftdicht verschlossen und einer Temperatur unterworfen, die abwechselnd zwischen 14 und 18° Reaumur stieg. Nach einem Zeitraum von acht Wochen war jenes Fluidum nicht im mindesten verändert. Es schäumte beim Eröffnen der Flasche wie ein schwacher Champagnerwein, es entwickelte sich in mäfsiger Wärme viel kohlenstoffsaures Gas daraus und es blieb ein fade schmeckendes Wasser zurück.

Sechs-

Sechster Versuch.

Eine zweite Flasche, welche sieben Pfund Wasser fafste, wurde mit dem Umfange von sechs Pfund jenes gashaltigen Wassers gefüllet, ihre Oeffnung mit Leinewand verbunden, und die Flasche, neben der im 5ten Versuch gedachten, in gleicher Temperatur eine gleich lange Zeit ausgestellt. Nach einem Zeitraum von acht Wochen war dieses Fluidum in einen wahren, obgleich schwachen, Efsig übergegangen.

Siebenter Versuch.

Um zu erforschen, ob Alkohol oder irgend ein saures Prinzipium in jenem gashaltigen Wasser, dessen Uebergang in Efsig befördert haben könne, wurde der Umfang von zehn Pfund desselben, mit so viel völlig reiner ätzender Kalilauge versetzt, bis diese gelinde vorwaltete. Ich liefs das Flüssige hierauf in einer porzellanen Schale nach und nach zur Trockne abdunsten, und erhielt ein weifses Salzpulver, das alkalisch schmeckte. Um dasselbe näher zu prüfen, wurden zwei Quentchen davon in zwei Loth destillirtem Wasser gelöst, und nach und nach so viel reine Efsigsäure zugesetzt, bis diese gelind vorwaltete. Jenes mit Efsig übersäuerte Fluidum wurde in mehrere Gläser vertheilt und darin mit Efsigsauerm Blei, mit Efsigsaurem Kalk und mit Efsigsaurem Beryt versetzt, ohne dafs die mindeste Trübung erfolgte: ein Beweis, dafs weder Aepfelsäure nach Weinsteinsäure in dem bei der Fermentation entwickelten kohlenstoffsauren Gas enthalten seyn konnte.

Eine andre Portion jenes kalihaltigen Salzes wurde mit Wasser gelöst, hierauf so viel Schwefelsäure zugesetzt, dafs diese vorwaltete, und das Ganze der Destillation unterworfen. Es ging reines Wasser in die Vorlage über, und im Rückstande blieb reines ungefärbtes schwefelsaures Kali zurück: ein Beweis, dafs auch keine efsigartige Säure verflüchtiget seyn konnte.

Achter Versuch.

Ich versetzte 20 Pfund des gashaltigen Wassers mit einem Pfunde gebrannten Kalk, der vorher mit wenigem Wasser bis zur Entstehung der Kalkmilch gelöscht worden war, um alle Kohlenstoffsäure aus jener Flüssigkeit hinweg zu nehmen. Nachdem das Gemenge, wohl unter einander gerührt, 24 Stunden gestanden hatte, wurde solches auf eine Destillirblase geworfen und ohngefähr fünf Pfund Flüssigkeit übergezogen, die gleich

Spuren von Weingeist erkennen liefs. Ich warf dieses Destillat auf eine Retorte, und zog acht Loth Flüssigkeit über, welche in einem schwachen Brandtewein bestand, in welchem das Alkoholometer 18 Procent Alkoholgehalt erkennen liefs.

Bemerkungen.

Aus den Resultaten des vierten, fünften, sechsten, siebenten und achten Versuchs gehet sehr deutlich hervor, dafs das kohlenstoffsaure Gas, welches während der Fermentation des Weinmostes entbunden wird, eine bedeutende Quantität in Dünste aufgelösten Alkohols bei sich führt, ohne irgend eine Art von vegetabilischer Säure zu enthalten. Es folgt ferner daraus, dafs eben dieser Gehalt an Alkohol in jenem Gas dessen Verbindung mit Wasser fähig macht, durch die Einsaugung des Sauerstoffs aus dem Dunstkreise Efsig zu bilden: und wir sehen hier offenbar, dafs ohne Daseyn eines schleimigen Mittels, blos durch die Wechselwirkung zwischen Alkohol und Sauerstoffgas, Efsigsäure gebildet worden ist. Um aber noch bestimmter überzeugt zu werden, dafs blos der Alkohol, keinesweges aber die mitwirkende Kohlenstoffsäure, die Efsigsäure erzeugt habe, wurde noch folgender Versuch angestellt.

Neunter Versuch.

Ein Pfund Alkohol von 95 Procent, wurde mit 15 Pfund destillirtem Wasser gemengt und das Gemenge in zwei gleiche Theile vertheilt. Die eine Hälfte füllte ich auf eine Flasche, die luftdicht verschlossen wurde; die zweite Hälfte brachte ich in eine Flasche, deren Oeffnung blos mit Leinewand zugebunden wurde, und deren innerer Raum nur auf $\frac{2}{3}$ angefüllet war. Beide Gefäfse wurden zu gleicher Zeit in einer täglich geheizten Stube, ganz unter der Decke placirt, wo die Temperatur stets zwischen 15 und 18 ° R. abwechselte. Schon nach einem Zeitraume von vier Wochen, dunstete die mit Leinewand verbundene Flasche einen sauern Geruch aus, und nach 10 Wochen war alles Flüssige in einen mäfsig sauern Efsig übergegangen; dagegen enthielt die festverschlossene Flasche einen unveränderten schwachen Weingeist.

Bemerkungen.

Auch die Resultate des neunten Versuchs bestätigen es also, dafs reiner Alkohol, wenn solcher in einem mit Wasser gehörig verdünnten Zu-

stande der Einwirkung des Sauerstoffgases dargeboten wird, in die Beschaffenheit des Eſsigs übergehet, ohne daſs ein andres sogenanntes Eſsigferment dazu erfordert wird; daſs also auch die Kohlenstoffsäure, welche dem Fluidum im sechsten Versuch beigemengt war, zur Bildung der Eſsigsäure nichts beigetragen haben kann. Eben so wenig kann der zum Uebergang des Alkohols in Eſsig erforderliche Sauerstoff aus dem Wasser ausgeschieden worden seyn, weil in diesem Fall auch in den luftdicht verschlossenen Flaschen Eſsig hätte erzeugt werden müssen.

Jene Erfahrungen beweisen also sämmtlich, daſs Alkohol und Sauerstoff allein hinreichend sind, Eſsigsäure zu erzeugen, ohne daſs der Zutritt der schleimigen Mittel erfordert wird. Sie sprechen also sämmtlich gegen die Meinung des Herrn Fabroni, welcher die Ursache der Eſsigbildung in der vorgehenden Zersetzung eines oxydirten Schleims suchen zu müssen glaubt. Ueberhaupt ist mir nicht sehr einleuchtend, was unter oxydirtem Schleim eigentlich verstanden werden soll! Ist nicht jeder Schleim ein Produkt der Oxydation? Kann also ein Pflanzenoxyd einer nochmaligen Oxydation fähig seyn, ohne in wirkliche Säure überzugehen? Ich gestehe, daſs ich hiervon keine klare Vorstellung habe!

Zehnter Versuch.

Es blieb mir jetzt noch übrig, Herrn Berthollets Erfahrung selbst zu wiederholen, welcher behauptet, daſs eine Verbindung von vegetabilischer Colle mit Mehl und Wasser sehr bald in den Zustand des Eſsigs übergehe.

Da mir aus andern Erfahrungen bekannt war, daſs das Weizenmehl eine natürliche Verbindung von ohngefähr 25 Colle und 75 Mehl ausmacht, so wählte ich dieses geradezu. Ich zerrieb 24 Loth feines Weizenmehl mit 12 Pfund destillirtem Wasser von 70 ° R., so daſs eine sehr dünne schlemmige Brühe daraus gebildet wurde. Ich vertheilte selbige in zwei Gefäſse von Glas. Das eine, welches vollkommen angefüllet war, wurde luftdicht verschlossen; das zweite, welches nur auf ⅞ seines Raumes gefüllet war, wurde mit Leinewand verbunden. Beide Gefäſse wurden nun einer anhaltenden Temperatur zwischen 15 und 18 ° R. ausgesetzt. Nach einem Zeitraum von vier Wochen war die Masse in der verschlossenen Flasche in ein faulig riechendes Fluidum übergegangen. Die in der mit Leinewand verbundenen Flasche enthielt dagegen eine trübe schwache Säure, die einen etwas widri-

gen Geruch besafs, sie war also eine Art schwacher Getreideefsig. Man siehet also auch hier, dafs der Zutritt des Sauerstoffes nothwendig war, wenn das mit Mehl gemengte Wasser in die Efsiggährung übergehen sollte; dafs ohne Einwirkung des Sauerstoffes keine Efsigbildung erfolgte.

Schlufs.

Vereinigen wir alle Resultate der hier angestellten und erzählten Versuche, so gehet aus allen hervor, dafs ohne Mitwirkung des Sauerstoffes von aufsen keine Bildung der Efsigsäure möglich ist, und es folgt daraus, dafs eine solche Erzeugung der Efsigsäure, durch von selbst erfolgende Zersetzung eines in den weingahren Flüssigkeiten vorhanden liegenden Schleims in keinem Fall bemerkbar war: ich glaube daher mit Sicherheit annehmen zu dürfen, dafs, wenn Herr Fabroni eine solche Efsigerzeugung durch schleimige Substanz wirklich beobachtet hat, irgend ein zufälliger Umstand dabei obgewaltet haben müsse, der einen Zutritt des Sauerstoffes gestatten konnte.

Aufser der Efsiggährung kann daher auch auf jedem andern Wege Efsigsäure gebildet werden, wo ein dazu geschicktes Substrat in der erforderlichen Quantität mit Sauerstoff in Mischung gesetzt wird. Dies ist der Fall mit dem reinen Alkohol, mit dem Zucker, mit den Pflanzenschleimen, so wie mit sehr vielen andern Pflanzenoxyden, wenn solche zu wiederholtenmalen mit reiner Salpetersäure gekocht werden; hier sehen wir stets eine Entmischung dieser Säure vorgehen, sie setzt einen Theil Sauerstoff an jene Substrate ab, um solche in Säuren zu verwandeln, und der übrige Theil der Salpetersäure geht als salpeterhalbsaures Gas hinweg. Wiederholt man die Operation zu verschiedenen malen, und läfst man das sich entwickelnde salpeterhalbsaure Gas durch eine etwas hohe Säule von destillirtem Wasser treten, so gehen die angewendeten säurefähigen Substrate nach und nach total in Efsigsäure über, die sich mit dem salpeterhalbsauren Gas zugleich verflüchtiget und mit salpetriger Säure gemengt, in dem Wasser gefunden wird, welches zum Durchgang des salpeterhalbsauren Gases gebraucht worden war.

Jene Erfahrungen zusammengenommen berechtigen mich also zu der Schlufsfolge, dafs der Alkohol in den weingahren Flüssigkeiten die wahre Grundlage zur Erzeugung der Efsigsäure ausmacht; dafs aber, wenn dessen Uebergang in Efsig möglich seyn soll, aufser einer Temperatur von 18 bis 20 ° R., auch der Zutritt einer hinreichenden Masse von Sauerstoff unumgänglich nothwendig erfordert wird.

Chemische

Zergliederung des Spargels.

Von Herrn Sigism. Friedrich Hermbstädt *).

Viele der von den Menschen am liebsten und häufigsten genossenen vegetabilischen Nahrungsmittel zeigen, nach deren Genufs, sowohl auf die Ausdünstung als auf den Urin einen so merkwürdigen Einflufs, dafs dieses die Aufmerksamkeit des Physikers verdienet, um den zureichenden Grund auszumitteln, ob jene besondere Wirkung vom Conflikt aller Bestandtheile des Pflanzenkörpers im Zusammenhange, oder von einem eigenen für sich vielleicht darstellbaren Prinzipe abhängig ist.

Weniger auffallend sind jene Wirkungen auf den Schweifs und Urin beim Genufs der Zwiebeln, des Meerrettigs, der Krefse, der Sellerie- und Petersilienwurzel: denn ihr scharfer Geschmack und flüchtiger Geruch, der bald in einem ihnen beiwohnenden ätherischen Oel, bald in einem darin befindlichen ätzenden Wesen gegründet ist, läfst uns mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit den zureichenden Grund daraus ersehen, von welchem ihre kräftige Wirkung auf den Schweifs und den Urin abgeleitet werden mufs.

Nicht so verhält es sich mit dem Spargel; sein Geruch und Geschmack sind, vorzüglich im gekochten Zustande, fast durchaus milde, und es ist weit schwerer dabei einzusehen, durch welches Prinzipium jener eigenthümliche Effect auf den Urin nach dem Genufs des Spargels veranlasset wird.

Ohne sich auf eine vollständige Zergliederung des Spargels in Rücksicht der qualitativen und quantitativen Verhältnisse seiner Bestandtheile einzulassen, haben die Herren Vauquelin und Delaville blos einige einzelne mit dem Spargel angestellte Versuche beschrieben, daher ich es

*) Vorgelesen den 15. Junius 1809.

der Mühe werth erachtet habe, solchen einer vollständigen Zergliederung zu unterwerfen, die mir zum Theil sehr merkwürdige Resultate dargeboten hat; so dafs ich hier fürs erste nur die Resultate derjenigen Erfahrungen mittheile, die ich als ausgemacht ansehen kann, dahingegen die anderweitigen erst alsdann nachfolgen sollen, wenn ich selbige aufs neue wiederholt und zur Gewifsheit gebracht haben werde.

Herr Delaville (*Annales de Chimie Tom. XLI. pag.* 298) hat die Bemerkung gemacht, dafs wenn man einen im vollen Wachsthum befindlichen Spargelstängel einige Tage nach seinem Austritt aus der Erde zerbricht, zwei verschiedene Flüssigkeiten daraus hervortreten; eine, welche aus dem mit der Wurzel zusammenhängenden Theile hervorkömmt, ist schwach weifs gefärbt, und wird vom Herrn Delaville der aufsteigende; die zweite, welche aus dem abgebrochnen Theile heraustritt, ist grünlich gefärbt, und wird von ihm der absteigende Saft genannt. Jene Säfte des Spargels zeichnen sich in ihrem Verhalten gegen verschiedene Materien merkwürdig aus; ich habe die von Herrn Delaville damit angestellten Prüfungen wiederholt, und meine eignen Erfahrungen, im Ganzen genommen, völlig übereinstimmend mit den seinigen gefunden.

a) Läfst man einige Tropfen jener Säfte auf reines polirtes Silber fallen, so nimmt dasselbe nach einigen Stunden eine braune Farbe an, eben so als wenn solches dem Dunste der Hydrothionsäure ausgesetzt worden wäre.

b) Wenn ein blank polirtes Stäbchen von geschmeidigem Eisen in diese Säfte hineingehängt wird, so wird ein Theil des Eisens, ohne merkbare Gasentwickelung, aufgelöst, und die Flüssigkeiten nehmen eine grüne Farbe an.

Diese auflösende Wirkung gegen das Eisen scheint von dem Daseyn einer Säure in jenen Säften abhängig zu seyn, denn sie röthen beide das Lackmuspapier, obschon nur sehr schwach, wenn solches damit in Berührung gebracht wird.

Während diese Säfte auf das Eisen wirken, bildet sich darin eine geronnene Substanz von dunkelgrüner Farbe. Nach und nach kläret sich die Flüssigkeit oben auf, nimmt eine gelbe Farbe an, und läfst mit der Zeit einen schmutzig weifsen Satz aus sich niederfallen.

c) Wird jenen Säften ein geringer Beisatz von Gallustinktur gegeben, so erfolgt nach einiger Zeit eine Gerinnung in gelblichen Flocken. Diese

Gerinnung, so wie die Bildung des grünen Niederschlages in *b*, scheinen vom Pflanzeneiweifs abhängig zu seyn, das im Safte des Spargels aufgelöst vorhanden liegt.

d) Wird zu einer verdünnten Auflösung von schwefelsaurem Kupfer etwas von dem Spargelsafte gegossen und das gemengte Fluidum langsam abgedunstet, so bilden sich grüne Krystalle, von der Farbe des schwefelsauren Eisens, die an der Luft keine Veränderung erleiden.

e) Wird der Spargelsaft in eine Auflösung von efsigsaurem Blei getröpfelt, so erfolgt erst eine geringe Trübung. Wird aber die geklärte Flüfsigkeit abgedunstet, so bilden sich dunkelbraune Krystallen.

f) Salpetersaure Silberauflösung, selbst dann, wenn die Säure darin vorwaltend ist, erleidet gleichfalls eine Veränderung durch jene Säfte; der aufsteigende Saft erzeugt darin einen aus dem Weifsen ins Lilafarbne übergehenden Niederschlag, der in sehr kurzer Zeit violet wird; da hingegen der absteigende Saft in eben dieser Auflösung einen schmutzig weifsen Niederschlag bildet, der viel später eine violette Farbe annimmt.

Jene Eigenschaft des selbst ausgeflossenen Spargelsaftes, die Metallauflösungen zu färben, deutet auf ein eigenes in denselben vorhanden liegendes Prinzipium hin, das mit dem Schwefelwasserstoff, oder mit dem Phosphorwasserstoff einige Aehnlichkeit zu haben scheint.

g) Läfst man jene Säfte für sich stehen, so erfolgt nach ein Paar Tagen, bei der mittlern Temperatur des Dunstkreises, eine Gerinnung in denselben, die sich durch eine weifse Farbe auszeichnet und von der Beschaffenheit des Pflanzen-Eyweifses zu seyn scheint.

h) Wird der geklärte Saft blos an der warmen Luft langsam verdunstet, so bildet sich eine beträchtliche Anzahl Krystalle von würflicher Form darin, die mit dem salzsauren Kali viel Aehnlichkeit zu besitzen scheinen, welche ich indessen, bis auf weitere genauere Untersuchung derselben, noch unbestimmt lassen will.

i) Wird jener selbst ausgeflossene Saft, ohne weitern Zusatz erhitzt, so erfolgt gleichfalls eine Gerinnung in demselben; es scheiden sich weifse, dem geronnenen Eiweifs ähnliche Flocken daraus ab, die, wenn sie sich selbst überlassen werden, im Zeitraum von 5 bis 6 Tagen, einen zwiebelartigen Geruch ausdunsten, der dem eines Gemenges von Hydrothionsäure und Phosphorwasserstoff, wenn beide gemeinschaftlich in Wasser gelöst sind, sehr ähnlich ist.

k) Nach dieser vorläufigen Prüfung des von selbst ausgeflossenen Saftes aus den Spargelstängeln, wurde eine Portion derselben in einem porzellainen Mörser zerquetscht, und der Saft ausgeprefst, der sich durch einen pikanten scharfen Geruch, einen milden süfslichen Geschmack und vollkommene Farbenlosigkeit und Klarheit auszeichnete, und bei der damit angestellten Wiederholung der oben beschriebenen Versuche, sich völlig mit dem selbst ausgeflossenen Safte gleich verhielt.

l) Um eine genauere Zergliederung dieses Saftes zu veranstalten, wurde aufs neue ein Pfund von allen anklebenden Unreinigkeiten befreiter Spargel, im porzellainen Mörser zerstampft, der Saft ausgeprefst, und der Rückstand noch zweimal mit destillirtem Wasser angestampft und ausgeprefst, bis die Faser von allen auflöslichen Theilen möglichst befreiet war. Die rückständige strohartige Faser von einem Pfunde Spargel, wog nach dem Auspressen nur 5 Loth 1 Qnt. Es waren also 26 Loth 3 Qnt. Saft herausgeprefst worden.

Der Saft war farbenlos und mäfsig trübe. Er besafs einen dem Spargel gleichen Geruch und Geschmack, und röthete hineingehängtes Lackmuspapier, obzwar nur schwach.

Er wurde in einer porzellainen Schaale zum Sieden erhitzt. Es entwickelte sich ein ziemlich scharfer dem Rettig ähnlicher Geruch; es sonderte sich eine weifse geronnene Substanz aus dem Safte ab, und dieser nahm eine wasserklare Beschaffenheit an.

Um das Koagulirte von der klaren Flüssigkeit zu trennen, wurde der Saft jetzt durch ein abgewogenes Filtrum von Druckpapier filtrirt und die auf demselben zurück gebliebene weifse koagulirte Substanz, durch oft wiederholtes Abspülen mit siedendem destillirtem Wasser, von allen daran klebenden im Wasser lösbaren Theilen des Saftes vollkommen befreiet.

Das Geronnene wurde hierauf bei einer Temperatur zwischen 60 und 70 ° Reaumur ausgetrocknet, und wog in diesem trocknen Zustande 40 Gran.

Das Trockne besafs eine schmutzig grüne Farbe, war völlig geschmacklos, verbrannte in einem kleinen Tiegel unter Ausstofsung eines Geruchs wie Löfchpapier und wurde von ätzender Kalilauge in der Wärme, unter Entwickelung von vielem Ammonium aufgelöst. Die Auflösung besafs eine braune Farbe und einen seifenartigen Geruch. Jene Substanz zeigte also die gröfste Uebereinstimmung mit dem Pflanzen-Eiweifs.

Die

Die zurückgebliebene Pflanzenfaser wurde nach dem Auspressen zu wiederholtenmalen mit destillirtem Wasser ausgekocht und hierauf getrocknet. Der trockne Rückstand wog genau 3 Quentchen und stellte eine weifsgelbe, farbenlose, so wie geruch- und geschmacklose strohartige Faser dar.

Der vom Pflanzen-Eiweifs befreite und filtrirte Saft, wurde hierauf mit der Brühe, welche durchs Auskochen der Pflanzenfaser gewonnen worden war, gemeinschaftlich in einer vorher abgewogenen porzellanen Schale zur Trockne abgedunstet, und lieferte am Gewicht zwei Loth einer hellbraunen Substanz, die sich durch einen nicht unangenehmen süfslicht scharfen Geschmack und einen schwachen eigenthümlichen Geruch auszeichnete.

Jene Materie wurde in einen Kolben mit acht Loth gereinigten Schwefeläther übergossen, und nachdem Helm und Vorlage angebracht worden waren, einer vierstündigen Digestion unterworfen. Es waren hierbei 2 Loth Aether in die Vorlage übergegangen, und der rückständige stand fast farbenlos über der nicht aufgelösten Substanz: ein Beweis, dafs sie frei von beigemengten Harztheilen war.

Der Aether wurde hierauf abgegossen, der Rückstand aber mit 12 Loth Alkohol von 95 Procent, nach dem Tralles schen Alkoholometer, in Verbindung gesetzt, und das Ganze in einem Kolben mit Helm, einer vierstündigen Digestion unterworfen.

Es hatte sich eine braune durchsichtige Tinktur gebildet, unter welcher ein gelblich weifser unaufgelöster Satz befindlich war.

Die Tinktur wurde abgegossen, der Rückstand zu wiederholtenmalen mit Alkohol ausgewaschen, bis dieser keine Farbe mehr davon annahm, und nun bei gelinder Wärme vollkommen ausgetrocknet.

Das Trockne wog 2 Quentchen und 50 Gran: es zeigte sich nach allen seinen Eigenschaften wie Gummi, dem ein salziges Wesen beigemischt ist, und war im reinen Wasser vollkommen lösbar.

Die mit dem Alkohol gewonnene Tinktur wurde mit der Hälfte ihres Umfanges von reinem Wasser gemengt, ohne dafs eine Trübung dabei entstand. Nachdem der Alkohol durch die Destillation davon getrennt worden war, wurde der Rückstand in einer vorher abgewogenen Schale zur Trockne abgedunstet; er wog jetzt 1 Loth 2 Quentchen und 12 Gran, also 2 Gran mehr als er hätte wiegen sollen, welche Gewichtszunahme einer geringen Quantität rückständiger Wäfsrigkeit zugeschrieben werden mufs.

Der trockne Rückstand zeichnete sich durch eine hellbraune Farbe und einen süfslicht scharfen Geschmack aus. Bis auf weitere Untersuchung, halte ich denselben für eine Verbindung von Seifenstoff, von Schleimzucker und von einem zur Zeit noch nicht genau gekannten Salze.

Dem gemäfs ist also das der Zergliederung unterworfene Pfund Spargel zusammengesetzt gewesen aus:

a) Pflanzen-Eiweifs	0 Loth	0 Qtn.	40 Gran
b) Pflanzenfaser	0 —	3 —	0 —
c) Gummi mit salzigem Wesen verbunden	0 —	2 —	50 —
d) Seifenstoff mit Schleimzucker und Salztheilen verbunden	1 —	2 —	10 —
Summa	3 Loth	0 Qtn.	40 Gran.

Es kommen also für die dem frischen Spargel beiwohnende Wäfsrigkeit, verbunden mit einigen nicht wägbaren flüchtigen Theilen, die durch die Verdunstung entwichen sind, 28 Loth 3 Quentchen und 20 Gran zu stehen.

Folglich beträgt, mit Ausnahme der unwirksamen Pflanzenfaser, die ganze Masse der nahrhaften Bestandtheile in einem Pfunde Spargel, nicht mehr als 2 Loth 1 Quentchen und 40 Gran, also ohngefähr 7, 5 Procent.

Um zu erforschen, ob der eigne Geruch, der dem Urin nach dem Genufs des Spargels mitgetheilt wird, in einem darstellbaren flüchtigen Wesen gegründet seyn möchte, wurde ein halbes Pfund Spargel, im zerquetschten Zustande, in einer Retorte mit 2 Pfund destillirtem Wasser übergossen und ein Pfund Flüssigkeit überdestillirt.

Das Destillat erschien farbenlos, wasserklar, und mit einem starken dem Spargel eigenthümlichen Geruch begabt, der in der That demjenigen welchen der Urin besitzt, welcher nach genossenem Spargel gelassen wird, einigermafsen gleich kam, ohne dafs die mindeste Spur von einem ätherischen Oel auf dem Destillate bemerkt werden konnte; und eben so zeigte das Destillat einen spargelartigen Geschmack.

Gegen Silberauflösung, efsigsaures Blei, schwefelsaures Kupfer und salpetersaures Quecksilber zeigt dieses Destillat sich als ein färbendes Reagens; ein Beweis, dafs von demjengen Wesen ein Theil darin enthalten seyn mufs, welches dem frischen Safte des Spargels die Eigenschaft ertheilt, die Metalle zu färben.

Jenes färbende Wesen, was es auch seyn mag, mufs also in einer in der Wärme flüchtigen, in einem Theile des Saftes oder auch vielleicht in einer durch ein andres Wesen neutralisirten Substanz bestehen.

Vielleicht liegt es in den salzigen Körnern gebunden, deren ich oben gedacht habe, die man durch ein langsames Verdunsten des Spargelsaftes an der atmosphärischen Wärme gewinnt.

Vielleicht ist auch eben dieses salzartige Wesen der neue eigenthümliche Stoff, den Vauquelin im Spargel entdeckt haben will!

Eine fortgesetzte Untersuchung dieses Gegenstandes wird diese Fragen aufklären, deren Resultate ich alsdann dieser Abhandlung nachfolgen zu lassen, nicht verfehlen werde.

Untersuchung
über
die Milch der Kühe.

Von Herrn Sigism. Friedrich Hermbstädt *).

Vorläufige Bemerkungen.

Die Milch ist ein Produkt des Organismus und seiner Thätigkeit im Leben der Säugthiere. Vermöge der Lebensthätigkeit, wird aus den genossenen Nahrungsmitteln der Chylus zubereitet, der durch den Milchgang dem Blute zugeführet und aus diesem, bei dem weiblichen Geschlecht, in den Brüsten als Milch abgesetzt wird; aus denen sich dieselbe, unter den erforderlichen Bedingungen, in ihre gewöhnliche Form aussondert.

Die Milch ist eine der merkwürdigsten Aussonderungen des weiblichen Körpers der Thiere; sie verdienet die vorzüglichste Aufmerksamkeit des Arztes und des Physiologen, und ist deshalb von ältern und neuern Chemikern zum Gegenstande der Untersuchung gewählt worden.

Die Herren von Haller, Boerhave, Spielmann, Beccaria, Bergius, Scopoli, Morgagni und Voltelen gehören zu den ältern; die Herren Parmentier, Deyeur, Fourcroy, Vauquelin, Stiprian, Luiscius und Bond gehören zu den neuen Chemikern, welche die thierische Milch zum Gegenstande ihrer Untersuchung gewählt haben.

Die Gesichtspunkte, welche die genannten Chemiker bei ihren Untersuchungen ins Auge faſsten, waren indessen eben so verschieden, als die Resultate, welche ihnen dadurch dargeboten wurden, abweichend sind;

*) Vorgelesen den 5. December 1808.

und dieses gab mir die Veranlassung, auf diesen, der Physiologie so wie der chemischen Naturlehre gleichwichtigen, Gegenstand mein Augenmerk um so mehr zu richten, jemehr meine landwirthschaftlichen Arbeiten mir die Gelegenheit darboten, Umstände dabei zu berücksichtigen, die nicht edem andern Chemiker in gleicher Art zu Gebote stehen und dennoch für das Ganze von unbegränzter Wichtigkeit sind.

Bei meinen Untersuchungen, die während dem Zeitraume von drei Jahren von mir angestellet worden sind, habe ich die Milch der Kühe, der Stuten, der Eselinnen, der Schaafe, der Ziegen und der Frauen einer chemischen Bearbeitung unterworfen.

Zu einer andern Zeit gedenke ich auch die Milch der Schweine, der Hunde, der Katzen, der Kaninchen, und wenn sich mir die Gelegenheit dazu darbieten sollte, auch die der Haasen, der Hirschkühe, der Rehe, so wie der kleinern Säugthiere, als die der Ratten, der Hamster, der Eichhörnchen, der Stachel-Ygel, der Maulwürfe, der Mäuse etc. einer ähnlichen vergleichenden Untersuchung zu unterwerfen, deren Resultate ich der Königl. Akademie in einem zweiten Memoire vorzulegen die Ehre haben werde.

Meine Vorgänger haben sich begnüget, bei ihren Untersuchungen über die Milch der Thiere, blos die nähern Gemengtheile derselben, nach ihren quantitativen und qualitativen Verhältnissen, auszumitteln.

Mir schien es hingegen nothwendig zu seyn, auf die Constitution mehrerer Individuen des Thieres, auf Alter, Temperament, Zustand der Gesundheit, Wahl der Nahrungsmittel, Affekt, und andere Veränderungen Rücksicht nehmen zu müssen, weil sie sämmtlich als Potenzen angesehen werden müssen, die im Conflikt mit der körperlichen Masse des lebenden Geschöpfes, einen mehr oder minder bedeutenden Einflufs auf die natürlichen Absonderungen der Thiere, folglich auch auf die Milch haben müssen.

Man wird es nicht verkennen, und ich habe es empfunden, dafs Arbeiten solcher Art mit unendlichen Schwierigkeiten begleitet sind, nicht geachtet, dafs man noch mit der überaus leichten Veränderung der der Untersuchung unterworfenen Objekte dabei zu kämpfen hat, denen solche, vermöge ihrer organischen Beschaffenheit, so schnell unterworfen sind. Aber die Resultate solcher Untersuchungen sind auch zu belohnend, als dafs sie nicht das Mühevolle überwinden sollten, durch das sie hervorgezogen werden.

Untersuchung der Kuhmilch.

Ich wählte hierzu die Milch von drei verschiedenen vollkommen gesunden Kühen, sämmtlich von Ostfriesländischer Race. Sie wurden auf dem Stalle gefuttert, sämmtlich sehr reinlich gehalten, und kamen täglich nur ein Paar Stunden ins Freie. Die Nahrung bestand am Tage in kleingehacktem frischen rothen Klee, des Nachts erhielten sie trocknes Grasheu. Die Versuche wurden im Monath Junius, in verschiedenen Tagen hinter einander wiederholt. Die Kühe selbst sollen hier durch A. B. und C. bezeichnet werden.

A. war in dem Alter von 5 Jahren, hatte zum zweitenmahl gekalbet, und gieng mit dem dritten Kalbe im vierten Monat trächtig.

B. war in dem Alter von 7 Jahren, hatte viermal gekalbet, und gieng mit dem fünften Kalbe im dritten Monate trächtig.

C. War in dem Alter von 9 Jahren, hatte sechsmal gekalbet und gieng mit dem siebenten Kalbe im vierten Monat trächtig.

A. Lieferte des Morgens um fünf Uhr gemolken, dem Gewichte nach, $10\frac{1}{2}$ Pfund, des Mittags um zwölf Uhr $8\frac{1}{4}$ Pfund, und Abends um acht Uhr $7\frac{1}{2}$ Pfund, also in 24 Stunden zusammengenommen $26\frac{1}{4}$ Pfund Milch.

B. Lieferte des Morgens um 5 Uhr gemolken 10 Pfund, des Mittags 8 Pfund, und des Abends $7\frac{1}{2}$ Pfund, also zusammen in 24 Stunden $25\frac{1}{2}$ Pfund Milch.

C. Lieferte des Morgens $8\frac{1}{2}$ Pfund, des Mittags 7 Pfund und des Abends $6\frac{1}{2}$ Pfund, also in 24 Stunden zusammen 22 Pfund Milch.

Da jene Versuche vier Tage hinter einander fortgesetzt, bei völlig gleichem Futter sich gleich blieben, so glaubte ich daraus den Schlufs ziehen zu dürfen, dafs die Quantität der Milch abnimmt, so wie das Alter der Kühe zunimmt; denn die Differenz im Stande der Trächtigkeit bei jenen Kühen war zu unbedeutend, als dafs diese einen bedeutenden Einflufs auf die Ausbeute der Milch hätte haben können.

So wie die Ausbeute der Milch von den genannten drei Kühen verschieden war, so zeigte sich wieder im umgekehrten Verhältnifs ein Unterschied in ihrer specifischen Dichtigkeit. Ich bediente mich dazu eines massiven Glaskörpers, der mittelst einer sehr empfindlichen hydrostatischen Waage hinein gesenkt wurde. Die Bestimmung der specifischen Dichtigkeit geschahe gleich so wie die Milch aus dem Euter kam, wobei die Temperatur derselben zwischen 27 und 28° R. abwechselte. Die Tempe-

ratur des zur Vergleichung gewählten destillirten Wassers, war der der Milch gleich. Jene Versuche vier Tage hinter einander wiederholt, gaben mir folgende sich gleich bleibende Resultate.

1) Die spezifische Dichtigkeit der Milch von *A* zeigte sich des Morgens = 1,0270, des Mittags = 1,0269, und des Abends = 1,0268.

2) Die spezifische Dichtigkeit der Milch von *B* zeigte sich des Morgens = 1,0272, des Mittags = 1,0271; und des Abends = 1,0270.

3) Die spezifische Dichtigkeit der Milch von *C* zeigte sich des Morgens = 1,0274; des Mittags = 1,0272, und des Abends = 1,0271.

Differenzen, welche während der Zeit von 4 Tagen bemerkt wurden, während welcher Zeit ich diese Versuche fortsetzte, waren äufserst unbedeutend: so dafs es scheint, dafs die spezifische Dichtigkeit der Milch bei den Kühen mit ihrem Alter zunimmt, wenn gleich die Masse derselben, welche sie in gleichen Zeiträumen, im Vergleich mit jungen Kühen, darbieten, abnehmend wird; wovon ich indessen den zureichenden Grund den Physiologen zur Ausmittelung überlassen mufs. Die Herren von Stiprian, Luiscius und Bond, (*Mémoires de la Société de médec. à Paris* 1787 *et* 1788. *pag.* 525 *etc.*) fanden die specifische Dichtigkeit der auf der Weide mit frischem Gras genährten Kühe = 1,028: 1,000, gegen reines Wasser, bei welcher Temperatur sie gewogen wurde; wie das Alter der Thiere beschaffen war, in welchem Zustande der Trächtigkeit sie sich befanden, wie viele Ausbeute an Milch sie gaben, ob sie an verschiedenen Zeiten des Tages in der Dichtigkeit differirte etc., darüber haben sie keine Auskunft ertheilt.

Nach Beendigung dieser ersten Versuche, liefs ich dieselben drei Kühe eine andere Regel der Diät beobachten; sie bekamen 8 Tage hinter einander gar kein grünes Futter, sondern blos Hechsel von gutem Gerstenstroh mit dem vierten Theil Roggenkleie gemengt, und etwas Wasser benetzt; und zu meiner Ueberraschung sahe ich von Tage zu Tage die Ausbeute der Milch abnehmen bis zum vierten Tage, von welchem ab sich selbige nicht weiter verminderte.

Die Kuh A. gab jetzt Morgens 8 Pfund, Mittags 6, und Abends nur 5 Pfund, also in allem nur 19 Pfund Milch.

Die Kuh B. lieferte Morgens $7\frac{1}{2}$, Mittags 5, und Abends $4\frac{1}{2}$, also zusammengenommen nur 17 Pfund Milch.

Die Kuh C. lieferte Morgens $7\frac{1}{2}$, Mittags $4\frac{1}{2}$ und Abends 4, also zusammen nur 16 Pfund Milch.

Diese Verminderung in der Milchausbeute, welche auch während der folgenden drei Tage sich gleich blieb, war zu auffallend, als dafs man nicht bewogen werden sollte, den zureichenden Grund davon in der schlechteren Nahrung zu suchen.

Fernere Versuche lehrten mich, dafs jene schlechtere Nahrung nicht blos die Ausbeute der Milch verminderte, sondern auch, dafs die gewonnene Milch, wie ihre geringere specifische Dichtigkeit bewies, mehr Wasser und weniger concrete Theile enthielt. Denn:

Die Milch der Kuh A., zeigte in ihrer spezifiken Dichtigkeit sich Morgens = 1,0250, Mittags = 1,0249, Abends = 1,0248.

Die Milch der Kuh B. verhielt sich in der specifiken Dichtigkeit zu der von A. Morgens, Mittags und Abends untersucht, bis auf unbedeutende Kleinigkeiten, durchaus gleich.

Die Milch der Kuh C. zeigte Morgens eine specifische Dichtigkeit = 1,0252; des Mittags = 1,0251; und des Abends = 1,0249.

Woraus also hervorgehet, dafs auch bei dem schlechteren Futter die älteren Kühe doch immer eine Milch von etwas gröfserer spezifischer Dichtigkeit producirte.

Bei jenen auffallenden Beweisen von dem grofsen Einflufs der Nahrungsmittel, sowohl auf die Ausbeute als auf die Güte der Milch, schritt ich nun wieder zu einem andern Futter, dessen günstiger Einflufs auf die Produktion der Milch und ihre Güte, mir schon aus frühern Erfahrungen bekannt war; nähmlich ich wählte die jungen zwölf Zoll hohen süfsen und zuckerreichen grünen Stengel des Maïs oder türkischen Waizens, den ich besonders zu dem Behuf angebauet hatte. Jede einzelne Kuh bekam täglich, Morgens, Mittags und Abends, von den grünen Maïsstengeln ein volles Futter, so dafs sie, wie beim Klee, von selbst zu fressen aufhörte; des Nachts ward den Kühen trocknes Grasheu vorgeworfen. Die Ausbeute der Milch nahm zusehends zu, und die Zunahme dauerte bis zum fünften Tage, von wo ab sich selbige gleich blieb.

Die Kuh A. gab von dieser Zeit ab, Morgens 15, Mittags 12½ und Abends 10½ Pfund, also in allem 38 Pfund Milch.

Die Kuh *B* lieferte Morgens 13½, Mittags 11¼ und Abends 8¾ ℔. also zusammen genommen 33½ ℔. Milch.

Die Kuh *C* lieferte Morgens 12½, Mittags 10¾, und Abends 8 ℔., also zusammen 30¾ ℔. Milch.

Diese reichliche Milchausbeute blieb während des Zeitraums von sechs Tagen, da die Kühe fortwährend mit den Maïsstengeln gefüttert werden konnten, unverändert dieselbe; sie veränderte sich aber sogleich nach und nach, als ich aus Mangel an Maïsstengeln nun wieder die Fütterung mit grünem Kopfklee einführen mufste.

Aber nicht blos die Ausbeute der Milch war bei dem Gebrauch der Maïsstengel als Futter bedeutend grofs, sondern die Milch war auch reichhaltiger an festen Bestandtheilen, und ärmer an Wäfsrigkeit, wie der Unterschied ihrer spezifischen Dichtigkeit und auch die späterhin zu beschreibende Analyse derselben sehr deutlich lehrte.

Bei der Bestimmung ihrer specifischen Dichtigkeit zeigte sich die Milch von *A* des Morgens = 1,0274, des Mittags = 1,0273, und des Abends = 1,0272.

Die Milch von *B* zeigte des Morgens eine specifische Dichtigkeit von = 1,0275, des Mittags = 1,0274 und des Abends = 1,0274.

Die Milch von *C* zeigte des Morgens eine specifische Dichtigkeit von = 1,076, des Mittags = 1,0276, und des Abends = 1,0275.

Diese Verhältnisse der Dichtigkeiten waren, bei einer mehrtägig fortgesetzten Untersuchung, bis auf Minutissima, sich immer gleich.

Nähere Untersuchung der Milch.

Die Milch von den mit Klee gefütterten Kühen war sehr weifs, gegen das Licht gehalten völlig undurchsichtig, zeigte den eigenthümlichen nicht unangenehmen Geruch der Milch, und mildsüfslichen etwas fettigen Geschmack. Die Milch von den mit Gersten- und Roggenkleie gefütterten Kühen zeigte eine etwas ins Blaue schillernde Farbe, war gegen das Licht gehalten einigermafsen durchscheinend, ihr Geruch war nicht widrig, aber ihr Geschmack fade und einigermafsen bitter.

Die Milch von den mit Maïsstengeln gefütterten Kühen war vollkommen weifs, sehr consistent, gegen das Licht gehalten völlig undurchsichtig, sie besafs einen angenehmen Milchgeruch, und einen überaus milden, süfsen und Rahmartigen Geschmack; sie war die reichhaltigste unter allen.

Wird die Milch, welche des Morgens gemolken worden ist, mit Lackmuspapier in Berührung gebracht, so röthet sie selbiges in einiger Zeit, sie giebt also Spuren von freier Säure zu erkennen; dahingegen die

des Mittags oder des Abends gemolkene Milch nicht die mindeste Veränderung gegen das Lackmuspapier ausübt.

Das Röthen des Lackmuspapiers ist schon von Thenard bemerkt worden; und er glaubte, diese Säure in der Milch für Essigsäure ansehen zu müssen.

Wenn indessen die freie Säure einen steten Gemengtheil in der Milch ausmachen soll, so mufs sie auch zu jeder Zeit darin enthalten seyn, welches jedoch, meinen wiederholten Beobachtungen zu Folge, keinesweges der Fall ist, da ich selbige nur immer in derjenigen wahrnehmen konnte, welche des Morgens gemolken worden war, dahingegen sich die andere allemal neutral verhielt, und nur erst nach dem Zeitraum von funfzehn bis zwanzig Stunden Spuren von Säure erkennen liefs.

Es scheint also hieraus zu folgen, dafs jene Säure in der Milch erst erzeugt wird, wenn sie im Euter der Kühe lange angehäuft bleibt.

Um mich von der Richtigkeit dieser Vorstellung zu überzeugen, liefs ich eine Kuh vom Abend bis zum Mittag stehen, ohne sie melken zu lassen; und es schien mir in der That, dafs Lackmuspapier nun in weit kürzerer Zeit darin geröthet wurde.

Eben so liefs ich auch eine andre Kuh, nachdem solche des Morgens rein ausgemolken worden war, bis gegen zwölf Uhr des Nachts gehen, und nun zeigte auch die Milch von dieser Spuren der freien Säure: welches daher die vorgehende Veränderung der Milch, im Euter der Kühe, zu bestätigen scheint; aber den zureichenden Grund davon vermag ich nicht anzugeben.

Verhalten der Milch zu einigen andern Substanzen.

Die stärkern Säuren, wie Schwefelsäure, Salpetersäure, Salzsäure, Flufssäure, Phosphorsäure, Efsigsäure, Kleesäure, Weinsteinsäure, Citronensäure und Aepfelsäure, ja selbst der Wein, bringen die Milch zum Gerinnen; dahingegen die Kohlenstoffsäure und die Boraxsäure keine Veränderung darin veranlassen.

Die Gerinnung der Milch durch die erst genannten Säuren, wird durch die Wärme begünstigt, es bilden sich zusammenhängende Klumpen darin. Zugesetztes Kali macht das Geronnene wieder verschwinden, stellt aber die Milch nicht völlig wieder her.

Milde Alkalien, wie Kali, Natron und Ammonium, in sehr geringen Quantitäten, z. B. $\frac{1}{1000}$ zugesetzt, bringen keine sonderliche Veränderung in der Milch hervor. Werden sie aber in gröſsern Quantitäten, z. B. zu $\frac{1}{100}$ zugesetzt, so nimmt die Milch eine schleimige Beschaffenheit davon an, und wird beim Erhitzen bald gelb bald bräunlich von Farbe.

Aetzendes Kali, Natron und Ammonium, vorzüglich die beiden erstern, lösen die Milch zu einer seifenartigen Substanz auf, wenn sie derselben in nicht zu geringer Quantität beigesetzt werden, und ertheilen ihr im Sieden bald eine gelbe bald eine röthliche Farbe.

Kalk-, Baryt- und Strontitwasser bringen eine sichtbare Verdickung darin hervor und färben dieselbe, wenn sie damit erhitzt wird.

Die vollkommenen Neutralsalze, wie schwefelsaures, salpetersaures, salzsaures, phosphorsaures Kali, Natron und Ammonium, so wie die mit jenen Säuren gebildeten neutralen Verbindungen des Kalks und der Talkerde, bringen weder in der Kälte noch in der Wärme, eine Veränderung in der Milch hervor.

Die nicht neutralen Salze, wie Weinstein, Alaun und Kleesalz bringen hingegen die Milch vollkommen zum Gerinnen.

Reiner Alkohol läſst die Milch anfangs unverändert, wenn sie aber einige Stunden lang damit in Berührung gestanden hat und das Gemenge erhitzt wird, so kommt eine Gerinnung zu wege. Gemeiner Brandtwein bringt dagegen die Milch sehr bald zum Gerinnen.

Weiſser Arsenik und korrosives salzsaures Quecksilber lassen die Milch lange unverändert; nach einigen Stunden gerinnt sie aber, wenn die Verbindungen erwärmt werden.

Dagegen wird sie vom salzsauren Golde und vom salzsauren Eisen mit gelber Farbe koagulirt. Salpetersaures Quecksilber erzeugt darin anfangs eine rosenrothe Gerinnung, die späterhin eine Purpurfarbe annimmt. Salpetersaures Silber erzeugt eine gelbe Gerinnung. Schwefelsaures Kupfer eine grüne und die Zink-, Blei- und Wismuthauflösung eine weiſse.

Die Gallustinktur bringt die Milch sehr bald zum Gerinnen und bildet ein Präcipitat, der eine gegerbte Beschaffenheit merken läſst.

Ich lieſs ein Pfund vollkommen frische völlig neutrale Milch in einem Glase 4 Stunden lang anhaltend mit der Elektricität des ersten Leiters meiner groſsen Maschine in Verbindung treten, deren Conductor bei trockner

Witterung 18 Zoll lange Funken giebt; so daſs ein aus dem Glase heraushängender Zinndrath der Electricität wieder einen Ausweg bahnen konnte, ohne daſs eine Veränderung drinnen wahrgenommen wurde. Als ich aber hierauf einen Theil der electrisirten Milch erhitzte, kam sie sehr bald zum Gerinnen; es scheint also, daſs die Electricität eine Störung im Gleichgewicht des Zusammenhanges ihrer Gemengtheile veranlaſst.

Als ich dieselbe Operation mit einem andern halben Pfunde Milch wiederholte, hierbei aber zwei Stunden lang mittelst eines Lahnschen Funkenmessers verstärkte Funken, jeden von sechs Linien hindurch gehen lieſs, nahm die Milch schon nach der ersten Stunde eine etwas krause Beschaffenheit an, und gerann sehr schnell, wenn sie erwärmt wurde.

Dieses scheint die allgemein übliche Meinung zu begründen, daſs im Sommer die Electricität der Atmosphäre die leichtere Gerinnung der Milch veranlaſst.

Scheidung der Milch in ihre Gemengtheile.

Um die nächsten Gemengtheile der Milch von einander zu scheiden, bediente ich mich des folgenden Verfahrens: Die Milch wurde, so wie sie von der Kuh kam, in einer etwas flachen porzellanen Schale ruhig hingestellt, damit sich der Rahm von den käsigen Theilen trennen konnte. Der Rahm wurde mit einem Löffel so genau wie möglich abgenommen.

Um den fettigen Theil daraus abzusondern, wurde derselbe in eine Flasche gefüllet und unter Zutretung der Luft anhaltend geschüttelt. Die Butter trennte sich hierbei sehr leicht von den nicht fettigen und wäſsrigen Theilen, die in der Form der Buttermilch übrig blieben.

Um die ganze Butter von den derselben noch beigemengten käsigen Theilen vollkommen zu reinigen, wurde sie in einem silbernen Pfännchen über gelindem Feuer zerlassen. Die käsigen Theile sonderten sich hierbei im geronnenen Zustande von der Fettigkeit ab, und indem ich die flüssige Butter durch ein dünnes Haartuch drückte, lieſs sie sich vollkommen vom Käse trennen.

Die geronnene Milch, nachdem der Rahm abgenommen worden war, wurde in einer porzellanen Schale erhitzt, wobei der Käse sich koagulirte und die Molke mit Wasser klar zurück blieb.

Der Käse wurde alsdann durch Leinewand von der Molke getrennt, stark ausgepreſst und getrocknet.

Die Molke wurde aus einer Retorte bis auf den achten Theil gelinde überdestillirt, und der Rest an der Luft ferner verdunstet, bis er eine Extraktform annahm.

Das Extrakt wurde mit Alkohol digerirt, welcher eine gelbbraune Tinktur damit bildete und ein pulveriges Wesen zurück lieſs, das die Beschaffenheit des Milchzuckers zu erkennen gab.

Auf diese Weise behandelt, erhielt ich aus den vorhergedachten Milcharten:

1) Aus hundert Loth Milch von der Kuh *A* nach der Fütterung mit grünem Klee, 6 Loth Butter, 16 Loth Käse, 5 Loth Milchzucker und 73 Theile wäſsrige Molke.

2) Hundert Loth Milch von der Kuh *B* mit grünem Klee gefüttert, lieferten 7½ Loth Butter, 17 Loth Käse, 5 Loth Milchzucker und 70½ Loth Molke.

3) Hundert Loth Milch von der Kuh *C* mit grünem Klee gefüttert, lieferten 7½ Loth Butter, 17½ Loth Käse, 5 Loth Milchzucker und 70 Loth Molke.

a) Hundert Loth Milch von der Kuh *A*, mit Gerstenstroh und Kleye gefüttert, lieferten 4½ Loth Butter, 14 Loth Käse, 3 Loth Milchzucker und 78½ Loth Molke.

b) Hundert Loth Milch von der Kuh *B* lieferten 4½ Loth Butter, 15 Loth Käse, 3 Loth Milchzucker und 77½ Loth Molke.

c) Hundert Loth Milch von der Kuh *C* mit gleichem Futter genährt, lieferten 5 Loth Butter, 15½ Loth Käse, 3 Loth Milchzucker und 76½ Loth Molken.

d) Hundert Loth Milch von der Kuh *A* mit Maisstengel gefüttert, lieferten 8½ Loth Butter, 18½ Loth Käse, 6 Loth Milchzucker und 67 Loth Molke.

e) Hundert Loth Milch von der Kuh *B* lieferte 9 Loth Butter, 19 Loth Käse, 6 Loth Milchzucker und 66 Loth Molken.

f) Hundert Loth Milch von der Kuh *C* mit gleichem Futter genährt, lieferten 10 Loth Butter, 20 Loth Käse, 6½ Loth Milchzucker und 63½ Loth Molke.

Jener Milchzucker ist indessen nicht vollkommen rein, er enthält vielmehr Spuren von Küchensalz und von phosphorsaurem Kalk eingemengt, welcher letztere bei seiner Lösung mit reinem Wasser zurückbleibt, so wie die gemachte Lösung des Milchzuckers mit Wasser das salpetersaure Silber fället. Die quantitativen Verhältnisse der Theile desselben werde ich zu einer andern Zeit genauer ausmitteln und die Resultate dieser Untersuchung in der Fortsetzung dieser Abhandlung mittheilen.

Ueberblick der Säugthiere

nach

ihrer Vertheilung über die Welttheile.

Von Illiger.*)

Buffon, und nach ihm Zimmermann, haben die geographische Verbreitung der Säugthiere zum Gegenstande ihrer Untersuchungen gemacht. Zimmermann gab dieser Untersuchung eine solche Ausdehnung, wendete so grofsen Fleifs und so genaue Kritik darauf und entwickelte die daraus herzuleitenden Folgen mit so vielem Scharfsinn, dafs ein späterer Bearbeiter desselben Gegenstandes wenig mehr als das Verdienst sich erwerben kann, welches ihm ein Zeitraum von dreifsig für die Naturkunde sehr ergiebigen Jahren gewährt.

Ursprünglich war es meine Absicht, an Zimmermanns Geographische Geschichte des Menschen und der Säugthiere eine ähnliche Bearbeitung der Vögel anzureihen, und ich werde diese Arbeit von einem, wegen der zahlreichen Arten, grofsen Umfange der Akademie vorlegen, sobald ich einige mir noch nicht zugänglich gewesene Werke dazu werde benutzen können. Da ich bedachte, dafs die Zahl der Säugthierarten seit 30 Jahren fast um das Doppelte gewachsen war **), dafs seit jener Zeit eine Menge neuer Gattungen gefunden, und ein ganzer Welttheil, den damals Cook eben erst dem Blicke aufgedeckt hatte, nach seinen Erzeugnissen näher bekannt geworden war; dafs besonders die systematische Eintheilung der Quadrupeden in Natürlichkeit der zusammengeordneten Arten und Gattungen aufser-

*) Vorgelesen den 28. Februar 1811.

**) Zimmermanns Werk enthält etwa 400 Arten in 44 Gattungen, mein Verzeichnifs über 800 Arten in 119 Gattungen, mit Ausschlufs der eigentlichen Wallfische, welche Zimmermann überging.

ordentliche Fortschritte gemacht hatte, dafs ich eben dadurch in den Stand gesetzt war, neben den speciellen Angaben der Wohnplätze der einzelnen Arten, ganz besonders den Sitz und die Erstreckung einer jeden Gattung anzugeben, welches eine vorzügliche Aufmerksamkeit zu verdienen schien, und da ich dabei einige Gesichtspunkte auffasste, welche Buffon und Zimmermann, ihrer Absicht gemäfs, mehr angedeutet als ausführlich benutzt hatten, so darf ich hoffen, nicht ohne einigen Gewinn für die Naturkunde gearbeitet und eine interessante Seite der Zoologie zu einer Zeit beleuchtet zu haben, wo die reichlichen Entdeckungen eine weitere Uebersicht und die Aufhellung mancher noch dunkeln oder verworrenen Partieen gestatteten.

Bei dieser Arbeit ist das Verzeichnifs der Gattungen und Arten mit der Angabe des Vaterlandes einer jeden, so wie die Sammlung mehrerer Vergleichungstafeln der Thiere der Erdtheile untereinander freilich das Wesentliche, beide aber eignen sich nur zur Durchsicht, nicht zum Vorlesen. Dieses mufs sich auf einige Erläuterungen der mitgetheilten Verzeichnisse und Tafeln und auf einige aus denselben gezogene Resultate beschränken, und selbst in dieser Beschränkung war es unmöglich, und wenigstens meinem Talente unerreichbar, diesem Theile meiner Abhandlung das Trockne der Namenverzeichnisse zu nehmen, und ihnen durch neue und fruchtbare Ideen einen Reiz für den Zuhörer zu ertheilen. Auf das Nützliche meiner Arbeit wage ich Ansprüche zu machen; auf das Angenehme derselben für den Hörer, leiste ich, freilich ungern, Verzicht, doch ist ja Jenes wohl der wesentliche Zweck akademischer Beschäftigungen.

Um eine wirklich lehrreiche Uebersicht der jedem Erdtheile eigenthümlichen Thierbildungen zu erhalten, war es nothwendig, das System genau zu prüfen und es den natürlichen Verbindungen so nahe wie möglich zu bringen, ohne doch die Vortheile einer künstlichen Methode, nemlich leicht auffallende und anzugebende Kennzeichen, darüber einzubüfsen. In neuern Zeiten sind die Systeme der Zoologie durch eine vielseitige Bearbeitung und durch die Menge der aufgefundenen Formen sehr erweitert und verbessert. Die Verfahrungsweise, die durch ein natürliches Band verknüpften Gattungen in Familien zu sammeln, gewährt für die systematische Uebersicht überhaupt, aber ganz besonders für den Zweck der gegenwärtigen Abhandlung, aufserordentliche Vortheile. Ich habe daher bei der Aufzählung der Gattungen und Arten der Säugthiere ein eignes System

zum

zum Grunde gelegt, das aber mehr in der Anordnung, in den Familien-Abtheilungen und in den Gattungen, als in den Ordnungen selbst, von der z. B. in Dumerils analytischen Tabellen befolgten Methode abweicht, denn die Ordnungen waren schon alle, bis auf einige, natürlich gegründet.

Es würde meine ohnehin schon weitläuftige Abhandlung zu einem Buche anschwellen, wenn ich hier das gewählte Ordnungsgebäude in allen seinen Theilen genau darstellen und in allen seinen Abtheilungen rechtfertigen wollte. Ich kann um desto eher dieses umgehn, da die vorläufige Darstellung dieses Systems, das auch die Vögel umfaſst, gegenwärtig gedruckt wird. Hier werde ich nur einzelne Züge herausheben, vorher aber eine Bemerkung einschalten.

Die Benennungen der Ordnungen einer jeden Thierklasse glaubte ich aus Einem Princip herleiten zu müssen, wie man es vor Linné gethan. Ich konnte daher mehrere der bis jetzt angenommenen Ordnungsnamen nicht anwenden, und da ich zugleich dafür hielt, daſs diese Benennungen leicht verständlich seyn müssen, so konnte ich nur lateinische Wörter dazu wählen. Da die Bewegungswerkzeuge nicht blos die hauptsächlichen Kennzeichen der Ordnungen, sondern auch eine mannichfachere und besser auszudrückende Verschiedenheit darboten, als das Gebiſs, so sind die Namen der Ordnungen sämmtlich von ihnen entlehnt. Zu den Familienbenennungen sind, so viel wie möglich, leicht verständliche und keine Zweideutigkeit mit den Gattungsnamen veranlassende Ausdrücke angewendet.

Auch unter den Gattungsnamen wird man eine nicht geringe Zahl hier zum erstenmale erblicken, und bei näherer Ansicht manche derselben als neue Namen für schon bekannte Gegenstände erkennen. Da ich mich darauf berufen kann, daſs ich in meinem bisherigen Wirkungskreise zum Theil mit Erfolg die Beibehaltung der frühern Benennungen gegen neuere geltend gemacht habe, sobald jene tadelfrei waren, so wird man mir zutrauen, daſs nicht Neuerungssucht oder gar eine kleinliche Eitelkeit, sondern nur das wahre, von gründlichen Bearbeitern der Naturkunde als nothwendig anerkannte, Bedürfniſs mich vermögen konnte, so zu verfahren. Nicht genug, daſs jetzt häufig neue Gattungen ausgegeben werden, deren Kennzeichen man nicht entwickelt: man gibt sich nicht einmal die Mühe, einen schicklichen, nach den anerkannt guten Vorschriften gebildeten Namen für die Gattung zu ersinnen: man begnügt sich mit barbarischen, provinziellen, oft aus Miſsverstand herrührenden Benennungen. Namen wie *Saguinus, In-*

dri, *Lori*, *Galago*, *Luscus*, *Wombatus*, *Potorous*, *Kangurus*, *Acuti*, *Lama*, *Desman*, *Dugong*, *Anarnacus* darf man nicht dulden, wenn wir fortfahren wollen, in Linnés Geist und Art zu arbeiten. Man findet in grofsen Werken Namen wie *Secretarius*, *Eques*, *Unibranchapertura* für Gattungen von Vögeln und Fischen; die Benennung *Tupinambis* für eine Eidechsengattung ist aus einer argen Unkunde der lateinischen Sprache entstanden. Einige Namen, wie *Cebus*, *Echidna*, *Molossus*, *Setifer*, *Caudivolvulus*, *Lotor*, sind aus andern Rücksichten verwerflich. Jetzt ist es noch Zeit, sich dieser einbrechenden Barbarei entgegenzusetzen, indem noch kein klassisches Werk sie geheiligt hat; wartet man länger, so gewöhnt sich auch das bessere Ohr an solche Benennungen, und die Heilung kommt vielleicht zu spät. — Für neugebildete, oder doch vorher nicht so scharf unterschiedene Gattungen war es ohnehin nothwendig, neue Namen zu schaffen.

Die Säugthiere sind hier in 14 Ordnungen, 39 Familien und 125 Gattungen vertheilt, und enthalten etwa 830 Arten, von denen freilich mehrere noch auf unsichern Angaben beruhn. In dem Verzeichnisse sind bei jeder Art ein systematischer Name und die wichtigsten Synonyme aus Linné, Buffon, Schreber, Zimmermann, Shaw, und wo es nöthig war, aus einem andern Schriftsteller angegeben.

Da ich keine in naturhistorischen Schriften und in Reisebeschreibungen erwähnte Art umgehen durfte, wenn ich treu arbeiten und den Zweck einer vollständigen Uebersicht, so weit unsre gegenwärtige Kenntnifs der Säugthiere es gestattet, erreichen wollte, so erlangte ich zwar dadurch eine Vollständigkeit der Aufzählung, wie man sie bisher nicht hatte, aber der Kenner wird leicht ermessen, wie oft unzulängliche Angaben und Beschreibungen den Sammler in Verlegenheit setzten, um jedes erwähnte Thier zu seiner Art, und jede Art zu der passenden Gattung zu bringen. Es ist beinahe unglaublich, wie wenige Beschreibungen der Säugthiere und Vögel so gearbeitet sind, dafs sie aufser der Gröfse, der Zeichnung und einigen andern oberflächlichen Merkmalen, alle Verhältnisse der Theile und die genauen Angaben der Zahnbildung und der Füfse enthalten. Dies kommt freilich besonders von der seltnen Gelegenheit, viele dieser Thiere nebeneinander und nacheinander zu studiren, und von dem Umstande, dafs Pennant und Latham, die beide wohl die meiste Gelegenheit dazu hatten, weniger Sinn für das System und die genaue Kenntnifs, als für eine Vielzahl

von kurz anzudeutenden Arten besafsen. Pallas's meisterhafte und genugthuende Beschreibungen sind noch immer unerreichte Muster.

Es konnte daher bei diesem grofsen Mangel an sicher leitenden Beschreibungen nicht anders seyn, als dafs sehr viele Arten entweder auf das Wort des Schriftstellers oder auf gewagte Muthmafsungen, die sich zum Theil auf Analogieen und einzelne Nebenmerkmale stützen, zu den Gattungen gezählt sind. Ich hoffe, dafs manche unerwartete Versetzung von einer genauern Prüfung werde gutgeheifsen werden. Einige Gattungen sind nur auf einzelne Abweichungen gegründet, und sollen nur dienen, ihre Untersuchung zu empfehlen, welche vielleicht noch mehr Gründe der Unterscheidung entdecken wird. Eine solche Gattung ist bei den Quadrumanen *Lasiopyga*, die durch den Mangel von Gesäfsschwielen von dem verwandten *Cercopithecus* sich auszeichnet.

Manche als neu beschriebene Arten habe ich nach Andrer oder meinen eignen Untersuchungen auf bekannte Arten zurückführen können, aber die sorgfältigste Kritik, auch bei bessern Hülfsmitteln, als mir zu Gebote standen, mufs nach den unzulänglichen Angaben noch Vieles der Art unaufgelöst lassen. Manches Urtheil über eine Art würde ich vor einem strengen Richter gar nicht mit Gründen zu belegen im Stande seyn; ich appellire dabei an jeden in der Naturbeschreibung Geübten, ob er nicht zuweilen einen an Ueberzeugung grenzenden Glauben, dafs eine Sache so seyn werde, auf eine blofse Ahnung gründet, die wahrscheinlich aus einer häufigen Uebung des Vergleichens der Natur mit den Schriftstellern entspringt. — Es mögen daher noch manche Arten eingezogen, und dagegen manche mit andern verbundene wieder getrennt werden. Ich sehe meine Arbeit auch von dieser Seite als verdienstlich an, wenn dadurch vieles Ungewisse zur Sprache gebracht wird und die Berichtigung der Kenner veranlafst. Doch erinnere ich, dafs ich lieber eine ähnliche Art als verschieden ansah, wenn einige Gründe dafür sprachen, als dafs ich den entgegengesetzten Weg einschlug. Eine häufige Erfahrung von der Richtigkeit dieser Methode bei den Vögeln und Insekten empfahl auch hier diese Verfahrungsweise.

Die Erste Ordnung, *Erecta*, Aufrechte Säugthiere, welche nur den Menschen enthält, ist von dieser Abhandlung ausgeschlossen, so wie auch die Hausthiere, als solche, in ihren zahlreichen Abänderungen,

ausgeschlossen sind und nur als Arten und wo es nachzuweisen war, in ihrem ursprünglich wilden Zustande vorkommen.

In der Zweiten Ordnung, ***Pollicata***, Daumenfüſsige Säugthiere, habe ich die Ordnung der neuern Systeme, *Quadrumana*, mit den Familien der Beutelthiere vermehrt, die in jenen Systemen entweder eine eigne Ordnung bilden, oder unter dem Namen *Pedimana* den Fleischfressenden Thieren zugeordnet werden. Nicht bloſs die deutliche Handbildung des Hinterfuſses hat mich dazu vermocht, ob diese gleich um so bedeutender erscheint, wenn man die Bildung der Füſse der zu den Quadrumanen gestellten Sagoinaffen (*Hapale*) erwägt, die auch nur deutliche Hinterhände haben; auch die Zahnbildung, sowohl dieser Affengattung, als der Lemurartigen Thiere stimmt sehr gut mit den Beutelthieren überein. Daubenton*) hat schon eine ähnliche Verbindung gemacht, wodurch das Kennzeichen der Ordnung, der Daumen der Hinterfüſse, ausgezeichnet herausgehoben wird. Diese Ordnung enthält in 5 Familien und 26 Gattungen, 180 Arten, die fast alle auf die tropischen Länder beschränkt sind und nur in einzelnen Arten in die angrenzenden Länder der gemäſsigten Zone hinüberreichen.

Die erste dieser Familien *Quadrumana*, Vierhändige Säugthiere, enthält die zahlreichen Affenartigen Thiere, die auf der Einen Seite so nahe an den Menschen grenzen und die man als die Verkündiger des heiſsen Erdgürtels ansehn kann. So zahlreich sie aber in Afrika, Süd-Asien und Süd-Amerika vorkommen, so hat man sie doch noch nicht im tropischen Neuholland aufgefunden, und so wahrscheinlich es auch ist, daſs Neuguinea, welches dem Sitze des Orang-Utangs so nahe liegt, Thiere dieser Familie besitzt, so hat man doch bis jetzt noch keine Kunde davon, so wie überhaupt dieser interessante Theil der Erde uns in Ansehung seiner Erzeugnisse noch unbekannt geblieben ist. Die Zahl der Arten ist 116 in 12 Gattungen; die alte Welt enthält 79, Süd-Amerika 36 Arten; die Nord-Hemisphäre keine einzige Art.

Die zweite Familie ***Prosimii***, Makiartige Säugthiere, ist mit ihren 3 Gattungen und 17 Arten auf die tropische alte Welt eingeschränkt; weder Australien noch Süd-Amerika, noch die Nordhemisphäre besitzen davon eine Art. Sie haben auſser den Händen noch manche andre Eigenschaften mit den Quadrumanen gemein, nähern sich aber in ihrem fuchs-

*) *Encyclopédie méthodique, Système anatomique. Quadrupèdes par F. Vicq-d'Azyr. II. Discours prélimin. XCV. sqq.*

artig-spitzigen Gesichte, der Zahnbildung und den langen Schnurrharen den Beutelthieren. Sie sind besonders des Nachts thätig.

Die dritte Familie, der Hochfüfsigen Säugthiere, *Macrotarsi*, macht diesen Uebergang noch merklicher. Ihrer sind zwei Gattungen und sieben Arten, und sie sind auf dieselben Länder beschränkt.

Die anomalische Familie der Langfingrigen Säugthiere, *Psilodactyli*, enthält in 1 Gattung nur 1 Art: die *Chiromys* aus Madagaskar. Die deutliche Hand weist ihr in dieser Ordnung eine Stelle an, das Gebifs soll wie bei den Nagethieren seyn, doch scheint die Abbildung, die Sonnerat von diesem durch ihn bekannt gewordnen Thiere gegeben, eher ein Gebifs anzudeuten, wie es einige Neuholländische Beutelthiere zeigen; denn es fehlt die für die Nagethiere so charakteristische grofse Zahnlücke zwischen den Vorder- und Backenzähnen.

Die fünfte Familie enthält die Beutelthiere, *Marsupiales*, in 8 Gattungen und 40 Arten. Sie gehört fast ohne Ausnahme nach Neuholland und Süd-Amerika, und zeigt einen deutlichen Uebergang zu den kleinern auf den Sohlen gehenden Raubthieren; aber die Hinterhand bringt sie zu den *Pollicatis*. Die auffallende Eigenthümlichkeit eines die Säugwarzen umgebenden vorn offnen Beutels, worin die in einem unreifen Zustande gebornen Jungen bis zu ihrer Ausbildung an den Säugwarzen hangen, hat diese Familie mit der folgenden Ordnung gemein.

Die dritte Ordnung und Familie, der Springenden Säugthiere, *Salientia*, ist nur in Neuholland und Java einheimisch und enthält 2 nahe verwandte Gattungen und 8 Arten. Sie haben bei unverhältnifsmäfsig grofsen und starken Hinterbeinen nur sehr kleine Vorderbeine, und können daher nicht auf allen Vieren gehn, sondern nur in Sätzen springen, wobei ihnen der musculöse Schwanz hilft. Einige ziehn sie zu den Nagethieren, wovon sie aber die Zähne, selbst die den Backenzähnen der Schweine ähnlichen Backenzähne, und der Zitzenbeutel unterscheidet; andre rechnen sie zu den Beutelthieren, wovon aber die zusammengesetzten Backenzähne und der mangelnde Daumen sie trennen. Sie bilden deshalb sehr schicklich eine besondere Ordnung.

Die vierte Ordnung, *Prensiculantia*, Pfötelnde Säugthiere heifsen bei Linné *Glires*, bei Andern *Rosores*, im Deutschen Nagethiere. Sie sind sehr zahlreich, denn ihre 167 Arten sind in 25 Gattungen und 8 Familien über die ganze Erde, einige freilich durch Zuthun des Menschen, ver-

breitet. Die alte Welt hat 103 Arten, wovon 97 ihr ausschliefslich gehören; Australien besitzt nur 2 eigenthümliche Arten, Amerika 62 ausschliefslich eigne und 6 mit der alten Welt gemeinschaftliche Arten.

Die erste Familie, Langbeinige Säugthiere, *Macropoda*, von 3 Gattungen und 14 Arten, schliefst sich in der Gestalt und besonders in dem Mifsverhältnifs der Hinterbeine zu den kurzen Vorderbeinen, zum Theil auch in der springenden Bewegung, die aber auch mit einem vierbeinigen Gange verbunden werden kann, an die vorhergehende Ordnung an, hat aber im Gebisse und den übrigen Eigenschaften eine völlige Uebereinstimmung mit den andern Arten dieser Ordnung. Sie sind gröfstentheils der alten Welt eigen; Nord-Amerika hat nur 2 Arten; Süd-Amerika und Australien gar keine.

Die zweite Familie, *Agilia*, Schwippe Säugthiere, wozu die Eichhörnchen und Flieghörnchen gehören, enthält in 4 Gattungen 40 Arten, wovon 25 in der alten Welt, 15 in Amerika, aber keine in Australien vorkommen.

Die dritte Familie, der Mäuseartigen Säugthiere, *Murina*, welche die eigentlichen Mäuse, Murmelthiere, Hamster enthält, hat 52 Arten und 5 Gattungen. Einige Arten sind über die ganze Erde zerstreut; 37 kommen in der alten Welt, 17 in Amerika vor.

Die vierte Familie, der Grabenden Säugthiere, *Cunicularia*, ist der vorhergehenden Familie nahe verwandt und wurde zum Theil mit den Gattungen derselben verbunden. Die zusammengesetzten Backenzähne bilden den Hauptunterschied derselben. 3 Gattungen enthalten 20 Arten, wovon 15 in der alten Welt, 6 in der neuen vorkommen. Australien fehlen sie.

Die fünfte Familie, Schwimmfüfsige Säugthiere, *Palmipeda*, enthält die beiden Gattungen *Hydromys* und *Castor* und nur 5 Arten, wovon eine, der schuppenschwänzige Biber, der ganzen nördlichen Hemisphäre gemeinschaftlich ist. Süd-Amerika besitzt zwei andere, und Neuholland die beiden übrigen Arten, wo sie die einzigen ursprünglichen Thiere aus dieser Ordnung ausmachen. Der Hauptcharakter der Familie sind Schwimmfüfse an fünfzehigen Hinterbeinen.

Die sechste Familie, Stachelrückige Säugthiere, *Aculeata*, zeichnet sich in dieser Ordnung durch die längern oder kürzern Stacheln aus, womit das Thier mehr oder weniger besetzt ist. Aufser ihnen sind

noch zwei Gattungen kleiner Krallenthiere, und zwei Neuholländische Thiere aus der Ordnung der Kriechenden Säugthiere mit Stacheln bewaffnet. Die 14 Arten gehören 2 Gattungen an, wovon nur 3 in der alten Welt, 11 in Amerika leben. Australien hat keine derselben.

Die siebente Familie, Doppelzähnige Säugthiere, *Duplicidentata*, merkwürdig durch eine nur bei ihr vorkommende Eigenschaft, daſs hinter den beiden obern Vorderzähnen noch zwei kleinere liegen, enthält nur 2 Gattungen, den Hasen und das Schoberthier (*Lepus, Lagomys*) und 14 Arten, wovon 11 in der alten Welt, 5 in Amerika, keine in Australien vorhanden sind.

Die letzte achte Familie, der Hufkralligen Säugthiere, *Subungulata*, ist auf Süd-Amerika eingeschränkt und enthält in 4 Gattungen, die bisher unter dem Namen *Cavia* verbunden waren, 8 Arten. Ihre Klauen gehn sehr deutlich in die Hufform über, so wie das Kapybara, *Hydrochoerus*, durch seine ansehnliche Gröſse und seine Lebensart den Uebergang zu der folgenden Ordnung bereitet.

Die fünfte Ordnung, *Multungula*, Vielhufige Säugthiere, werden auch wohl *Pachydermata* genannt, und entsprechen den Linnéischen *Belluae*. Sie haben mehr als zwei die Erde berührende Hufe, oder hufartige Nägel, und die Gattung, bei der nur zwei Hufe aufstehn, unterscheidet sich von den *Bisulcis* durch das Gebiſs, indem bei ihnen Eckzähne und auch in der obern Kinnlade Vorderzähne gefunden werden. Die Backenzähne sind mit Schmelzfalten durchzogen, welches man nur noch bei den *Salientibus*, bei einigen *Prensiculantibus*, bei den *Solidungulis* und *Bisulcis* findet. Es sind 7 Gattungen und 16 Arten, von denen 12 in der alten Welt, 4 in Amerika vorkommen. Neuholland besitzt kein Thier dieser Ordnung.

Jede Gattung ist so sehr von den andern verschieden, daſs sie fast alle eigne Familien bilden; nur die erste Familie der Nagelhufigen Säugthiere, *Lamnunguia*, enthält zwei Gattungen, aber nur 3 Arten. Sie sind in dieser Ordnung nur klein und wurden ehemals zu den *Prensiculantibus* gezählt, bis Cuvier ihnen ihre richtige Stelle anwies. *Lipura* ist in Nord-Amerika, *Hyrax* in zwei Arten in Afrika und Asien einheimisch. Zwei Vorderzähne oben, vier Vorderzähne unten, für die Eckzähne eine Zahnlücke, 28 schmelzfaltige Backenzähne; Hufnägel auf den Zehen sind ihr Charakter.

Die zweite Familie, ***Proboscidea***, Rüsselthiere, enthält den Elephanten, *Elephas*, mit zwei nur auf das tropische Asien und Afrika angewiesenen Arten.

Die dritte Familie, ***Nasicornia***, Nasenhörnige Säugthiere, mit der einzigen auf dieselben Länder beschränkten Gattung *Rhinoceros* von 3 Arten.

Von der vierten Familie, Schwerfällige Säugthiere, ***Obesa***, enthält Afrika die einzige bekannte Art, den *Hippopotamus.*

Die fünfte Familie, Langnasige Säugthiere, ***Nasuta***, besitzt auch nur Eine südamerikanische Art, den *Tapirus.*

In der sechsten Familie, ***Setigera***, Borstige Säugthiere, steht die Gattung *Sus* mit 6 Arten, von denen 4 der alten Welt und Neuguinea, 2 Südamerika angehören.

Die sechste Ordnung bilden die Einhufigen Säugthiere, ***Solidungula***, mit Einer Familie und Einer Gattung, *Equus*, deren 6 Arten der alten Welt eigenthümlich sind.

Die siebente Ordnung, ***Bisulca***, Zweihufige Säugthiere, auch Wiederkäuende Thiere, *Ruminantia* und *Pecora* genannt, enthält in 4 Familien und 8 Gattungen, 93 Arten, von denen 74 in der alten Welt, 21 in Amerika, keine in Neuholland, gefunden werden.

An der Spitze der Familien stehn die Schwielenfüfsigen Säugthiere, ***Tylopoda***, die von den übrigen Thieren dieser Ordnung durch eine schwielige vorn nur eingekerbte Sohle, zwei kleine Hufe an der Spitze der Zehen, und durch zwei Vorder- und einige Eckzähne in der Oberkinnlade sich auszeichnen, und in ihrem Gebisse einen nicht undeutlichen Uebergang zu den Pferden machen. In 2 Gattungen, die man ehemals zusammenfafste, sind nur 7 Arten. *Camelus* mit 2 Arten ist der alten Welt; *Auchenia* (*Llacma*) mit 5 Arten Südamerika eigen.

Die zweite Familie, Abschüssige Säugthiere, ***Devexa*** enthält die im tropischen Afrika einheimische *Camelopardalis.*

Die folgende Familie der Rehartigen Thiere, ***Capreoli***, hat in 2 Gattungen *Cervus* und *Moschus*, 28 Arten, von denen 18 in der alten, 10 in der neuen Welt vorkommen.

Die vierte Familie der Scheidenhornigen Säugthiere, ***Cavicornia***, wohin die 3 Gattungen *Antilope*, *Capra* und *Bos* gehören, enthält

hält 57 Arten, die mit Ausnahme von 4 Arten, die man in Nord-Amerika findet, alle der alten Welt angehören.

Bis hierher folgten die Ordnungen ziemlich ungezwungen aufeinander, aber hier findet sich eine grofse Lücke, welche keine der noch folgenden Ordnungen schicklich ausfüllen kann.

Die achte Ordnung, *Tardigrada*, Träge Säugthiere, kann man zwar wegen ihres viertheiligen Magens, wegen des Mangels der Vorderzähne, der bei den Zweihufigen Thieren schon in der Oberkinnlade Statt fand, wegen der grofsen, die Zehenspitzen fast umkleidenden Klauen, als auf gewisse Weise mit den *Bisulcis* zusammenhangend ansehn, doch bleibt zu ihnen immer ein grofser Sprung; allein sie reihen sich in der jetzigen Reihe der Säugthiere nirgends schicklich an. Von den beiden Gattungen der einzigen Familie ist das Faulthier mit 3 Arten auf das tropische Süd-Amerika, der erst vor kurzem bekannt gewordne *Prochilus* mit 1 Art auf Bengalen beschränkt.

Die neunte Ordnung, *Effodientia*, Scharrende Säugthiere, welche die *Edentata* des Cuvierschen Systems begreift, hängt durch mehrere Uebereinstimmungen des innern und äufsern Baues natürlich genug mit den *Tardigraden* zusammen. Aufser den Vorderzähnen fehlen auch die Eckzähne, oft sind gar keine Zähne vorhanden. Die Klauen sind grofs und dienen zum Aufscharren der Erde. In 2 Familien sind 5 Gattungen und 24 Arten, wovon 6 in der tropischen alten Welt, 18 in Süd-Amerika vorkommen, Australien keine besitzt.

Die erste Familie, *Cingulata*, Gegürtelte Säugthiere, hat 2 Gattungen, die man bis jetzt in einer, *Dasypus*, verband, und 14 Arten, und ist ganz auf Süd-Amerika eingeschränkt. Sie zeichnen sich durch eine knochige Schale aus, die in der Mitte des Rückens durch Querstreifen unterbrochen ist.

Die andere Familie, *Vermilinguia*, Wurmzungige Säugthiere, enthält in 3 Gattungen 10 Arten, wovon 6 in der alten Welt, 4 in Süd-Amerika vorkommen. Sie haben fast alle gar keine Zähne, eine kleine Mundöffnung, eine lange rundliche schnell bewegliche Zunge, an deren klebriger Feuchtigkeit die Termiten und Ameisen hangen bleiben, über welche diese Thiere die Zunge hinziehn. *Orycteropus* grenzt durch die Bakkenzähne, *Manis* durch die Knochenschuppen seiner Bekleidung an die *Cingulata*.

Die zehnte Ordnung, *Reptantia*, Kriechende Säugthiere, ist erst neuerlich entdeckt, und unterscheidet sich durch den Mangel der Säugwarzen, durch eine von fleischigen Lippen unbedeckte schnabelförmige Schnauze, durch die für die Geschlechtstheile und den After gemeinschaftliche Oeffnung (woher der Name *Monotremata* entstanden) und durch mehrere andre Eigenthümlichkeiten so sehr von den übrigen Säugthieren, dafs man sie als ein zweideutiges Mittelding zwischen ihnen und den Amphibien betrachtete. Die beiden Gattungen *Ornitorhynchus* und *Tachyglossus* (denn der Name *Echidna* hat wohl seine Entstehung einer Verwechslung der ähnlichen Laute mit *Echinus* zu danken, und gehört von uralten Zeiten einer Viper) enthalten 4 Arten und sind Neuholland eigen. Eine Muthmafsung bringt die Javanische *Testudo squamata Bontii* zu diesen Thieren, die daher unter dem Namen *Pamphractus* aufgeführt ist.

Nun folgt ein zweiter Sprung in der Reihenfolge der Ordnungen. Die *Reptilia* konnte ich nicht von den *Fodientibus* trennen, weil sie durch *Myrmecophaga* sehr gut damit zusammenhangen, indem bei *Tachyglossus* eine ähnliche Zunge zu gleichem Dienst vorhanden, auch beide Ordnungen, sowohl die Faulthiere, wie die *Fodientia* anfangen, in ihrem Knochenbaue ungewöhnliche Bildungen zu verrathen. Aber an die *Reptilia* schliefst sich keine andre Ordnung an, man müfste denn das Vogelähnliche des Schnabelthiers für einen Uebergang zu den, so lange für Vögel gehaltnen Fledermäusen gelten lassen wollen.

Die elfte Ordnung, *Volitantia*, Fliegende Säugthiere, die man auch unter dem Namen *Alipedes* oder *Chiroptera* besonders, oder als eine Abtheilung der Raubthiere aufführt und die Linné zu seinen *Primates* zählte, womit sie auch durch *Galeopithecus* und die Lemurartigen Thiere einige Verwandtschaft haben, enthält zwei Familien, 10 Gattungen und 56 Arten, von denen 29 in der alten Welt, 25 in der neuen Welt einheimisch sind.

Die erste Familie, *Dermoptera*, Pelzfliegende Säugthiere, nähern sich in ihrer Flatterhaut mehr den Flieghörnchen (*Petauristes*) und Schwungthieren (*Phalangista*), indem die Finger der Vorderfüfse nicht wie bei der folgenden Familie grätenförmig durch die Haut verbreitet sind, diese Haut auch nicht so florähnlich dünn und nackt ist. Doch sind die Vorderfinger durch eine Haut verbunden, und die Flughaut geht auch hinten um den Leib und begreift den Schwanz in sich, auch fehlt der Daumen. Das Ge-

bifs unterscheidet die eine Gattung dieser Familie mit 3 nur im östlichen Südasien vorkommenden Arten, von den Flieghörnchen deutlich genug.

Die zweite Familie, *Chiroptera*, Hautfliegende Säugthiere, enthält die eigentlichen Fledermäuse in 9 Gattungen und 53 Arten, wovon 26 der alten, 26 der neuen Welt, 1 ungewissen Vaterlandes.

Die zwölfte Ordnung, *Falculata*, Krallende Säugthiere, bei Linné *Ferae*, enthält die mehrentheils vom Raube lebenden Thiere mit allen drei Arten von Zähnen, mit Krallen, ohne Daumen an den Füfsen. Sie begreift 4 Familien, 21 Gattungen, 192 Arten, wovon in der alten Welt 116, in Amerika 90 vorkommen, in Neuholland aber nur 1, ein Hund.

Die erste Familie sind die *Subterranea*, Unterirdische Säugthiere, eine reichhaltige Sammlung nur kleiner, auf der ganzen Sohle schreitender Krallenthiere, die sich vorzüglich von Würmern, Insekten und von Pflanzenkost nähren. Sie unterscheiden sich von den Sohlenschreitenden Raubthieren besonders durch den Umstand, dafs bei ihnen die Eckzähne eine zweideutige Gestalt zwischen Backen- und Vorderzähnen haben, auch in der Regel kleiner als diese sind; ihre Backenzähne haben viele Spitzen von mannichfacher und merkwürdiger Anordnung und Verbindung. Die Zahl der Gattungen ist 8, der Arten 34, wovon 25 in der alten Welt, 10 in Amerika leben: Maulwurf, Spitzmaus, Igel gehören hierher.

Die zweite Familie, *Plantigrada*, Sohlenschreitende Säugthiere, haben alle sehr deutliche und starke Eckzähne, oben und unten 6 Vorderzähne, vorwärts schneidende, hinterwärts flachkronige Backenzähne; sie gehn auf der ganzen deshalb unbehaarten Sohle. Es sind ihrer 6 Gattungen und 31 Arten, wovon 8 in der alten, 26 in der neuen Welt vorkommen. Bär, Dachs sind von dieser Familie.

Die dritte Familie enthält die eigentlichen Raubthiere. *Sanguinaria*, Reissende Säugthiere, die man auch wohl zum Unterschiede von jener Familie, Zehenschreiter, *Digitigrada*, nennt, weil sie nur auf die Zehenspitze auftreten. Sie haben das Gebifs der Sohlenschreiter, aber ihre Eckzähne sind stärker und schärfer, die Backenzähne mehr schneidend. Einige können die scharf zu erhaltenden Krallen ganz oder zum Theil in eine Scheide zurückziehn, wie *Felis*, *Viverra*. Der Gattungen sind 6, der Arten 78; 45 derselben in der alten Welt, 1 in Neuholland, 32 in Amerika.

Die Thiere der vierten Familie, *Gracilia*, Schlüpfende Säugthiere, von Ray *Verminei* genannt, sind den vorhergehenden nahe ver-

wandt und eben so blutgierig, sie haben aber aufser der langen schlanken Gestalt auf niedrigen Beinen, vermöge welcher sie durch enge Löcher schlüpfen können, noch das Unterscheidende, dafs von den untern Vorderzähnen der zweite jeder Seite nach hinten gedrängt ist, wovon man bei einigen Plantigraden schon eine Aehnlichkeit findet. Sie enthält 4 Gattungen und 49 Arten, wovon 29 in der alten, 26 in der neuen Welt vorkommen. Mit den hierhergehörenden *Herpestes* oder Ichneumon *Mephitis* und *Mustela*, sind noch immer so manche Thiere der vorhergehenden Familien aus den Gattungen *Viverra*, *Gulo*, und *Meles* zusammengefafst, dafs es fast unmöglich ist, jeder Gattung das Ihrige anzuweisen.

Die dreizehnte Ordnung, *Pinnipedia*, Flossenfüfsige Säugthiere, die man auch wohl *Amphibia* nennt, hängt durch die Gattung *Lutra* der vorhergehenden Familie so eng mit der vorigen Ordnung zusammen, dafs wenn nicht die grofse Schwierigkeit entstände, wohin man das im Körperbau den Robben so ähnliche Wallrofs, *Trichechus*, bringen sollte, man sehr füglich *Phoca* mit den *Falculatis* verbinden könnte. Sie unterscheiden sich von der vorhergehenden Ordnung durch ihren langen unförmlichen nach hinten verengten Leib, die nicht ganz aus dem Rumpfe entwikkelten kurzen ruderförmigen Beine, wovon die Hinterbeine nach hinten hinausgestreckt, fast einen waagerechten Schwanz bilden. Die beiden Gattungen *Phoca* und *Trichechus* (denn die übrigen dazu gerechneten gehören offenbar zur folgenden Ordnung) sind in der Bildung und Stellung der Zähne aufserordentlich verschieden, jene den Raubthieren, diese den *Multungulis* ähnlich. Man führt 29 Arten auf, von denen 23 in der alten Welt, 15 in der neuen Welt vorkommen. Neuholland und Neuseeland besitzen mehrere derselben.

Die vierzehnte und letzte Ordnung, *Natantia*, Schwimmende Säugthiere, enthält die im Meere lebenden Säugthiere, bei denen die Brustglieder oft ganz in eine Flosse, die Hinterbeine völlig in einen waagerechten Schwanz verwachsen sind. Die Robben und Wallrosse konnten noch auf das Land und die Eisschollen kriechen, ja sich ganz hurtig darauf bewegen; diese Thiere, welche zum Theil ungeheure Massen bilden, können nur schwimmen, und werden nur durch das Bedürfnifs des Athmens an die Luft gelockt. Es sind 2 Familien, 9 Gattungen und 47 Arten, aber ihre Zahl und Geschichte liegt noch im Dunkel. 38 Arten sind in den Meeren der alten Welt und Australiens, 25 an den Amerikanischen Küsten bemerkt.

Die erste Familie, die ich *Sirenia*, Sirenenartige Säugthiere genannt habe, weil sie diejenigen Arten begreift, welche die vorzügliche Veranlassung zu den Erzählungen von Meermenschen gegeben haben, hat man immer zu der vorhergehenden Ordnung, ja gar in die Gattung Wallrofs, *Trichechus*, gezogen, da doch ihr ganzer Bau und ihre Lebensart ihnen die Stelle neben den Wallfischen anweist, von denen sie die mehr ausgebildeten und mit Nägeln oder einer hufartigen Kruste besetzten Brustglieder, die in einen Schwanz verwachsenen Bauchglieder und der Mangel der Spritzlöcher unterscheiden. In 3 Gattungen, *Manatus*, *Halicore* und *Rytina*, sind 7 Arten, wovon 5 in der alten Welt, 3 in Amerika vorkommen.

Die andre Familie enthält die eigentlichen Wallfische, *Cete*, wovon man 6 Gattungen und 40 Arten angegeben findet, deren 33 in der alten Welt und in Australien, 23 in Amerika vorkommen sollen. Sie haben gar keine Bauchglieder und eine besondere Schwanzflosse.

Zu dieser Uebersicht der Ordnungen und Familien gehört die I. Tafel.

In der II. Tafel sind die einzelnen Gattungen nacheinander aufgeführt und in 5 Rubriken gezeigt, in welchem Welttheile die Arten derselben vorkommen, und zwar sind die, einem Welttheile ausschliefslich eignen von denjenigen getrennt, die er mit andern gemeinschaftlich besitzt. Eine Rubrik fafst unter dem Namen der alten Welt die Welttheile Europa, Afrika, Asia, Australien zusammen, um eine Vergleichung mit der westlichen oder untern Hemisphäre, mit Amerika, zu gewähren.

Bei der folgenden Uebersicht der Vertheilung der Gattungen und Arten über die Welttheile bin ich aber nicht dieser Tafel gefolgt, weil eine andere Verfahrungsweise eine bequemere und lehrreichere Uebersicht gewährte.

Europa liegt nur in der nordlichen gemäfsigten Zone. Man kann es daher füglich nur mit gleichliegenden Landstrecken vergleichen, um ein richtiges Verhältnifs zu bekommen. Daher habe ich ihm Nordasien und Nordamerika gegenübergestellt. Man wird sehn, dafs in allen diesen Erdtheilen, welche die nordliche Hemisphäre bilden, ziemlich ähnliche Thierformen vorkommen, manche sich ganz durch dieselbe erstrecken, und nur wenige auch der südlichen Erde zugehören. Alle diese Ländermassen hangen auch auf gewisse Weise zusammen, und der Uebergang des Einen in den Andern ist zum Theil so unmerklich, dafs nur Herkommen oder ein

Machtspruch sie absondert. Grönland ist zu Nordamerika gezogen, mit dem es wahrscheinlich zusammenhängt; Island darf man von Grönland nicht wohl trennen, Spitzbergen ist Europa zugerechnet. Die Aleutischen Inseln sind zu Asien gezählt.

Die südliche Grenze Nordasiens bildet etwa der 40ste Grad N. Br, auf der westlichen Seite das Schwarze und Kaspische Meer, ostlich die hohen Gebirgszüge, welche die Indien und China nordlich begrenzen. Die Japanischen Inseln sind zu Nordasien genommen.

Nordamerika reicht etwa bis zum 25sten Grade der N. Br. hinab.

Die zweite Reihe von zu vergleichenden Erdtheilen bilden 1) ganz Afrika mit Madagaskar und den an diesem Welttheile liegenden Inseln; 2) Süd-Asien von jener oben angegebnen Grenze an bis an die Inseln nordlich von Neuholland, ostlich bis an die Philippinen und Molukken; 3) Australien, welches aufser den im grofsen Ocean zwischen Asien und Amerika enthaltenen Inseln, Neuguinea, die Luisiade, Neuholland mit Diemensland, Neuseeland, Kerguelenland begreift; 4) Südamerika, vom nordlichen Mexiko etwa unter dem 25° N. Br. an bis zum Feuerlande, mit Einschlufs der Westindischen, Gallapagischen und Falklandsinseln und Neugeorgien.

Auf diese Art bekommt man eine Uebersicht der Länder der gemäsigten und kalten nordlichen Zone, und der tropischen Länder unsers Erdkreises. Die Erfahrung zeigt, dafs aus dem heifsen Erdgürtel manche Thiere wegen des nordlich und südlich damit unmittelbar zusammenhangenden Landes, in die gemäfsigte Zone überstreifen.

III. Tafel.

Vergleichende Uebersicht der Familien, Gattungen und Arten der nordlichen Hemisphäre.

1. Europa.

Europa auf der nordlichen und ostlichen Halbkugel ist nur als ein Fortsatz von Nordasien zu betrachten und liegt ganz innerhalb der gemäfsigten und kalten Zone, indem sein südlichster Punkt nur zum 35° N. Br. reicht. Seine Längen-Erstreckung beträgt etwa 70 Grade, also nur die Hälfte von der Längen-Erstreckung Nordasiens und Nordamerikas. Aus dieser Lage und Ausdehnung folgt schon, dafs keine sehr grofse Mannichfaltigkeit der Naturerzeugnisse Statt finden werde. Von tropischen Pflan-

zen und Thieren, die man in Amerika und in Australien noch weiter in die gemäfsigte Zone hinein findet, z. B. einige höhere Palmen, baumartige Farrenkräuter, Papageien, Affen, zeigt das südliche Europa keine freiwillige Spur. Aber die Nähe, ja man möchte sagen, der ehemalige Zusammenhang mit Nordafrika, ist in mehreren Produkten der Küste des Mittelländischen Meers unverkennbar. Eine Menge Gewächse und Insekten sind dieser mit der Barbarei gemein, und selbst einige Säugthiere, namentlich *Hystrix cristata*, *Viverra Genetta*, gehören dahin.

Die Anzahl der Gattungen beträgt in Europa 40, der Arten 131; unter diesen sind aber nur 33 dem Welttheile eigenthümlich, 98 demselben mit andern, besonders Nordasien und Nordamerika, gemein. Von allen Gattungen kann man keine als ein ausschliefsliches Eigenthum Europa's ansehn.

Hier ist das Namenverzeichnifs seiner Gattungen und Arten, unter denen die eigenthümlichen ausgezeichnet sind.

Dipus halticus
Sagitta
Myoxus Glis
Dryas
Nitela
Muscardinus
Tamias striatus
Sciurus vulgaris
Pteromys volans
Arctomys Marmota
Bobac
Citillus
guttatus
Mus decumanus
Rattus
Musculus
sylvaticus
agrarius
minutus
soricinus
Cricetus vulgaris
Spalax Typhlus

Georychus talpinus
Hypudaeus Lemmus
migratorius
torquatus
arvalis
Glareolus
rutilus
amphibius
Castor Fiber
Hystrix cristata
Lepus variabilis
timidus
Cuniculus

Sus Scrofa

Equus Caballus

Cervus Alces
Elaphus
Tarandus
Dama

Cervus Capreolus
Pygargus
Antilope Saïga
Rupicapra
Capra Ibex
Aegagrus
Musimon
Bos Urus

Vespertilio murinus
Myotis
Noctula
Serotinus
Pipistrellus
Barbastellus
auritus
emarginatus
lasiopterus
Rhinolophus Ferrum equinum
Hipposideros

Erinaceus Europaeus
Sorex araneus
fodiens
tetragonurus
Leucodon
constrictus
Mygale *) *moschata*
Talpa Europaea
Gulo Borealis
Meles vulgaris
Ursus maritimus
fuscus
niger

Canis Vulpes
cruciger
Lagopus
niger
Corsac
Lupus
Felis Catus
rufa
Lynx
Viverra Genetta
Mustela vulgaris
nivalis
erminea
Ictis
Sarmatica
Putorius
Foina
Martes
Genetta
Lutra Lutreola
vulgaris

Phoca Gronlandica
hispida
barbata
leporina
testudinea
Monachus
bicolor
vitulina
variegata
sericea
canina
Trichechus Rosmarus.

*) *Mygale* ist bereits eine Spinnen-Gattung.

Balaena Mysticetus
glacialis
Physalus
boops
Musculus
rostrata
Monodon monoceros
Microcephalus
Andersonianus
Physeter microps
Orthodon
Tursio
cylindricus
macrocephalus
Trumpo
Catodon
Delphinus Leucas
Senedetta
Delphis
Phocaena
Orca
Gladiator
Tursio
bidens
ventricosus
Feres
Duhamelii
Hyperodon retusus.

Ich werde mich in den folgenden Bemerkungen auf die entweder der Nordhemisphäre eigenthümlichen, oder auf die neuen Gattungen und auf solche Arten beschränken, die von frühern Schriftstellern mit andern verbunden oder verwechselt sind.

In Europa fehlen die Ordnungen der *Pollicata*, *Salientia*, *Tardigrada*, *Fodientia* und *Reptantia* gänzlich.

Von den *Maniculatis* ist verhältnifsmäfsig der gröfseste Reichthum, vermuthlich nur deshalb, weil aufser Nord-Asien kein andrer Welttheil so genau durchforscht ist, wie das überall bewohnte und durchreiste Europa.

Die beiden Arten von *Dipus*, wovon *Halticus* wohl sicher eine von *Jaculus* verschiedne Art ausmacht, da er sich eben so standhaft, wie der Asiatische *Pygmaeus* gleich bleibt, sind nur an der östlichsten Grenze des südlichen Rufslands zu finden, und setzen in Nord-Asien fort. Diese wunderlichen Thiere hüpfen auf ihren langen und dünnen Hinterbeinen sehr schnell, ja kaum einem Pferde erreichbar, und waren schon den Alten auffallend.

Von den den Eichhörnchen sehr ähnlichen Thierchen, *Myoxus*, welche von ihrem Winterschlafe den Namen der Schläfer haben, sind in Europa alle sicherbestimmte Arten, und zwei nur in Europa zu finden, *Muscardinus* und *Nitela*, denn *Glis* und *Dryas* sind auch im mittlern Asien einheimisch.

Die neue Gattung *Tamias* hält in der Gestalt das Mittel zwischen *Sciurus* und *Myoxus*, unterscheidet sich aber von beiden durch Lebensart und Backentaschen. Die einzige sichere Art *T. striatus*, der *Sciurus striatus* der Systeme, ist in der ganzen Nordhemisphäre verbreitet; ob der Süd-Afrikanische *Careleſs Dormouse* von Pennant dazu gehört, ist nur eine Vermuthung.

Das einzige Eichhörnchen, *Sciurus vulgaris*, und Flieghörnchen, *Pteromys volans*, ist Europa nicht eigenthümlich, sondern beide sind auch in Nord-Asien. *Pteromys* unterscheidet sich von *Sciurus* durch das zwischen den Vorder- und Hinterbeinen ausgespannte Seitenfell, wodurch es weite Sprünge von Baum zu Baum machen kann.

Von den Murmelthieren ist *Arctomys Marmota* den mittlern Europäischen Alpen eigenthümlich und wegen seines langen Winterschlafs merkwürdig; die drei andern Arten *Bobac*, *Citillus* und der von diesem zu unterscheidende *Guttatus* sind dem östlichen Europa mit Asien gemein.

Von den Mäusen, *Mus*, nach der nothwendigen Einschränkung des Gattungsbegriffs auf diejenigen Arten, welche spitzige Vorderzähne, in jedem Kiefer sechs einfache Backenzähne haben und deren Schwanz schuppig und einzelhaarig ist, ist nur der zweideutige *M. Soricinus* aus dem Elsaſs unserm Welttheile eigenthümlich. *Rattus* und *Decumanus*, welcher letztere den ersten fast verdrängt, sind vielleicht durch Schiffe nach Europa gebracht, so wie Europäische Schiffe sie mit der Hausmaus in alle Gegenden der Erde verpflanzen.

Die Gattung der Hamster, *Cricetus*, in den Zähnen den Mäusen ähnlich, aber durch Backentaschen und den Schwanz verschieden, ist als Eigenthum Nord-Asiens anzusehn, indem von den 6 dort befindlichen Arten nur Eine sich westlich bis zum Rhein verbreitet hat.

Spalax mit einer an der südlichen Ostgrenze Europens und in dem mittlern Asien einheimischen Art, ist ein unterirdisches Thier, das durch den gänzlichen Mangel der äuſsern Augen von allen Säugthieren abweicht. Trotz des fehlenden äuſsern Ohrs hört es sehr fein.

Eine verwandte Gattung bilden die *Georychus*, die ich von *Spalax* und *Hypudaeus* getrennt habe, indem von beiden der Bau der Backenzähne abweicht. Europa besitzt nur Eine, der Asiatischen Steppe gemeinschaftliche Art, den *Mus talpinus Lin Gmel. Spalax minor Erxleb.*

Die ehemals mit *Mus* verbundne Gattung *Hypudaeus* hat man nach einer durch ihre Wanderungen merkwürdige Art *Lemmus* genannt. Dieser

Lemmus ist nur auf Skandinavien beschränkt; denn der Russische auch in Siberien sich findende Lemming ist eine verschiedne Art, die ich *migratorius* genannt habe. Die übrigen Arten, *torquatus*, *arvalis*, *rutilus* sind in Europa und Nord-Asien, *amphibius* aufserdem in Nord-Amerika gefunden. Die noch nicht hinlänglich beschriebne Art *Glareolus* ist bis jetzt nur auf Laland vorgekommen.

Der Biber, *Castor Fiber*, findet sich in der ganzen nordlichen Halbkugel, indefs verdiente es doch untersucht zu werden, ob nicht der Nordamerikanische Biber eine besondre Art bildet, woraus sich vielleicht die verschiedne, freilich noch nicht hinlänglich und unbefangen erzählte Bauart dieser Thiere erklären liefse.

Von der Gattung *Lepus* giebt es in Europa eine Art dunkeln Ursprungs, das wilde Kaninchen, *L. Cuniculus*, das aus Spanien und den Balearischen Inseln herstammen soll. Der gemeine Hase, *L. timidus*, findet sich auch in Asien, der *variabilis* in der ganzen Nordhemisphäre.

Von den Stachelthieren, *Hystrix*, ist die eine Südeuropäische Art, *cristata*, als ein Streifling der Afrikanischen und Südasiatischen Fauna anzusehn.

Aus der Ordnung der *Multungula* hat Europa nur das wilde Schwein *Sus Scrofa*, das, wenn die Berichte treu sind, in allen Welttheilen vorkommt, doch mit Ausnahme von Amerika.

Die *Solidungula* kann man kaum zu der Europäischen Fauna rechnen, da die wilden Pferde am Don wohl mehr verwildert zu nennen sind, und ihre ursprüngliche Heimath nach Nord-Asien fällt.

Von *Bisulcis* sind die zahlreichsten die Hirsche, *Cervus*, wovon der Norden das Rennthier, *C. Tarandus*, mit dem nordlichen Asien, das Elenn, *C. Alces*, mit Nord-Asien und Nord-Amerika gemein hat. Das Reh, *C. Capreolus*, ist die einzige eigenthümliche Art, da Pallas dargethan, dafs das Reh des gemäfsigten Rufslands und Nord-Asiens, *Pygargus*, eine besondere Art ist.

Von der unter dem südlichen Himmel so zahlreichen und schön gestaltigen Gattung, *Antilope*, hat das östliche Europa in *A. Saïga* eine bis zum Irtisch sich erstreckende Art, und die Gemse, *A. Rupicapra*, ist auf den südlichern und mittelasiatischen Alpengebirgen einheimisch.

Von *Capra* ist der *Musimon*, den man mit dem Asiatischen Argali, *C. Ammon*, verbunden und beide als die Stamm-Eltern des zahmen Schaafs

angesehn hat, in Sardinien, Korsika, Griechenland und dessen Archipelagus, Europa vielleicht eigenthümlich, wenn nicht die Barbarei diese Art auch besitzt. *C. Ibex*, der Steinbock, und *C. Aegagrus*, die wilde Ziege, kommen in den höhern Alpenregionen Europa's und Asiens vor.

Von der Gattung der Ochsen, *Bos*, besitzt Europa den gewaltigen *Urus* in Litthauen, Polen und den Karpathen; er kommt auch im mittlern Asien vor, und wird, doch nicht ohne manche nicht beseitigte Schwierigkeit, für den Stammvater des gewöhnlichen Rindviehs angesehn.

Von *Volitantia* sind 4 Arten von *Vespertilio*, eine Art *Rhinolophus* in diesem Welttheile ausschliefslich, 6 Arten hat er mit Nord-Asien und zum Theil mit Aegypten gemein.

Von der Ordnung der Krallenthiere, *Falculata*, sind aus allen Familien Arten vorhanden.

Der gemeine Igel, *Erinaceus Europaeus*, ist auf diesen Erdtheil beschränkt.

Von Spitzmäusen, *Sorex*, sind aufser den mit Nord-Asien gemeinschaftlichen beiden Arten, drei Arten in Deutschland ausschliefslich gefunden, doch sind *leucodon* und *constrictus* noch zweideutig und haben das Ansehn jüngerer Thiere der andern Arten. Auch ist ihres Entdeckers, Herrmann's, *Sorex russulus* schon als Abänderung von *Araneus*, sein *carinatus*, als Abart von *fodiens* erkannt. Bechsteins *cunicularius* fällt mit *tetragonurus* zusammen.

Der Däsman, der Russen Wüchuchol, *Mygale moschata*, wurde von Linné zu den Bibern, von andern richtiger zu den Spitzmäusen gezählt, von Cuvier aber mit Grund zu einer eignen Gattung erhoben, und ist auf die ostliche Grenze Europens und Nord-Asiens eingeschränkt, wo er an den Ufern des Don, der Wolga u. a. Flüssen und Seen in gegrabnen Höhlen wohnt. Er hat einen langen knorplichen sehr beweglichen Rüssel, Schwimmfüfse, einen langen schuppigen Schwanz, an dem sich eine nach Moschus riechende Feuchtigkeit absondert. Ihre Gröfse ist wie ein Hamster, ihre Nahrung sind Schlammwürmer.

Der Maulwurf, *Talpa europaea*, findet sich bis zur Lena und in der Barbarei.

Der Vielfrafs, *Gulo borealis*, der im nordlichen Europa und Asien lebt, unterscheidet sich von dem verwandten Dachs, *Meles vulgaris*, der sich aufser Europa in Nord-Asien findet, vorzüglich durch das Gebifs.

Der Eisbär, *Ursus maritimus*, ist im ganzen nordlichen Polarkreise zu Hause. Ob der schwarze und der braune Landbär, *U. niger* und *fuscus*, die sich in vielen Ländern der alten Welt bis nach Indien finden, verschiedene Arten, oder die Abänderungen von einer Art sind, ist noch auszumachen.

Von eigentlich reifsenden Thieren hat Europa nur die beiden Gattungen *Canis* und *Felis*, und von ihnen keine einzige eigenthümliche Art. Die *Viverra Genetta* scheint den südlichen Welttheilen anzugehören. Der Fuchs, *Canis Vulpes*, der Wolf, *C. Lupus*, finden sich fast in allen Welttheilen; der schwarze Fuchs, *C. niger*, und Kreuzfuchs, *C. cruciger*, sind in dem kalten Norden von Europa und Asien, *C. Lagopus* und *C. Corsac* eben daselbst, aber auch in Nord-Amerika einheimisch. Die wilde Katze und der Luchs, dessen beide Arten *F. Lynx* und *F. rufa* vielleicht zusammen gehören, sind auch in Nord-Asien, die *F. rufa* auch in Nord-Amerika einheimisch.

Die Anzahl der Wiesel, *Mustela*, ist ziemlich bedeutend. *M. Foina*, im Norden *M. nivalis*, und in Sardinien *M. Ictis* sind der Europäischen Fauna eigen. *Vulgaris*, *Erminea*, *Martes* sind auch in Nord-Asien und Nord-Amerika, *Sarmatica* im östlichen Europa und Mittel-Asien, *Putorius* in Europa und Nord-Asien, *Genetta*, die man mit Unrecht zu *Viverra* gezählt hat, in Süd-Europa, Syrien und der Barbarei einheimisch.

Von Fischottern, *Lutra*, sind in Europa zwei Arten: *vulgaris*, und die nordliche *Lutreola*, mit Asien gemein.

Von der Ordnung der *Pinnipedia* sind beide Gattungen *Phoca* und *Trichechus* in unserm Welttheile. Mehrere Robben sind noch nicht gehörig bestimmt, als *testudinea*, *variegata*, *sericea*, *canina*, die in der Ostsee vorkommen. *Bicolor* ist im Adriatischen Meere einheimisch. *Leporina*, *gronlandica* ist an der Nordküste von Europa, Asia und Nord-Amerika, *hispida*, *barbata* in Nord-Europa und Grönland, *vitulina* fast in allen Meeren zu Hause, wenn man den Angaben trauen darf. *Monachus* des Adriatischen Meeres soll sich nach Labillardière bei Diemensland wieder finden.

Der *Trichechus Rosmarus*, das Wallrofs, lebt an den eisigen Küsten von Nord-Europa, Nord-Asien und des ostlichen Nord-Amerika.

Von der ersten Familie der *Natantia*, von den Sirenen, besitzt Europa keine bekannte Art. Die Sagen von zottigen Meermenschen, die sich an der

Küste von Grofsbritannien und in der Ostsee gezeigt haben sollen, begründen keine genauere Angaben.

Die Wallfische zähle ich nicht auf.

---

2. Nord-Asien

hat unter ähnlicher Lage in Ansehung der Breite eine Erstreckung von mehr als 160 Graden der Länge, also das Doppelte von der Längenausdehnung Europens. Seine westliche Grenze fällt an das Uralgebirge, die Wolga und den Don; die südliche etwa auf den 40ten Grad N. Br., wodurch freilich keine strenge natürliche Scheidung möglich ist. Oestlich geht es in eine Inselreihe aus, die dicht bis an Nord-Amerika reichen, und darüber in eine Landspitze, welche nur eine Meerenge von Amerika trennt; an seiner östlichen südlichern Küste hat es die grofsen Japanischen Inseln neben sich. Im Ganzen ist der nordliche Theil kälter als Europa unter gleicher Breite, und eine grofse Masse des festen Landes liegt unter einem erstarrenden Himmel. Aneinanderhangende Waldungen gehn durch die nordlichen Theile, in den südlichern finden sich grofse Steppen, Sandwüsten, Grasfluren, Gebirge, Seen und Flüsse.

In der Nähe der grofsen Bergebne, welche Nord-Asien von Süd-Asien scheidet, sind die Stamm-Eltern vieler Hausthiere einheimisch entdeckt, welche die Stützen der Asiatischen und Europäischen Kultur geworden sind.

Verzeichnifs der Gattungen und Arten von Nord-Asien. unter denen die ihm eigenthümlichen ausgezeichnet sind.

Dipus *J a c u l u s*
halticus
p y g m a e u s
Sagitta
Meriones meridianus
t a m a r i c i n u s
Myoxus Glis
Dryas
Tamias striatus
Sciurus vulgaris
Pteromys volans
Arctomys Bobac
Citillus
guttatus
Mus *C a r a c o*
decumanus
Musculus
sylvaticus
agrarius
minutus
v a g u s
b e t u l i n u s

Mus saxatilis
Cricetus Songarus
phaeus
Accedula
vulgaris var. nigra
arenarius
Furunculus
Spalax Typhlus
Georychus talpinus
Aspalax
Hypudaeus migratorius
torquatus
lagurus –
socialis –
arvalis
oeconomus –
gregalis –
rutilus
alliarius –
amphibius
Castor Fiber
Hystrix cristata
Lepus variabilis
Tolai
timidus
Lagomys pusillus
alpinus
Ogotona

Sus Scrofa

Equus Caballus
Hemionus
Asinus

Camelus Bactrianus

Cervus Alces
Elaphus
Tarandus
Dama?
Pygargus
Moschus moschiferus
Antilope subgutturosa
gutturosa
Saïga
Rupicapra
Capra Ibex
Caucasica
Aegagrus
Ammon
Bos grunniens
Urus

Vespertilio murinus
Noctula
Serotinus
Pipistrellus
auritus
Rhinolophus Ferrum equinum
Erinaceus auritus
Sorex Araneus
fodiens
pusillus
exilis
minutus
Mygale moschata
Talpa Europaea
Gulo borealis
Meles vulgaris
Ursus maritimus
fuscus
niger

Ursus Americanus
Canis Vulpes
cruciger
Lagopus
niger
Corsac
Caragan
Lupus
Felis Manul
Uncia
Catus
Japonica
Lynx
Chaus
Mustela vulgaris
erminea
Sibirica
Sarmatica
putorius
Zibellina
Martes
Lutra Lutreola
vulgaris
Lutris
Phoca jubata
Gronlandica
leporina
fasciata
vitulina
Caspica
Sibirica
Trichechus Rosmarus
obesus
Manatus? Simia
Rytina borealis
Balaena Mysticetus
glacialis
Physalus
Delphinus Leucas
Delphis
Phocaena.

Die Ordnungen *Pollicata*, *Salientia*, *Tardigrada*, *Fodientia*, *Reptantia* fehlen in Nord-Asien, wie in Europa. Gattungen finden sich 43, aber nur Eine dieser Landstrecke eigenthümlich zukommende, die *Lagomys*. Nicht-Europäische Gattungen sind *Meriones*, *Camelus*, *Moschus*, *Rytina* und vielleicht *Manatus*, wenn Stellers Seeaffe wirklich ein Manati seyn sollte. Die Zahl der Arten beträgt 136, also nur wenig mehr, als Europa besitzt.

Von der Ordnung der *Maniculata* hat die Gattung *Dipus* hier ihren Hauptsitz; *Jaculus* und der von ihm als blofse Abart angesehene *D. pygmaeus* sind ausschliefslich in diesem Erdtheile; *Sagitta* und *D. halticus* kommt im angrenzenden Europa; der letzte auch im benachbarten westlichen Süd-Asien vor.

Von dieser Gattung habe ich, nach Desmarests Vorgange, die Arten *Tamaricinus* und *Meridianus* unter dem Namen *Meriones* als besondre Gattung getrennt,

getrennt, welches ihre ganze Bildung, der anders behaarte Schwanz, die verschiedenen Füfse rechtfertigen. *Tamaricinus* ist in Mittel-Asien, *Meridianus* zugleich auch in Aegypten einheimisch.

Von den beiden Arten von *Myoxus*, so wie von *Tamias striatus*, *Sciurus vulgaris*, *Petaurus volans*, *Arctomys Bobac*, *Citillus* und *guttatus* ist schon bei Europa die Rede gewesen.

Von *Mus* sind die grofse Ratte *Caraco*, und die kleinen *Vagus*, *betulinus* und *saxatilis* Nord-Asien eigen. Die übrigen Arten sind auch in Europa. Pallas, dessen Meisterwerk *) die Naturgeschichte der Nagethiere Nord-Asiens so vortreflich auseinandergesetzt hat, erlebte fast selbst einen Zug der grofsen braunen Ratte, *M. decumanus*, die nach der Stadt Jaizkoi Orodot gekommen war.

Nord-Asien besitzt alle bekannte Hamsterarten, *Cricetus*, und fünf davon eigenthümlich. Alle tragen in ihren Backentaschen Körner für den Wintervorrath in ihre Baue und erstarren bei einem hohen Grade von Kälte. *Cricetus phaeus* reicht zum nördlichen Persien.

Der *Spalax Typhlus* ist aufser dem wärmern westlichen Nord-Asien, auch in dem südlichen Vorder-Asien und im ostlichen Europa.

Zu dem Russischen auch hier einheimischen *Georychus talpinus* kommt hier der *Aspalax* des östlichen Siberiens.

Aufser den 5 mit Europa gemeinschaftlichen Arten von *Hypudaeus* besitzt Nord-Asien 5 eigenthümliche Arten, deren Lebensweise, z. B. die des *Oeconomus*, *socialis*, *alliarius*, sehr merkwürdig ist.

Castor Fiber ist im westlichen und östlichen Siberien nicht selten.

Hystrix cristata kommt nur im südlichsten Theile vor, und erstreckt sich durch die ganze wärmere alte Welt.

Von Hasen, *Lepus*, ist der *Variabilis* und wahrscheinlich *timidus* in den an die Levante grenzenden Provinzen mit Europa gemeinschaftlich; der grofse *L. Tolai* ist im östlichen Theile bis zu Süd-Asien hinab einheimisch.

Eine diesem Erdtheile eigenthümliche Gattung sind die kleinen Schoberthiere, *Lagomys*, die man unter dem Namen Zwerghasen mit *Lepus* verband, wovon sie sich durch kurze runde Ohren, den mangelnden Schwanz

*) *Novae Species Quadrupedum e Glirium ordine.*

und ihre Lebensart unterscheiden, welche merkwürdig ist, so wie der gellende Lockton des Einen, der *L. pusilla*.

Von *Multungulis* ist hier ebenfalls nur das wilde Schwein zu finden.

Die Gattung *Equus* aus der Ordnung *Solidungula* ist in dem südlichern Theile Nord-Asiens und dem angrenzenden Süd-Asien besonders dadurch merkwürdig, dafs hier *E. caballus* und *E. Asinus*, und neben ihnen der Dschiggetai, *E. Hemionus*, das von den Alten erwähnte wilde Maulthier, in ursprünglich wildem Zustande vorkommen.

Von *Bisulcis* ist die Eine Art von *Camelus*, das zweibucklige Trampelthier, *C. Bactrianus*, in den Grenzgegenden von China, der Tartarei und Indien, wild gefunden.

Von *Cervus* kommt keine eigenthümliche Art vor, aber das ähnliche, nur durch die langen vorragenden obern Eckzähne und den Bisambeutel vor der Ruthe ausgezeichnete Bisamthier, *Moschus moschiferus*, findet sich auf den südlichen Gebirgen dieses Erdtheils.

Von *Antilope* besitzt derselbe aufser den beiden Europäischen Arten noch zwei andere, die sich durch eine kropfartige Erweiterung der Luftröhre kenntlich machen und im angrenzenden Süd-Asien auch vorkommen.

Von *Capra* ist der Steinbock, *Ibex*, wie in Europa, nur auf den unzugänglichsten Alpengipfeln, wo auch die eigenthümliche *Caucasica*, und die wilde Ziege, *Aegagrus* vorkommen, während das wilde Schaaf, der Argali, *C. Ammon*, niedre Bergregionen bewohnt.

Von *Bos* ist der Yak mit dem Rofsschweife, *B. grunniens*, den man noch nicht lange wieder aufgefunden hat, und den Pallas für den Stammvater des Büffels zu halten geneigt ist, in der Kalmükkei, in Tangut und Tibet einheimisch. Der Europäische *Urus* ist auch hier in den Gebirgswäldern einheimisch.

Von *Volitantibus* sind aus den beiden Gattungen *Vespertilio* und *Rhinolophus* nur in Europa ebenfalls vorkommende Arten entdeckt.

Aus der Ordnung der *Falculata* besitzt die vom Don bis zum Obi sich erstreckende südliche Steppe einen dem Europäischen ähnlichen Igel, den *Erinaceus auritus*.

Von *Sorex* sind aufser den Europäischen *Araneus* und *fodiens*, der kleine Siberien eigne *minutus*, der eben so kleine *pusillus* im nordlichen Persien. Das kleinste bekannte Säugthier, das nur ein Zoll lang und eine

halbe Drachme schwer ist, der *Sorex exilis Pall.* findet sich in Siberien und nach Smith Bartons Behauptung *) auch im westlichen Nord-Amerika.

Von *Mygale moschata* ist bei Europa die Rede gewesen.

Von *Talpa europaea* besitzt Siberien eine gröfsere Abart.

Der Nord-Europäische *Gulo borealis*, und der gemeine Dachs *Meles fodiens*, sind hier ebenfalls zu Hause.

Aufser den bei Europa schon erwähnten Nordasiatischen Bärenarten ist der kleine Amerikanische Bär, *Ursus americanus*, auch auf den Kurilen entdeckt.

Canis Vulpes und *Lupus*, *Lagopus*, *cruciger*, *niger*, *Corsac* sind schon bei Europa vorgekommen. Die Aleutischen oder Fuchsinseln haben ihren Namen nicht von *Lagopus*, sondern von dem dort vorkommenden gemeinen *Vulpes* erhalten. Eine eigenthümliche Art der Kirgisischen und Kalmükkischen Steppe ist der schwarzohrige *Caragan*.

Von *Felis* sind die gemeine wilde Katze, und der Luchs, *F. Lynx*, schon bei Europa vorgekommen. Nichteuropäische Arten sind: die Steppenkatze, *F. Manul*, von der Gröfse eines Fuchses, die von den Schoberthieren der Mongolei lebt, die Japanische Katze, *F. Japanica*, in Japan, die man mit *F. Catus* verbunden hat, und eine Luchsart *F. Chaus*, in Mittel-Asien. Ins östliche Nord Asien streift auch die Unze, *Felis Uncia*.

Mustela zählt in Nord-Asien 7 Arten, deren Felle zum Theil einen wichtigen Handelsartikel bilden; *Vulgaris*, *Erminea*, *Sarmatica*, *Putorius* und *Martes* kommen auch in Europa vor, *M. Sibirica* und der Zobel *M. Zibellina* sind Nord-Asien eigenthümlich.

Von Fischottern, *Lutra*, ist aufser den beiden Europäischen Arten die Stellerische Meerotter, *L. Lutris*, an der östlichen Küste von Kamtschatka und den angrenzenden Inseln, so wie im gegenüberliegenden Nord-Amerika, einheimisch. Sie bildet in Gestalt, Lebensart und selbst der abweichenden Zahl der Vorderzähne den schönsten Uebergang zu den Robben.

Von *Pinnipedata* hat Nord-Asien an seiner östlichen und nordlichen Küste, die auch in der übrigen Nordhemisphäre vorkommenden Robben *Gronlandica*, *Leporina*, *Vitulina*. Die gemähnte Löwenrobbe *Ph. jubata* und die Bärenrobbe *Ph. Ursina*, die Steller so genau beobachtet hat, finden sich auch in den südlichsten Gegenden von Südamerika und Neuseeland. Die *Ph. fasciata* der Kurilen ist noch unvollstän-

*) *Fragments of natural History of Pennsylvania.*

dig bekannt. Besonders eigenthümlich aber ist die Erscheinung zweier Robbenarten an Binnenmeeren, am Kaspischen, am Baikal- und Oron-See. Sie stimmen so sehr in ihrer ganzen Gestalt mit den Ostsee-Robben überein, dafs nur die Ungewifsheit, die überhaupt in der genauen Bestimmung der Robbenarten Statt findet, es entschuldigt, dafs sie unter den Namen *Ph. Caspica* und *Sibirica* besondre Arten bilden.

Aufser dem schon bei Europa erwähnten Wallrofs, *Trichechus Rosmarus*, findet sich an der westlichen Nord-Amerikanischen und nahen Ost-Asiatischen Küste, und dem Eise dieser Meere, vielleicht aber auch an der ganzen Küste des Eismeers das von Cook beschriebene und abgebildete Wallrofs, das ich wegen mehrerer Verschiedenheiten, besonders der Hauzähne, als eigne Art unter dem Namen *divergens* aufgeführt habe.

Aus der Ordnung *Natantia* ist der von Steller erwähnte Seeaffe, den er unweit Kamtschatka sah, merkwürdig. Das behaarte Seethier war etwa 5 Fufs lang, hatte einen Hundekopf, aufrechte Ohren, einen kurzen Schnurrbart und machte die possenhaftesten Bewegungen um das Schiff her. Arme sah Steller nicht daran. Man kann nicht entscheiden, ob das Thier wirklich ein *Manatus* war, oder vielleicht eine ganz neue Gattung.

Desto genauer beschreibt derselbe vorzügliche Beobachter das bisher zu *Manatus* gezogne, aber aus vielen Gründen in eine eigne Gattung zu sondernde Thier, das ich unter dem Namen *Rytina cetacea* angeführt habe. Es unterscheidet sich von den Manatis durch einen einzigen aus Röhren zusammengesetzten Backenzahn in jeder Kinnlade, durch die mit einer hufartigen Kruste umzognen Spitzen der Brustglieder, und durch eine haarlose, wie Borke rissige Oberhaut. Das 24 Fufs lange Thier nährt sich von Seetang.

Die Wallfische übergehe ich.

3. Nord-Amerika

auf der westlichen Halbkugel, vom 25. Grade N. Br. nordwärts bis in die Polargegenden sich erweiternd hinreichend und dort wahrscheinlich mit Grönland zusammenhangend, das nebst Island zu diesem Erdtheile gezogen wird. Es entsteht auf diese Art, freilich im kalten und produkten-armen Norden eine Längen-Erstreckung von 160 Graden, die unter den mildern der Europäischen Lage ähnlichern Breitengraden, nur 70 bis 80, südlicher noch weniger beträgt. Nord-Amerika bildet aber immer einen grofsen, von Bergen, Flüssen, Seeen aufserordentlich durchschnittenen, mit Wäldern, Grasfluren, Mooren, fruchtbaren und dürren Landstrecken abwechselnden

Welttheil, der im Norden an der östlichen Seite nach Nord-Asien, westlich in das Europäische Meer hinüberreicht, südlich mit dem tropischen Süd-Amerika zusammenhängt, wodurch einige, aber in der That nur geringe Zusammenstimmung der Thierwelt mit Süd-Amerika, eine weit grössere mit der Europäischen und Nord-Asiatischen Fauna erklärlich ist. Doch gestehe ich, daſs noch manche für dieselben gehaltnen Arten bei näherer Prüfung vielleicht als verschieden erkannt werden möchten. Bei den für einerlei erklärten Insekten habe ich dies sehr häufig, ja fast immer gefunden. Die Aehnlichkeit der Bildung hat ein hastiges Urtheil über die Einerleiheit derselben veranlaſst, und Hypothesen, die dadurch gewannen, kamen diesem Urtheile gern zu Hülfe.

Verzeichniſs der Gattungen und Arten
von Nord-Amerika,

worin die ihm eigenthümlichen ausgezeichnet sind.

Didelphys ***marsupialis***

Dipus ***Canadensis***
Meriones ***Hudsonius***
Tamias striatus
Sciurus ***cinereus***
niger
Hudsonius
Carolinianus
capistratus
Pteromys ***Hudsonius***
Voluccella
Arctomys ***Monax***
Empetra
pruinosa
Citillus
Mus ***Americanus***
Rattus
Musculus
Colonus
?***Virginianus***

Cricetus ***bursarius***
Georychus ?***Hudsonius***
Hypudaeus amphibius
Fiber zibethicus
Castor Fiber
Hystrix ***dorsata***
Lepus variabilis
nanus

Lipura Hudsonia

Cervus Alces
Caribou
Canadensis
Virginianus
Wewaskish
Capra ***montana***
varia
Bos ***moschatus***
Bison

Vespertilio Carolinensis
lasiurus
Dysopes rufus?
ater?

Sorex araneus
exilis
Condylura cristata
fissipes
Scalops aquatica
Talpa flava
purpurascens
Nasua Vulpecula
Procyon Lotor
Gulo luscus
Meles Taxus
Carcajou?
alba
Ursus maritimus
niger
Americanus
magna spec.
Canis Vulpes
Pensylvanicus
Lagopus
fuliginosus
Gronlandicus
cinereus
Corsac?
Virginianus
Lupus
Lycaon
Felis Onca?
concolor
montana
rufa

Mephitis putoria
foeda
Mustela vulgaris
erminea
zibellina
Martes
melanorhyncha
Canadensis
Lutra ? Vison
Canadensis
Phocula

Phoca jubata
cucullata
ursina
pusilla
Gronlandica
hispida
barbata
leporina
vitulina
Gryphus
lupina
Trichechus Rosmarus
obesus

Rytina cetacea
Balaena Mysticetus
glacialis
nodosa
gibbosa
Physalus
boops
Musculus
rostrata
Monodon monoceros

Monodon microcephalus?	*Delphinus Leucas*
Andersonianus?	*Delphis*
Ancylodon Anarnak	*Phocaena*
Physeter microps	*Orca*
Tursio	*Gladiator*
Trumpo	*Tursio*
albicans	———

Nord-Amerika besitzt 43 Gattungen und unter diesen die ihm eigenthümlichen *Fiber*, *Lipura*, *Condylura*, *Scalops* und *Ancylodon.*

Von Europäischen Gattungen fehlen ihm: *Myoxus*, *Spalax*, *Sus*, *Equus*, *Antilope*, *Rhinolophus*, *Erinaceus*, *Mygale*, *Viverra*, *Hyperodon.*

Von Nord-Asiatischen fehlen: *Myoxus*, *Spalax*, *Lagomys*, *Sus*, *Equus*, *Camelus*, *Moschus*, *Antilope*, *Rhinolophus*, *Erinaceus*, *Mygale*, *Manatus?*

Nicht-Europäische und Nicht-Nordasiatische Gattungen sind folgende Süd-Amerikanische Gattungen: *Didelphis*, *Dysopes*, wenn die Arten wirklich in Nord-Amerika vorkommen, *Nasua*, *Procyon*, *Mephitis.*

Die Zahl der Arten beträgt 108, von denen 51 eigenthümliche Erzeugnisse des Erdtheils sind.

Die Ordnungen *Salientia*, *Solidungula*, *Tardigrada*, *Fodientia*, *Reptilia* fehlen der Nord-Amerikanischen Fauna.

Aus der Ordnung der *Pollicata* ist hier Eine Art, das grofse Beutelthier, *Didelphys marsupialis*, aus Süd-Amerika in die südlichen Gegenden Nord-Amerika's bis zum 40ten Grade N. Br. übergestreift.

Von *Prensiculantibus* ist *Dipus Canadensis* im nordlichen Theile gefunden, der durch seinen kahlen schuppenringigen Schwanz ohne Quaste, die Zehenzahl und die Ohren, etwas von den Dipoden der alten Welt abgeht.

Auch ein *Meriones* ist in den kalten Gegenden einheimisch.

Von Eichhörnchen *Sciurus* zählt Nord-Amerika 5 Arten als ausschliefsliches Eigenthum; *Sc. cinereus* erstreckt sich nicht, wie Pennant annimmt, bis nach Peru und Chili, denn was er nach Acosta und Qualle dafür hielt, ist *Mus Cyanus Molina.*

Zwei *Petaurus* und 3 *Arctomys* sind Nord-Amerika eigen.

Dafs die Zahl von *Mus* und *Hypudaeus* so gering ist, kommt wohl mehr von Mangel genauerer Forschungen, als des Landes.

Auffallend ist der Hamster *Cricetus bursarius* mit zwei in Gestalt von Blasen aus dem Maule vorragenden Backentaschen. Er ist in Kanada ge-

funden, aber von den Wilden todt und die Backenblasen mit Erde ausgefüllt, gebracht; lebendig hat ihn kein Naturforscher gesehn. Bei dem Süd-Amerikanischen Paka finden sich aufser den innern noch eine Art von äufsern Backentaschen, diefs könnte vielleicht diese abweichende Bildung annehmlicher machen.

Eine Labradorische Maus, welche ein *Georychus* zu seyn scheint, zeichnet sich durch eigens gestaltete Vorderklauen aus.

Eine eigenthümliche Gattung ist der Ondathra, *Fiber zibethicus*, fast von der Gröfse einer Katze, den Linné mit den Bibern, Schreber mit *Mus* verband, Cuvier aber zu einer besondern Gattung erhob, weil die Backenzähne, der zusammengedrückte Schwanz und die dichtgefranzten Hinterfüfse ihn unterscheiden. Das Thier lebt am Wasser und baut sich gewölbte Winterwohnungen aus Erde und Halmen.

Die *Hystrix dorsata* deutet durch ihren längern Schwanz und die mit Borsten und Haaren vermengten Stacheln, schon den Uebergang zu den Süd-Amerikanischen Stachelthieren an.

Der Amerikanische *Lepus nanus* ist eine vom Europäischen Hasen verschiedene Art.

Von *Multungulis* ist ein Thier entdeckt, das Pennant den Murmelthieren, Schreber dem *Hyrax* beigesellte, mit dem es allerdings die nächste Verwandschaft zu haben scheint. Es hat auch oben 2, unten 4 Vorderzähne und keine Eckzähne, wie *Hyrax*, aber jene sind anders gebildet, und am Hinterfufse sind vier, nicht drei Zehen, und keine derselben trägt eine spitze Klaue. Ich bilde daher eine eigne Gattung, *Lipura*, daraus. Es hat ungefähr die Gröfse eines Kaninchens, verdient aber genauer beschrieben zu werden, als bisher.

Von *Bisulcis* sind die Gattungen *Cervus*, *Capra* und *Bos* in Nord-Amerika.

Das *Moose Deer*, *Orignal Buffon*, ist nach den genauesten Prüfungen wirklich für einerlei mit dem Elennthiere der alten Welt erkannt, und die abweichenden Beschreibungen entstanden zum Theil daher, dafs man den grofsen *Cervus Canadensis*, dessen Geweihe Schreber noch einmal unter dem Namen des *Cervus strongyloceros* lieferte, und eine grofse aber noch nicht näher bekannte Hirschart, den *Cervus Wewaskish* von *Smith Barton*, damit verwechselte.

Aber gegen die Einerleiheit des nordlichen *Caribou* mit dem Europäischen Rennthiere finden noch erhebliche Zweifel Statt, und sollte sich die Verschiedenheit beider bestätigen, so wäre dies ein Beweis, wie behutsam man bei Beurtheilung der Arten verfahren müsse, um nicht Fehlschlüsse über das Klima eines Landes aus der Erstreckung der Thiere zu machen.

Eine Ziegenart, *Capra varia*, aber nur aus einer unsichern Andeutung bekannt, soll sich jenseits des Missisippi, südwärts des Missuri aufhalten. Desto unzweifelhafter ist die *Capra montana*, *Ovis montana Schreb*, welche Geoffroy nach Nord-Amerikanischen Nachrichten und Zeichnungen bekannt gemacht hat, die wahrscheinlich auf allen hohen südwärts streifenden Bergzügen des westlichen Nord-Amerika's vorkommt, und auf den *Stony Mountains* unter dem 50ten Grade N. Br. wirklich gefunden ist. Es ist wohl keinem Zweifel unterworfen, dafs dies dasselbe Thier ist, welches man bisher für das Nord-Asiatische Argali, *Capra Ammon*, hielt, und einen Beweis für den ehemaligen Zusammenhang beider Welttheile mit daraus ableitete.

Von wildem Rindvieh ist der dem Auerochsen sehr ähnliche *Bos Bison* und eine andere grofse Art, der *Bos moschatus*, in Nord-Amerika einheimisch.

Von *Volitantibus* sind die beiden Arten von Fledermäusen, *Dysopes rufus* und *ater*, vielleicht nach Süd-Amerika zu verweisen, wo der Sitz dieser Gattung ist. Von *Vespertilio* ist *Carolinensis* eigenthümlich; *lasiurus*, den man auch *Noveboracensis* genannt hat, findet sich bis Cayenne hinab.

Aus der Ordnung *Falculata* sind viele Arten in Nord-Amerika. Aufser der gemeinen Spitzmaus, *Sorex Araneus*, oder wenigstens einer ihr sehr ähnlichen Art, ist nach Smith-Barton auch der winzige Sibirische *Sorex exilis* im westlichen Nord-Amerika gefunden.

Eine merkwürdige Gattung bilden die zu *Sorex* und *Talpa* bisher gezählten Arten, *Sorex cristatus* und *Talpa longicaudata*, bei denen die rüsselförmige Schnauze sich an der Spitze in sternförmige zusammenzulegende Strahlen theilt. Ihre Zähne und der in deutliche Knoten abgetheilte Schwanz unterscheiden sie von den Spitzmäusen und Maulwürfen. Ich nenne sie *Condylura*.

Eben so macht der *Sorex aquaticus* wieder eine eigne Gattung, die Cuvier *Scalops* genannt hat. Er hat unten vier Vorderzähne; vorn Grab-, hinten Schwimmfüfse.

Von der in Süd-Amerika heimischen Gattung *Nasua* ist die *N. Vulpecula* angeblich in Virginien zu Hause.

Auch der Waschbär, *Procyon Lotor*, dessen Gebifs und besondre Vorderpfoten die Absondrung in eine von *Gulo* und *Meles* verschiedne Gattung rechtfertigen, ist von Nord-Amerika bis Süd-Amerika verbreitet.

Ob *Gulo luscus*, die Wolverene, von dem Nordischen *G. borealis* der alten Welt wirklich als Art zu unterscheiden ist, bedarf noch genauer Untersuchungen.

Von Dachsen, *Meles*, sind *Meles Taxus* sowohl wie *alba* Nord-Amerika eigen und von der gemeinen Art verschieden. Der von Sarrasin erwähnte *Carcajou* scheint aber keine eigne Thierart, sondern jener *Meles Taxus* zu seyn.

Unter den Bären, *Ursus*, ist aufser *Maritimus*, und dem in Island vorkommenden, den man für den Europäischen *Niger* hält, der *Americanus*, der so lange mit jenem verwechselt ist, Nord-Amerika fast ausschliefslich eigen. Hearne erwähnt noch einer gelben und einer grofsen grauen Bärenart, die er von der gemeinen unterscheidet.

Von *Canis* sind mehrere eigenthümliche Arten zum Theil nur im tiefen Norden zu Hause; der *Cinereo-argenteus* reicht bis tief in Süd-Amerika hinab. Mehrere Arten bedürfen noch genauerer Prüfung. Der schwarze Wolf, *Canis Lycaon*, scheint von dem schwarzen Fuchs Nord-Asiens, *Canis niger*, verschieden zu seyn.

Von den gröfsern Süd-Amerikanischen Katzenarten sollen der Jaguar, *Felis Onca*, den man aber so oft mit *F. Pardalis* verwechselt hat, und der Puma, *Felis concolor*, bis nach Kalifornien sich erstrecken. Eine Süd-Amerikanische Luchsart, die *Felis montana*, ist, so wie der Europäische und Asiatische Rothluchs, *Felis rufa*, hier zu Hause. Aber die eigentliche Katze fehlt.

Die Amerika eigenen Stinkthiere, *Mephitis*, die mit dem völligen Ansehen von Iltisarten, grofse Grabklauen und die Eigenschaft verbinden, ihren Verfolgern einen erstickenden stinkenden Saft entgegenzuspritzen, sind in Nord-Amerika in zwei Arten vorhanden; wovon *Mephitis putoria* auf diesen Erdtheil beschränkt, *Mephitis foeda* bis nach Patagonien hinab gefunden ist.

Bei den Fischottern, *Lutra*, erwähne ich nur der von Cook an der westlichen Küste gefundnen Meerotter, die man von der Nord-Asiatischen Meerotter, *Lutra Lutris*, unterscheiden mufs, da sie in beiden Kinnladen gleich viel, nemlich 6 Vorderzähne hat, und die äufsere Zehe der Hinter-

füfse von den übrigen getrennt ist. Ich nenne sie *Lutra Phocula*, weil sie ebenfalls einen so deutlichen Uebergang zu den Robben bildet. Ihr Pelz ist eben so kostbar, wie der der Kamtschadalischen Meerotter.

Wegen der so zahlreichen Robben, *Phoca*, von denen manche auch in der südlichen Hemisphäre vorkommen und Züge dahin zu unternehmen scheinen, verweise ich auf die Liste.

Die beiden Arten des Wallrosses, *Trichechus obesus* und *Rosmarus*, sind schon bei Nord-Asien vorgekommen.

Unter den *Natantibus* erwähne ich aufser der mit dem Kamtschadalischen Meere gemeinschaftlichen *Rytina borealis* der westlichen Küsten, der Wallfischgattung *Ancylodon*, die Lacepede *Anarnacus* nennt, und die durch zwei kleine krumme Zähne des Oberkiefers sich von *Monodon* unterscheidet, wohin sie unter dem Namen *Monodon spurius* von ihrem Entdecker Fabricius gerechnet wurde.

IV. Tafel.

Vergleichende Uebersicht der Familien, Gattungen und Arten der tropischen und südlichen Erdtheile.

Es folgt die Vergleichung der ganz oder beinahe zwischen den Wendekreisen liegenden Erdtheile: Afrika, Süd-Asien mit Australien und Süd-Amerika. Sie folgen in dieser Ordnung theils aus einem nachher anzugebenden Grunde, theils weil diese Folge der Reihe der darüber liegenden Welttheile: Europa, Nord-Asien, Nord-Amerika, anpassend ist.

Wir betreten hier den an Naturerzeugnissen aller Art reichsten und der mannigfaltigsten Entwicklung günstigsten Boden; wir lernen eine Menge in der nordlichen Hemisphäre nicht einheimische Formen kennen und zugleich sehn wir mehrere der dort schon vorgekommenen Bildungen hier in vergröfsertem Maafsstabe, und mannichfaltiger abgeändert.

4. Afrika,

ungefähr dreimal gröfser als Europa, bildet bei einer Erstreckung vom 37sten Grade N. Br. bis zum 35sten Grade S. Br. und von mehr als 70 Graden der Länge Eine aneinanderhangende Landmasse, die westlich mehrere kleinere, ostlich eine grofse und viele kleinere Inseln neben sich hat. Im Norden grenzt Afrika nahe an Europa, an der ostlichen Seite hängt es mit Asien

zusammen oder ist nur durch einen Meerbusen davon geschieden, im Süden ragt es in die gemäſsigte Südzone hinein. Auch finden wir im nördlichen Theile an den Küsten des Mittelländischen Meers mit vielen Pflanzen des südlichen Europa auch viele seiner Thiere und mehrere des benachbarten Asiens; zugleich reichen manche der Mittel-Afrikanischen Thiere wegen des fortsetzenden Landes nach Nord- und Süd-Afrika hinauf und hinab. Das Binnenland dieses groſsen Welttheils, von dem freilich ein Theil in dürren Sandwüsten besteht, ist uns noch unbekannt; besonders sind die gewiſs sehr mannichfaltigen Erzeugnisse der Gebirge noch nicht erforscht; eben so unbekannt ist die ostliche Küste, deren Reichthum an Thieren wir nur aus den vielen in Madagaskar vorkommenden Arten ahnen können.

Afrika enthält 59 Gattungen, unter denen 12 bis 14 ihm eigenthümlich gehören; *Colobus*, *Lichanotus*, *Otolicna*, *Chiromys*, *Pedetes*, *Bathyergus*, *Hippopotamus*, *Camelopardalis*, *Orycteropus ?* *Nycteris*, *Centetes*, *Chrysochloris*, *Megalotis*, *Ryzaena*.

Die Zahl der Arten beträgt 202, von denen 159 dem Welttheile ausschliefslich angehören. — Die Ordnungen *Salientia*, *Tardigrada*, *Reptantia* fehlen.

Verzeichniſs
der in Afrika einheimischen Gattungen und Arten,
worin die ihm eigenthümlichen ausgezeichnet sind.

Simia ***Troglodytes***
Lasiopyga ***ecaudata***
nictitans
Sifac?
Cercopithecus ***Petaurista***
Ascanius
Aethiops
Roloway
Diana
Mona
Cephus
ruber
rufus
Cynomolgos
Cercopithecus ***glaucus***
Sabaea
Maura
flavus
Cynocephalus ***leoninus*** —
nasutus —
Hamadryas
superciliaris
recticaudis
cinereus
ursinus
leucophaeus
aemulus
Sphinx —

Cynocephalus sylvestris
Nigrita
cristatus
Mormon
grandis
porcarius
3 *spec. nondum determinatae*
Inuus
Sylvanus
Colobus polycomos
ferrugineus
Lichanotus Indri
laniger
Lemur Catta
Mongoz
variegatus
Macaco
rufus
albifrons
murinus
sciurinus
pusillus
pumilus
Stenops? Potto
Otolicnus psilodactylus
minutus
(Demidoffii)
Chiromys Madagascariensis

Dipus bipes
Locusta
Abyssinicus
Pedetes Caffer
Meriones meridianus
Gerbillus

Tamias ? vittatus
Sciurus Palmarum
Getulus
Setosus
Abyssinicus
ater
Arctomys? Gundi
Mus Rattus
Musculus
4 *Species ex Aegypto*
?Barbarus
?Pumilio
Bathyergus maritimus
Georychus Capensis
Hystrix cristata
Lepus timidus?
Aegyptius
Capensis
2 Species Capenses

Hyrax Capensis
Syriacus
Elephas Africanus
Rhinoceros bicornis
Hippopotamus amphibius
Sus Aethiopicus
Africanus
Scrofa

Equus Asinus
Zebra
Quagga
?Mangarsahac?

Camelopardalis Giraffa
Cervus Elaphus

Cervus? Guineensis
Antilope Gnu
Bubalis
Oreas
Oryx
Euchore
Gazella
leucophaea
scripta
Sylvatica
Cervicapra
Eleotragus —
Capreolus?
pygmaea
Grimmia
Melampus —
scoparia —
Oreotragus
Corinna
Nunni —
Kevella
Dorcas
Pygarga
redunca
Dama
Lerwia
Kob
Koba?
Strepsiceros
Capra Aegagrus?
Capricornus?
Tragelaphus?
Musimon
Bos Cafer
?nanus

Orycteropus Capensis
Manis gigantea

Pteropus Vampyrus
collaris
Vespertilio Pipistrellus
auritus
Borbonicus
Nigrita
Nycteris hispida
Phyllostomus Megalotis

Erinaceus Aegyptius
Centetes ecaudatus
semispinosus
setosus
minutus
Sorex Capensis.
?proboscideus
?Guineensis
Chrysochloris aurata
?rubra?
Talpa Europaea
Gulo mellivorus
Ursus niger
Megalotis Cerdo
Canis Vulpes?
Aegyptius —
Barbarus —
mesomelas
aureus?
Lupus
Felis Leo
Panthera
Pardus.
Uncia

Felis jubata
cinerea
Capensis
moschata
Caracal
ocreata
Hyaena maculata?
Crocuta
striata
unicolor?
Viverra Civetta
?hermaphrodyta
Genetta
Fossa
Ryzaena Suricatta
?Zenik?
Herpestes Ichneumon
?penicillatus
Cafer

Herpestes Nems?
?Galera
Mustela vulgaris
Furo
Flavigula
Zorilla
Lutra Capensis
vulgaris?

Phoca vitulina?
jubata?

Manatus sphaerurus
Halicore cetacea
Physeter macrocephalus
Delphinus Delphis
Phocaena
Orca
Tursio.

Aus der Ordnung *Pollicata* sind hier zwischen den Wendekreisen eine Menge von Affenartigen Thieren, *Quadrumana*, in 5 Gattungen.

Der große Orang-Utang oder Chimpanzee, *Simia Troglodytes*, den man ehemals mit den Orangs aus Borneo verwechselte, und der einen Nagel auf dem Hinterfußdaumen hat, ist in Kongo, Angola und landeinwärts einheimisch. Die ganze Bildung, der Mangel des Schwanzes, der Backentaschen und Gesäßschwielen und die nicht über die Knice reichenden Arme geben ihm etwas dem Menschen Aehnliches.

Alle übrige Affen von Afrika haben Backentaschen und Gesäſsschwielen bis auf die vorläufig unterschiedne Gattung von *Lasiopyga*, die sich durch den Mangel dieser Schwielen von den übrigen auszeichnet. Ein ungeschwänzter und zwei geschwänzte Arten gehören dazu.

Die Zahl der *Cercopithecus* wird gewiſs noch sehr wachsen, wenn man mit dem innern Lande und der Ostküste noch näher bekannt werden wird. Fand doch Lichtenstein, daſs die einzige Art, die sich bei den Kaffern findet, und die man bisher für *Sabacus* hielt, eine neue Art war, die

er *glaucus* genannt hat. Die Arten der Affen sind noch aufserordentlich ungewifs.

Die Gattung *Cynocephalus*, wohin man nur die Nord-Afrikanischen *Inuus* und *Sylvanus* rechnete, von denen Einer bei Gibraltar verwildert gefunden wird, habe ich dahin erweitert, dafs aufser den Pavianen, *Papio*, und dem *Pongo*, noch mehrere löwenschwänzige *Cercopitheci* hinzugezogen werden, weil alle in ihrem Profile und ihrem Gebisse, noch mehr in der Länge des Schwanzes, worauf allein die Unterschiede gebaut sind, ineinander übergehn. Von diesen streicht Ein Pavian, der *Ursinus* von Pennant, bis zum Vorgebirge der guten Hoffnung; auch dieser ist lange verkannt und bald mit *Hamadryas*, bald mit *Sphinx* oder *Mormon* verwechselt.

Eine neue Gattung, *Colobus* genannt, bilden zwei West-Afrikanische Affen, *Polycomos* und *Ferrugineus*, die an den Vorderfüfsen keine Daumen haben, wie der Süd-Amerikanische *Paniscus*. Geoffroy wollte sie deshalb gern von Afrika weg nach Süd-Amerika versetzt wissen, aber die Thatsache ist wohl gewifs, und überdiefs ist ja hier kein Greifschwanz, dagegen sind Backentaschen und Gesäfsschwielen vorhanden; welche dem *Ateles* in Süd-Amerika, wie allen seinen Familiengenossen in Amerika fehlen.

Eine andere Familie dieser Ordnung machen die *Prosimiae*, wovon die Gattung *Lichanotus*, der Indri, und beinahe auch *Lemur* fast ganz auf Afrika und Madagaskar beschränkt sind. Ein hierher zu rechnendes anomalisches Thier, den *Lemur Potto* des Systems, habe ich zu den *Stenops* gesellt, von denen ihn freilich der lange Schwanz unterscheidet. Man kennt ihn noch nicht genug, um ihm eine sichre Stelle anzuweisen.

Die mit grofsen dünnen Ohren, langen Fingern, langen und feinen Hinterbeinen versehenen Galagos, *Otolicnus*, sind am Senegall einheimisch. Es sind kleine Thiere; die aus einer im *Museum Moscoviense* gegebnen Abbildung bekannte Art, *Galago Demidoffii Fischer*, ist wahrscheinlich eben daher.

Die *Chiromys Madagascariensis*, *Sciurus* dieses Namens im Systeme, bei Schreber *Lemur psilodactylus*, ist schon in der Uebersicht der Familien erwähnt.

Aus der Ordnung *Prensiculantia* zeichnen wir zuvörderst die Hüpfenden Arten aus. Aufser 3 Arten von *Dipus*, die man fast alle mit andern Arten verwechselt hat, wovon die Zehenzahl der Hinterfüfse sie besonders unterscheidet, und worunter sich der eigentliche *Mus bipes* der Alten befindet, und 2 Arten von *Meriones*, besitzt Süd-Afrika in dem *Dipus Cafer* des Systems

eine eigenthümliche Gattung, die hier *Pedetes* genannt ist, und die sich besonders durch die ungefurchten Vorderzähne, 16 zusammengesetzte Backenzähne, starke Grabklauen und einen buschigen Schwanz auszeichnet.

Unter *Tamias sublineatus* ist hier ein Thier der Kapkolonie aufgeführt, das Pennant den *Earlefs Dormouse*, *Shaw Myoxus Africanus* nennt; wäre die Beschreibung vollständig, so würde die Anwesenheit oder der Mangel der Backentaschen gleich entscheiden, ob meine Vermuthung, dafs diefs Thier zu dem gestreiften Erd-Eichhörnchen der Nordhemisphäre gehöre, gegründet wäre.

Von den angegebenen *Sciurus*-Arten ist vielleicht *Sciurus Abyssinicus* mit *Sciurus ater*, dem *Écureuil de Madagascar Buffon*, einerlei.

Ob der *Gundi*, den Rohtmann aus der Barbarei beschreibt, wirklich zu *Arctomys* gehöre, ist noch stark zu bezweifeln.

Von den Afrikanischen Arten von *Mus* besitzen wir noch so unzulängliche Nachrichten, besonders über die bei ihnen so entscheidende Bildnng der Zähne, dafs man weder über ihre Gattung, noch über die Arten sicher ist. In einem vorläufigen Berichte von Cuvier über die von Geoffroy in Aegypten entdeckten Thiere, sind auch vier Mäuse erwähnt, wovon Eine zwischen den Haaren Stacheln hat. Ob aber diese Art mit Azara's *Rat épineux* verglichen werden kann, bedarf noch näherer Untersuchung, denn diese scheint mir zu einer an *Hystrix* grenzenden Gattung, *Loncheres*, zu gehören.

In den Dünen des Vorgebirges der guten Hoffnung kommt ein von den Kolonisten *Duinen-* oder *Zand-Moll* genanntes merkwürdiges Thier vor, das Buffon *Grande Taupe du Cap*, Gmelin *Mus maritimus*, Schreber *Mus suillus* nennt. Aber 16 einfache Backenzähne unterscheiden diefs noch durch andere Merkmale ausgezeichnete Thier von dem *Blessmoll*, oder *Mus Capensis*, der 12 zusammengesetzte Backenzähne hat, und der mit einigen nordischen sogenannten Maulwurfsmäusen die Gattung *Georychus* bildet.

Ob der von Geoffroy als neu angegebene Aegyptische Hase, *Lepus Aegyptius*, dasselbe Thier ist, das die Reisebeschreiber in Nord-Afrika für den gemeinen *Timidus* ansehn, ist wahrscheinlich, doch jetzt nicht auszumachen. Aufser dem *Lepus Capensis* werden von Sparrman noch zwei dem Südlichen Afrika eigenthümliche Hasen erwähnt.

Die Ordnung der *Multungula* ist in Afrika ausgezeichnet. Dafs die kleinen ehemals zu *Cavia* gestellten Klippenthiere, *Hyrax*, ganz aus der

Ordnung der Nager in die gegenwärrige zu versetzen wären, hat Cuvier zuerst dargethan. Aufser dem in Süd-Afrika einheimischen *Capensis* findet sich in Abyssinien und Aegypten, so wie im angrenzenden Asien, der *Syriacus*, der in dem Alten Testamente Saphan genannt ist. Ihre Lebensart in felsichten Gegenden unterscheidet sie sehr von den übrigen Thieren dieser Ordnung, und die spitze Kralle der innern Zehe des Hinterfufses deutet auch schon ihr Hinneigen zu der vorhergehenden Ordnung an; die übrigen Nägel sind denen des Elephanten ähnlich. In den Resten untergegangener Thiere finden sich übrigens aus den *Multungulis* mehrere Arten, welche gegen die jetzt lebenden in der Gröfse sehr abstechen.

Erst in neuern Zeiten hat man in dem Afrikanischen Elephanten eine von dem Asiatischen verschiedene Art erkannt, die aber noch nicht genau beschrieben ist. Keine Nation hat diese Art gezähmt.

So ist das Afrikanische Nashorn, *Rhinoceros bicornis*, noch nicht lange als eine von der Asiatischen standhaft abweichende Art aufgeführt.

Der unförmliche *Hippopotamus* ist diesem Welttheile eigen und streift bis an die Kapkolonie, wo ihn und die beiden vorhergehenden Kolosse das Feuergewehr immer mehr verscheucht.

Von *Sus* sind zwei durch Gröfse, Stärke und Unförmlichkeit ausgezeichnete Arten Afrika eigenthümlich. Im Norden findet sich das wilde Schwein, *Sus Scrofa*.

Von *Solidungulis* besitzt Afrika in seinem südlichen Theile zwei durch ihr buntes Kleid merkwürdige Arten, *Equus Zebra* und *Quagga*; das einfarbige Zebra, das Levaillant im Lande der Grofs-Namaguas sah, ist nur ein junges Quagga. Flacourt's Mangarsahrk von den Gebirgen Madagaskars scheint eine Art von Esel zu seyn, doch ist seine Angabe davon zu unvollständig. In Nord-Afrika soll der wilde Esel, *Equus Asinus Onager*, sich finden.

Unter den *Bisulcis* ist die auffallendste Erscheinung die Giraffe, *Camelopardalis Giraffa*, die von der nordlichen Grenze der Kapkolonie bis nach Aegypten hinaufreicht. Auf einem hochverlängerten Halse sitzt der Kopf eines Schafs, aber mit zwei kurzen ungetheilten am Enden mit Borsten gekrönten derben Hörnern. Das Thier ist mit dem Kopfe über 14 Fufs hoch, das gefleckte Fell erscheint in der Ferne einfarbig, und so wird sich wohl die einfarbige Giraffe erklären, die Mungo Park gesehn haben, und die man für eine besondere Art erklären wollte.

Hirsche, *Cervus*, sind im südlichen und tropischen Afrika gar nicht, und das kleine Zwerghirschchen, *Cervus Guineensis*, scheint mir eine der kleinen Antilopen zu seyn. In der Barbarei ist der gemeine Hirsch, *Cervus Elaphus*.

Desto reichhaltiger ist dieser Welttheil an den in ihrer Bildung zwischen Hirsch, Ziege und Ochsen stehenden, durch Schnelligkeit und Springvermögen ausgezeichneten Gattung der *Antilope*, die Pallas zuerst unterschieden hat. Es kommen hier an 25 eigenthümliche Arten neben einigen mit Asien gemeinschaftlichen vor. Die Arten bedürfen aber noch immer einer genauen Untersuchung. Die abweichendste Art ist auf der Einen Seite *A. Gnu* mit einem Pferdeschweife und merkwürdiger Zusammensetzung der Glieder, auf der andern *Antilope Strepsicoros*, deren Hörner erhabne Längskanten haben, wie die Hörner von *Capra*.

Die von Reisenden im nordlichen Afrika angegebnen Arten von *Capra* sind alle noch ungewifs; dafs die wilde Ziege, *Capra Aegagrus* und der Mufflon, *Capra Musimon*, sich dort aufhalte, ist jedoch wahrscheinlich, da das gegenüberliegende Süd-Europa sie besitzt.

In dem *Bos Caffer* hat Süd-Afrika eine grofse Büffelart; aber der *Dante* oder Zwergochse, den Pennant nach Belon anführt, ist sehr zweideutig, da seine Hörner als queerreifig beschrieben werden, welches eher auf eine Antilope, als auf einen Ochsen pafst. Man findet in ältern Schriftstellern nicht selten, dafs sie eine braune Antilope für eine Ochsenart hielten. Die von Zimmermann III. p. 66 und 157 und II. 93. f. angeführten braunen wilden Ochsen-Arten aus *Duguela*, *Tramezen*, *Numidia* scheinen in der That Antilopen zu seyn.

Ueber das Einhorn, dessen Existenz neuerlich noch Barrow aus der in einer Höhle der Buschmänner am Vorgebirge der guten Hoffnung gefundnen Zeichnung wahrscheinlich machen wollte, ist noch immer das alte Dunkel verbreitet.

Von der Ordnung der *Effodientia* kommen in Afrika zwei Gattungen vor. Der *Orycteropus Capensis* unterscheidet sich von dem Süd-Amerikanischen Ameisenfresser, dem er in manchen Stücken ähnlich ist, auch wie dieser von Termiten und Ameisen sich nährt, die er mit seiner langen klebrigen Zunge fängt, hauptsächlich durch seine, eigenthümlich gebildeten Backenzähne und durch die Klauen. Ob eine ähnliche Art in Zeilan wirk-

lich vorkomme, ist aus den kurzen Nachrichten nicht mit Sicherheit zu folgern.

Auf ähnliche Art nährt sich auch das Schuppenthier, *Manis*, das durch den Mangel der Zähne und die Klauen den Ameisenfressern noch ähnlicher, und über den ganzen Leib mit knochigen grofsen Schuppen gepanzert ist. Das Guineische Schuppenthier, das im Verzeichnisse *Manis gigantea* heifst, ist mit Unrecht mit der Ost-Indischen *Manis brachyura* verbunden; es wird 4 Fufs, dieses nur anderthalb Fufs lang, und dafs dieses Thier ausgewachsen war, beweisen die im Leibe gefundnen Jungen. Unter gleichem Himmelsstriche ändern wilde Thiere nicht so sehr in der Gröfse ab.

Von der Ordnung *Volitantia* ist aufser dem grofsen, über so weite Strecken der tropischen alten Welt bis in die Australischen Inseln verbreiteten *Pteropus Vampyrus*, auf den ostlichen Inseln noch eine Art, die *Rougette Buffon*, *Pteropus collaris*, die man mit jener, der *Roussette*, irrig verbunden hat.

Eine besondere Gattung von Fledermäusen bildet die Senegallische *Nycteris hispida*.

Geoffroy hat in Aegypten 9 Arten von Fledermäusen gefunden, aber weiter nicht angegeben, ob sie zu *Rhinolophus*, oder zu *Phyllostomus*, wovon das Kap eine Art enthält, gehören mögen.

Aus der Ordnung *Falculata* sind unter den kleinen Sohlenschreitern mehrere besondere Thiere.

Geoffroy gibt einen Aegypten eignen Igel, *Erinaceus aegyptiacus*, an.

Madagaskar hat eine von den Igeln durch Cuvier abgesonderte Gattung eigenthümlich, *Centetes*, in 4 Arten, deren zwei Buffon wohl ohne Grund für die Jungen der andern beiden, seines *Tanrec* und *Tendrac*, ansah.

Dafs am Vorgebirge der guten Hoffnung ein wahrer *Sorex* vorkomme, zeigt ein in der Heyerischen Sammlung aufbewahrter, von dort gebrachter Schädel. Ob er dem mit einem langen Rüssel versehenen *Sorex proboscideus Shaw* zugehört, ist nicht entschieden.

Eine Eigenthümlichkeit des Kaps ist der Goldmaulwurf, *Chrysochloris aurata*, der mit Recht von *Talpa* getrennt ist, wovon ihn auch der sehr merkwürdig gebaute Schädel mit den Zähnen, trennt. Sein Haar schillert mit allen Regenbogenfarben, eine Erscheinung, die in einem gewissen Grade auch an einem Süd-Amerikanischen Beutelthiere vorkommt. Seba war Schuld, dafs man dieses Thier für ein Produkt von Siberien hielt, da-

her der Name *Talpa Asiatica* im Systeme. Sollte nicht auch Seba's Angabe des Vaterlandes von dem röthlichen Maulwurfe, der zu *Chrysochloris* ebenfalls zu gehören scheint, irrig, und diefs Thier aus Afrika, nicht aus Amerika, gebracht seyn?

In der Wüste Saarah und in der Nähe des Atlas ist ein Thier, das Buffon im Supplemente *l'Animal anonyme*, Andere Fennek nennen, und das unter dem Namen *Canis Cerda* zu den Hunden gezählt ist. Nach Bruce soll es auf Bäumen nisten. Merkwürdig sind seine ungeheuren Ohren; diese, die vierzehigen Füfse, bei dem Gebisse eines Hundes, wie man angibt, sind die Gründe, warum man es zu einer besondern Gattung zählt, die statt *Fennécus* besser *Megalotis* heifst.

Zu der Gattung *Gulo* gehört nach genauern Untersuchungen die *Viverra mellivora*, die man zum zweitenmale unter dem Namen *Viverra Capensis* beschreibt. Nach Shaw's Vermuthung ist Pennants *Indian Badger*, die *Meles Indica*, eben dieser Honigdachs oder Ratel.

In den Gebirgen der Barbarei kommt, jedoch selten, der Bär, *Ursus niger*, vor.

In Afrika ist der so lange mit dem Levantischen und vielleicht auch Aegyptischen *Canis aureus* verwechselte *Canis mesomelas* oder Jackhals, der dem Fuchse in Verschlagenheit gleicht, sehr häufig. Man findet auch viele verwilderte Haushunde.

Von *Felis* finden wir, aufser dem durch ganz Afrika verbreiteten Löwen, den Panther, *Felis Panthera*, und den damit für einerlei gehaltenen, aber wahrscheinlich verschiedenen und standhaft kleineren Kapischen *Pardus*. Beide werden von den Reisebeschreibern Tiger genannt, die in Afrika nicht vorkommen. Der Luipard der Kapkolonisten ist die kleinere *Felis jubata* mit langem Nackenhaare. Die übrigen Arten bedürfen noch der Aufklärung.

Fast ausschliefslich besitzt Afrika die Gattung der *Hyaena*; im südlichen Theile ist die gefleckte Hyäne, *Hyaena Crocuta*, die dort zur Jagd gezähmt worden ist, im nordlichen die gestreifte *Hyaena striata*, welche auch in der Levante, in Indien und Arabien vorkommt. Die Abyssinische *Hyaena Dubbah*, welche man als eine verschiedene Art annehmen zu müssen glaubte *), ist eben diese gestreifte Hyäne. Cuvier erwähnt noch einer grö-

*) F. A. A. Meyers Zoologische Entdeckungen in Neuholland und Afrika. 1793. S. 94. 2.

fsern *Hyaena maculata*, die er von *Crocuta* unterscheidet, und Le Vaillant spricht von einer am Meeresstrande am Kap gesehenen einfarbigen Hyäne. Bei den Hyänen ist alle Kraft nach vorn gedrängt, ihr Kopf und Gebifs verkündigen ein gefräfsiges Raubthier, der Hintertheil ist sonderbar abfallend und schleppend. Bei ältern Reisenden ist der Tigerwolf die gefleckte, der gestreifte Afrikanische Tiger wahrscheinlich die gestreifte Hyäne.

Aufser dem Süd-Afrikanischen Zibetthiere, *Viverra Civetta*, kommt eine noch ungewisse Art, die *Viverra hermaphrodyta*, in der Barbarei vor. Von der häufig verkannten und sehr einzuschränkenden Gattung *Viverra*, die sich durch die sechs in gleicher Reihe stehenden untern Vorderzähne, halbzurückziehbare Klauen, eine rauhe Zunge und den Zibetbeutel unter dem After auszeichnen, ist zuvörderst die Suricatte, *Viverra tetradactyla*, als Gattung abzusondern, bei der Zehenzahl, die festen Klauen, die glatte Zunge abweichen. Sie heifst hier *Ryzaena.* Ich habe ihr die *Viverra Zenik* zugeordnet, die Pennant, durch eine irrige Angabe Sonnerat's verleitet, zu den Ratten gestellt hat, und glaube, diese ist wirklich nichts anders, als *Tetradactyla* selbst.

Eine zweite Gattung bilden die Ichneumons, die man unter dem lange schon angewandten Namen *Ichneumon*, oder unter der Benennung *Mangusta* getrennt hat, die aber besser *Herpestes* heifst. Ihre untern Vorderzähne sind wie bei *Mustela* gebildet, mit denen sie im ganzen Baue viel Aehnliches haben. Afrika hat aufser dem Aegyptischen, ehemals unrichtig mit der Ost-Indischen *Mungo* verbundnen *H. Ichneumon* noch 4 ihm eigenthümliche Arten, wovon aber Bosmann's Arompo, *Herpestes penicillatus*, vielleicht mit *Herpestes Ichneumon*, und die andre, Büffons Nems, vielleicht mit *Cafer* zusammenfällt, und wovon die *Galera*, aus zwei Arten gemacht, die Buffon *Vansire* und *Tayra* nennt, wegen der Gattungsrechte noch nicht im Reinen ist.

Unter den Wieseln, *Mustela*, ist in Nord-Afrika das Frettel, *Mustela Furo*, das man wegen der verschiedenen Rippenzahl *) und der spitzern Schnauze nicht für eine Ausartung des *Putorius* annehmen kann, mit dem es sich auch nie vermischt; in Süd-Afrika die für eine *Mephitis* gehaltene

*) *M. Furo* hat 15 Rippen, *M. Putorius*, *Martes* u. a. m. haben 14 Rippen an jeder Seite. Daubenton.

Mustela Zorilla merkwürdig, die allerdings in ihren Drüsen in der Nähe des Afters einen entsetzlich stinkenden Saft absondert.

Dafs am Vorgebirge der guten Hoffnung eine grofse Fischotter vorkomme, *Lutra Capensis* genannt, zeigt ein von dort mitgebrachter Schädel. Unter den Aegyptischen Thieren findet man eine Flufsotter angezeigt; ob *Lutra vulgaris*, ist nicht zu bestimmen.

Von *Pinnipedatis* haben die Küsten nur ein Paar Robben aufzuweisen; *Phoca vitulina* soll an der Küste der Barbarei und am Kap vorkommen; aber so nannte man bisher alle nicht genau anzugebenden Robben. Kolbe erwähnt einer grofsen, aber ungemähnten Robbe, die zu seiner Zeit am Kap erlegt wurde, vielleicht eine weibliche *Jubata*.

Aus der Ordnung *Natantia* kommen in dem tropischen Meere zwei ähnliche Gattungen vor, *Manatus* und *Halicore*, auch wohl *Dugong* genannt. Ihre Brustglieder sind stärker entwickelt, als bei den Wallrossen, und da sie sich zuweilen in den Wellen aufrichten, und deutliche Brustzitzen zeigten, so entstand bei den Reisenden die Idee von Meermenschen. Der 15 Fufs lange *Manatus sphaerurus* ist von Adanson im Senegall gefunden; der Dugong, *Halicore cetacea*, findet sich von der Afrikanischen Südspitze bis nach den Pelewinseln. Aber diese Thiere sind noch immer nicht genugthuend beschrieben.

Von Wallfischen findet man nur wenige aus den Afrikanischen Küstenmeeren angegeben. Es scheint wohl sicher, dafs sie, so wie die Robben, weniger in den tropischen und angrenzenden, als in den kalten Meeren zu Hause gehören.

---

2. Süd-Asien.

vom 40sten Grade N. Br. an südwärts mit den Ostindischen Inseln bis zum 10ten Grade S. Br., ostlich bis zu den Philippinen und Molukken, westlich bis zum Ägeischen und Mittelländischen Meere, der Landenge von Suez und dem Arabischen Meerbusen. Der Aequator durchschneidet die grofsen Inseln Sumatra, Borneo und Celebes, und hat neben sich südlich die grofsen Eilande Java und Timor, nordlich die Philippinen, Zeilan und vom festen Lande die Indien. Die tropischen Erzeugnisse, die hier in der reichsten Fülle und Kraft vorkommen, erstrecken sich auf dem Kontinente zum Theil bis an den Fufs der nordlichen hohen Gebirge, auf denen eine mehr nor-

dische Gestalt der Pflanzen und Thiere einheimisch ist. Alle Abwechslungen des Bodens, der Luft und der Bewäſsrung begünstigen die reichliche Entwicklung der organischen Natur. Süd-Asien erstreckt sich in seinem nordlichen Theile durch 95 Längengrade, also begreift es deren 25 mehr als Afrika in seiner gröſsesten Breite.

Es enthält 57 Gattungen, worunter 7 ihm eigenthümlich sind: *Hylebates*, *Tarsius*, *Prochilus*, *Pamphractus?*, *Galeopithecus*, *Harpvia.*

Von den übrigen besitzt es folgende 8 oder 9 nicht in Afrika vorkommende Gattungen: *Balantia*, *Halmaturus*, *Pteromys*, *Spalax*, *Camelus*, *Moschus*, *Rhinolophus*, *Meles?*, *Balaena.*

Arten umfaſst es 175, wovon 117 ihm eigen gehören.

Die Ordnungen sind alle vorhanden.

Verzeichniſs
der in Süd-Asien vorkommenden Gattungen und Arten,
worin die dem Erdtheile eigenthümlichen ausgezeichnet sind.

Simia Satyrus
parvilamnis
Hylebates Lar
Golok
Moloch
varius
Lasiopyga Nemaea
Cercopithecus Mona
Audeberti
Cephalopterus
Talapoin
Aygula
Mona
bicolor
Atys
Sinicus
Entellus
fulvus
Nasica
Monachus?
Cercopithecus verrucosus
Cynocephalus Silenus
Vetulus
Senex
Veter
penicillatus
Hamadryas
Nemestrinus
Inuus
Sylvanus
Lemur Mongoz
Stenops gracilis
ceylonicus
tardigradus
?Syrichta
Tarsius Pallasii
Daubentonii
pusillus
fuscomanus
Balantia orientalis

Phalangista ?cucullata
Halmaturus Brunii

Dipus halticus –
bipes
Meriones meridianus
tamaricinus
apicalis
Sciurus paradisiacus
Gingicus —
Palmarum
xanthius —
Persicus
vulgaris
anomalus
erythraeus
bicolor
Indicus
macrourus
Pteromys grandis
Sagitta
striatus
Arctomys Citillus
Mus Indicus
Malabaricus —
?Pilorides
decumanus
Rattus
Musculus
?Arabicus —
?*striatus*
Spalax Typhlus
Hystrix cristata
fasciculata
macroura
Lepus Tolai?
Lepus timidus
Hyrax Syriacus
Elephas Indicus
Rhinoceros plicatus
unicornis
Sukoteiro?
Sus Babyrussa
Scrofa

Equus Caballus
Hemionus
Asinus

Camelus Bactrianus
Dromedarius?
Cervus albicornis
Elaphus
Dama
Axis
Chinensis —
unicolor
porcinus
Muntjac
Pygargus?
Moschus moschiferus
Indicus
Javanicus
pygmaeus
Meminna
Antilope Tragocamelus
picta
Gazella
interscapularis
Cervicapra
Leucoryx
Dorcas
subgutturosa

Antilope gutturosa
Capra Aegagrus
Bos Bubalus?
grunniens
Apoa
Indicus
Arni?

Prochilus ursinus

Orycteropus? Talgoi?
Manis macroura
brachyura
laticaudata

Pamphractus squamatus?
Galeopithecus volans
rufus
variegatus
Pteropus Vampyrus
flavus?
Harpyja Cephalotes
?plicata
Vespertilio pictus
Timoriensis
Rhinolophus Speoris
Crumenifer
Phyllostomus Spasma

Erinaceus Malaccensis
Sorex caerulescens
dasyurus
murinus
pusillus
Meles? Indica?
Ursus fuscus
Ursus niger
Canis Vulpes
aureus
Lupus
?Ceylanicus
Bengalensis
Hyaena striata
Felis Leo
Tigris
virgata
Uncia
infuscata?
guttata
Leopardalis?
Bengalensis
Chaus
Caracal
Viverra Zibetha
Malaccensis
Ceylanica?
Genetta
Fossa
Herpestes Mungo
Bagdadensis
?psilodactylus
Mustela erminea
moschata
venusta
Javanica
fasciata
striata
Lutra vulgaris
cinerea

Phoca pusilla?

Manatus australis	*Delphinus Phocaena*
Halicore cetacea	*Orca*
Balaena Mysticetus	*Chinensis*
Physeter macrocephalus	*Gangeticus* –
Delphinus Delphis	*rostratus*? –

Aus der Ordnung *Pollicata* sind in Borneo zwei gewöhnlich zu einer Art verbundne Orang-Outangs, *Simia Satyrus*, Buffons *Jocko*, den Camper beschrieben hat, und der *Homo sylvestris* Edwards, den ich wegen des vorhandenen aber kleinen Daumennagels unter dem Namen *Simia parvilamnis* unterschieden habe.

Von dieser Gattung der menschenähnlichen Affen trenne ich unter dem Namen *Hylebates* die Langarmigen Affen, den *Lar*, Buffons *Grand Gibbon*, den damit bisher verbundenen *Petit Gibbon*, *varius*, und den Audebertischen *Moloch*, den Schreber *Leucisca* nennt. Der Golok in den *Philosophical Transactions LIX. p. 72 tab. III.* ist zu schlecht abgebildet und beschrieben, um mit Bestimmtheit anzuführen; doch scheint er mir eher ein *Hylebates* mit langen Armen und Gesäfsschwielen, als ein Orang zu seyn, wozu Pennant ihn rechnen will. Ob die Art selbst verschieden ist, kann man nicht bestimmen.

Von den schon bei Afrika erwähnten *Lasiopyga*, die sich durch ihren Mangel an Gesäfsschwielen von den *Cercopithecus* unterscheiden, hat Cochinchina eine durch ihr buntes Kleid ausgezeichnete Art, den *Douc Buffon*, *Simia Nemaea* des Systems. Cuvier rechnet zu diesen Affen noch den durch seine lange abgesetzte unterwärts die Nasenlöcher enthaltende Nase unterschiednen *Cercopithecus Nasica* aus den Sundaischen Inseln; aber in allen Beschreibungen werden die kahlen Gesäfsschwielen ausdrücklich erwähnt.

Von *Cercopithecus* besitzt Süd-Asien eine Menge, zum Theil noch schlecht beschriebene Arten. Von *Cynocephalus* sind hier, aufser dem *Pongo* des neuern Systems, mehrere Afrikanische, und viele eigenthümliche Arten; die sich durch einen Quastenschwanz auszeichnen.

Nur der *Lemur Mongoz* der Ost-Afrikanischen Inseln ist in Ostindien, dagegen ist die Gattung *Stenops*, die man nach einem Holländischen Worte Faullenzer, *Locri*, genannt hat, hier einheimisch. Man hat erst in neuern Zeiten*) diese Thiere genauer kennen gelernt, und eine Menge Verir-

*) Audebert, Geoffroy, Fischer.

rungen der ältern Naturforscher beseitigt. Die *Tardigrada* war die Veranlassung zu der Behauptung, dafs es auch in der alten Welt Faulthiere, *Bradypus*, gebe, nicht blos in Süd-Amerika. Der Streit zwischen Buffon und Vosmaer, den Andre fortsetzten, war eigentlich nur ein Wortstreit, und kam zum Theil von dem Mangel einer systematischen Vergleichung der Thiere. Denn so sicher es ist, dafs *Stenops tardigradus* am Tage eine aufserordentliche Trägheit der Bewegungen und das Geschrei Ai hat, das man für ein Wehklagen ausgab, eben so gewifs ist der aufserordentliche Unterschied zwischen ihm und dem Süd-Amerikanischen *Bradypus*, die kein unbefangener Untersucher, der nicht blos an einigen trüglichen Merkmalen ähnlicher Lebensart und Sitten haftet, auch nur in dieselbe Ordnung von Säugthieren zu stellen wagen wird. Süd-Asien besitzt ein den wahren Faulthieren weit ähnlicheres Thier, den *Prochilus ursinus*, den *Bradypus ursinus* von Pennant und Shaw, und es ist wahrscheinlich, dafs auch er zu der Behauptung Anlafs gegeben, dafs in Asien wahre Faulthiere wären *). Die Verwirrung wurde freilich dadurch sehr grofs, dafs Seba ein wahres Faulthier aus Zeylan **) beschrieb und abbildete; es ist diefs aber ein von ihm nicht selten begangener Irrthum, und das Thier der wahre Süd-Amerikanische *Bradypus didactylus*.

Zu der Gattung *Stenops* ist, nicht ohne Zweifel, ein Thier gestellt, das bisher unter dem Namen *Syrichta* bei den langschwänzigen Affen vorkam. Man kennt es aus einer rohen Beschreibung und Abbildung, die Petiver aus einem von Kamel herrührenden Manuscripte entlehnte ***). Die langen Schnurrhaare, die man bei den Affen der alten Welt nicht findet, die grofsen das Licht des Tages scheuenden Augen passen recht gut zu einem *Stenops*.

Die Molukken besitzen eine merkwürdige Gattung von 3 bis 4 Arten, die sich von den ähnlichen Lemuren durch ihre aufserordentlich langen und dünnen Hinterbeine, und langen Finger unterscheiden.

*) Man sehe Pennant's Uebersicht der Vierf. Thiere, übersetzt von Bechstein, p. 556 bei dem Unau.

**) *Seba Thesaurus I. tab.* 34, *Fig.* 1. *Tab.* 33, *Fig.* 4.

***) Die Kopie von *Kamel's* oder *Camelli's* Zeichnung liefert *Shaw's General Zoology I. p.* 67.

Die Familie der Beutelthiere, *Marsupiales*, hat in dem Kuskus, *Balantia orientalis*, *Didelphys orientalis* des Systems, eine Art in dem ostlichsten Ende Süd-Asiens. Auch dieses Thier hat Antheil an dem Streite, dafs sich die Süd-Amerikanischen Beutelthiere in Asien ebenfalls finden. Genau genommen, unterscheiden sich aber diese Thiere wesentlich im Gebisse und der Zehenbildung; in dieser findet die Besonderheit Statt, die man bei einigen Neuholländischen Thieren dieser und der folgenden Familie gleichfalls bemerkt, dafs zwei Zehen des Hinterfufses aneinandergewachsen, mit Einer Zehenscheide umkleidet und nur an einer Doppelklaue äusserlich erkennbar sind.

So wie diese Gattung gleichsam ein Abstreifling der Neuholländischen Thierbildung war, so scheint noch ein solches Thier in dem von Seba abgebildeten *Sciurus Virginianus volans*, Pennants *Hooded squirrel* *), vorzukommen. Dafs diefs Thier von den Flieghörnchen, *Pteromys*, abwich, bemerkte schon der scharfsinnige Pallas **). Wäre ein Daumen an den Hinterfüfsen ersichtlich, so würde ich es mit Sicherheit für ein fliegendes Beutelthier, die Geoffroy unter dem Namen *Phalangista* zu einer Gattung erhoben, erklären und das angegebene Vaterland würde uns nicht irre machen, da Seba oft falsche Angaben darüber hat. Jetzt kann ich nur muthmafsen, dafs diefs Thier ein *Phalangista* ist, dafs der Zeichner die Zehen nicht treu darstellte, welches sogar in Abbildungen nicht selten ist ***), und dafs das Thier nach Ost-Asien gehört. Linné's *Sciurus Sagitta* wird zu genau in Ansehung der Zähne, der gespaltenen Oberlefze und der Zehenzahl beschrieben, um ihn ebenfalls hieherzurechnen. Auch ist eine vom Halse anfangende und zu den Vordertheilen der Vorderbeine sich erstreckende Flughaut in der That nicht so anomalisch bei den *Pteromys*, wie man behauptet; bei dem grofsen *Pteromys*, den Pallas unter dem Namen *Sciurus Petaurista* beschrieben, ist sie sehr deutlich.

Die Neuholland sonst eigenthümliche Ordnung der *Salientia* hat in eben diesen Ost-Asiatischen Inseln in dem *Didelphys Brunii* des Systems eine Art, den *Halmaturus Brunii*. Wäre diefs Thier früher schon gehörig ins

*) *Seba Thesaurus I. Tab.* 44, *Fig.* 3.

**) *Pallas Novae species Quadrupedum e Glirium ordine p.* 354.

***) [illegible] denen Abbildungen der Quadrumanen im Schreber [illegible]

Licht gesetzt gewesen, so hätte das Neuholländische Känguruh, dem es ganz ähnlich gebildet ist, zur Zeit seiner Entdeckung gar nicht das Aufsehn machen können, das ein von der gewöhnlichen Form so abweichendes Thier erregte.

Aus der Ordnung der *Prensiculantia* sind die Süd-Asiatischen Arten der Gattungen *Dipus* und *Meriones* zum Theil mit Nord-Asien, zum Theil mit dem nordlichen Afrika gemein. Aus den Molukken besitzt das Museum eine neue Art von *Meriones*, den *apicalis*.

Von den zahlreichen *Sciurus* ist der angeblich auf Pisangen lebende *Sciurus paradisiacus Bechstein* vielleicht nur eine Abart von *Sciurus Gingicus*. Den *Sciurus xanthius*, den *de la Faille* angibt, hat man zu den Süd-Amerikanischen *Sciurus flavus*, mit Unrecht, gezogen. *Sciurus maximus* und *macrourus* müssen bei näherer Prüfung in Eine Art zusammen fallen.

Von Flieghörnchen *Pteromys* besitzt das östliche Ost-Indien die gröfseste bekannte Art, deren kurz vorher erwähnt, so wie der *Sagitta* schon vorgekommen ist.

Asien ist vielleicht das ursprüngliche Vaterland der grofsen braunen Ratte, *Mus decumanus*, die jetzt die Plage aller Erdtheile geworden ist.

Von *Hystrix* kommen, aufser der gemeinen *Hystrix cristata*, zwei eigenthümliche Arten vor.

Die Ordnung *Multungula* zählt in dem *Elephas Indicus* das gröfseste Landthier, das der Mensch sich dienstbar zu machen gewufst hat.

Das einhornige Nashorn, *Rhinoceros unicornis*, ist über ganz Ost-Indien verbreitet und gibt dem Afrikanischen Thiere in Gröfse nicht nach. Noch nicht lange ist das Daseyn einer andern kleinern zweihörnigen, aber von *Rhinoceros bicornis* verschiednen Art auf Sumatra erwiesen.

Sus Babyrussa ist eine merkwürdige Art von Schweinen, bei denen die Hauzähne lang und bogenförmig gekrümmt in die Höhe stehn, die obern aus der Oberseite der Kieferknochen hervorkommen. Diefs Thier ist auf die Molukken beschränkt, doch kommt es wahrscheinlich auch in Java und Timor vor.

Hier müssen wir eines Thiers erwähnen, von dem sich nirgends eine Nachricht findet, als in des Holländers Nieuhof's Reisen *), der es *Sukotyro*

*) *Nieuhofs Zee-en Lant-Reizen door verschiede Gewesten van Oostindien.* Amsterdam 1682 p. 293 und Titelkupfer.

oder *Sukoterio* nennt. Es soll in Java selbst eine seltne Erscheinung seyn, von der Gröfse eines Ochsen, mit einer Schweineschnauze, zwei langen rauhen Ohren, einem langen sonderbar gebildeten haarigen Schwanz, Augen, die so stehn, dafs ihre Spitze in die Höhe gerichtet ist. An den Seiten des Kopfs neben den Augen stehn zwei lange Backenzahnhörner (*hoorens of baktanden*) die etwas dünner als Elephantenzähne sind. — Diefs ist die ganze Beschreibung. Die Abbildung zeigt ein plumpes Thier mit einer sehr breiten Schnauze und mit Elephantenfüfsen; die Hörner kommen zwischen Augen und Ohren hervor und sind vorwärts beträchtlich über die Schnauze hinaus verlängert. Sollte diese Abbildung nicht blofs nach einer Beschreibung gemacht seyn? Ueber die Fufsbildung schweigt der Text; der Maler nahm sie von dem gleich danebenstehenden Elephanten. Alle in dem Werke gelieferte Abbildungen sind nicht befriedigend und in Ansehung der Füfse der Vögel findet eine grofse Unachtsamkeit Statt. So hat der Kasoar S. 282 eine grofse Hinterzehe. Dafs man in ältern Werken solche aus Muthmafsungen gemachte Abbildungen findet, zeigt unter andern die sonst so schätzbare Reise von Dampier. Hier ist die Abbildung des *Hippopotamus* gegeben, weil man Dampier's auf Hörensagen gemachte Beschreibung des Süd-Amerikanischen Tapir dafür hielt, und wer diese Beschreibung mit dem Thiere vergleicht, findet die gröfsesten Abweichungen von der Natur *). Die Nachricht und Abbildung des Sukoteiro leite ich von einer übertriebnen Nachricht von *Sus Babyrussa* her. Diesen hat zwar *Nieuhof* selbst pag. 25 abgebildet und beschrieben, und hier die Gestalt zu einer hirschähnlichen veredelt, doch kann man nicht eher den Sukoteiro in eine genauere Thierliste aufnehmen, bis andre Nachrichten sein Daseyn bekräftigen.

Von *Solidungulis* sind *Equus Caballus Hemionus* und *Asinus* an den Grenzen Nord-Asiens wild.

Von *Bisulcis* ist ebendaselbst der *Camelus Bactrianus* in ursprünglichem Zustande einheimisch. Der gegen die Kälte empfindlichere dem Araber unentbehrliche Dromedar, *Camelus Dromedarius*, ist nicht unwahrscheinlich in Arabien zu Hause, wie ein alter Schriftsteller angibt **).

Die Gattung der Hirsche ist in Süd-Asien reichhaltig. Ihr nahe

*) *Voyage to Newholland etc. by C. W. Dampier. III. Vol. London* 1729. *pag.* 254 — *Mountain Cow (called by the Spaniards Ante) ibid. II. pag.* 102.

**) *Pallas Spicilegia zoologica. Fasc. XI. pag.* 5. *nota a.*

verwandt ist das Moschusthier, *Moschus*, wo hier aufser dem auf der nordlichen Grenze im Gebirge einheimischen *Moschus moschiferus*, noch vier kleinere Arten vorkommen, die zum Theil noch mehr den Hirschen sich nähern, als *Moschiferus*. Diese Gattung ist Asien eigen; denn der *Moschus Americanus* des Systems ist die Hindinn des Süd-Amerikanischen *Cervus rufus*, und der von Seba entlehnte *Tragulus Surinamensis*, den Shaw *Moschus delicatulus* nennt, ist ein Junges eben dieses Hirsches. Es ist daher falsch, wenn Buffon dieses Thier aus Surinam nach Guinea versetzen will, denn es kommt auch in Brasilien vor.

Von Antilopen hat Süd-Asien mehrere zum Theil ansehnliche Arten; die mit Afrika gemeinschaftlichen Arten *Gazella*, *Dorcas* und *Cervicapra*, sind diejenigen, die unter dem Namen der Gazellen in den Schriften am häufigsten erwähnt werden.

Die Arten von *Capra*, die man als die Stamm-Eltern der Ziege und des Schaafs ansieht, *Capra Aegagrus* und *Ammon* sind in den Nordgebirgen des Continents von Süd-Asien.

Der Büffel, *Bos Bubalus*, der sich gezähmt über Asien, Afrika und Süd-Europa verbreitet hat, soll in Malabar, Zeilan und Borneo wild seyn. Pallas ist geneigt, ihn von dem schon bei Nord-Asien erwähnten *Bos grunniens* der Nordgebirge Süd-Asiens herzuleiten, der durch das Klima und die Zähmung sein Haar verloren hat. Mehrere als wild angegebne Ochsenarten sind noch nicht gehörig untersucht, da wir in Süd-Amerika und erst vor Kurzem in Neuholland die bestimmten Erfahrungen haben, wie leicht zahmes Rindvieh verwildern könne.

Zu der Ordnung *Tardigrada* hat Bengalen noch nicht lange ein Thier geliefert, das mit dem systematischen Charakter des Faulthiers manche Eigenthümlichkeiten verbindet, die es räthlich machen, es nicht wie Pennant, Meyer *) und Shaw zu *Bradypus*, sondern zu einer eignen Gattung zu rechnen, die von lang vorgestreckten Lefzen *Prochilus* heifsen kann. Das Thier von der Gröfse eines Fuchses, mit langem schwarzen Zottenhaar bedeckt, hat ein nacktes Gesicht, mäfsige Scharrklauen, und bewegt sich ziemlich munter und ohne Hemmung.

Auf

*) F. A. A. Meyer's Zoologische Entdeckungen in Neuholland und Afrika. Leipzig 1793. 8. S. 149.

Auf Zeilan findet sich, nach Strachan's Nachrichten, die aber nur sehr unvollständig sind, ein Thier, das er *Talgoi* nennt, und das Pennant *) für einerlei mit dem Kapischen Ameisenfresser, *Orycteropus Capensis*, hält. In Nieuhofs oben angeführten Reisen findet sich S. 294 die Abbildung eines Ameisenfressers (*Micren-eeter*), die dem Kapischen nicht unähnlich ist. Er redet von mehrern Abweichungen dieser Thiere, aber man möchte glauben, dafs die Süd-Amerikanischen *Myrmecophaga* mit dabei begriffen wären; auch gibt er das Vaterland des Thiers nicht ausdrücklich an. Soviel ist aus Strachan's kurzer Nachricht gewifs, dafs auf Zeilan ein Thier lebt, welches die Ameisen mit der langen Zunge aufleckt.

Von Schuppenthieren, *Manis*, hat Asien drei Arten, wovon die *laticaudata* wohl mit Recht als besondre Art getrennt ist.

Die Ordnung *Reptilia*, womit Neuholland vor Kurzem die Naturforscher in Erstaunen und Verlegenheit gesetzt, hat vielleicht in Java einen ältern Verwandten aufzuweisen, den man auf eine sonderbare Weise zu den Schildkröten gesetzt hat, ich meine die *Testudo squamata* des Bontius und der Systeme **). Bei einer andern Gelegenheit ist diese Vermuthung ausführlicher entwickelt; hier nur Folgendes: Bontius hatte das Thier lebendig, seine Nachricht und Abbildung ist daher, bei aller Rohheit, als ziemlich genau anzunehmen. Er unterschied es selbst sehr genau von den Schildkröten, womit es auch weit weniger, als mit den Eidechsen Aehnlichkeit hat. Auch der *Ornithorhynchus* lebt im Wasser, wie dieses Thier, und hat einige Verwandtschaft zu den Amphibien. Die Analogie des Neuholländischen Dornenthiers (*Tachyglossus* oder *Echidna Cuvier*) mit den Ameisenfressern macht es annehmlich, dafs in dieser Reihe ein geschupptes Thier vorkomme, da das Schuppenthier, *Manis*, so genau mit den Ameisenfressern übereinstimmt. Die Inseln Java und einige angrenzende Eilande haben uns schon in *Balantia orientalis*, *Halmaturus Brunii* und in dem wahrscheinlichen *Phalangista cucullata* den nahen Zusammenhang mit Neuhollands Thierbildung gezeigt. Ich setze daher dies problematische Geschöpf un-

*) Uebersicht der vierf. Thiere v. Bechstein. S. 570 und *Philosophical Transact. abridged. V. p.* 180. — *Philos. Transact. vol. XXIII. n.* 278. *p.* 1094. (*year* 1702—1703).

**) *Jacob Bontius historia naturalis et medicina Indiae in Guil. Pisonis Indiae utriusque re naturali et medica p.* 82.

ter dem Namen *Pamphractus sqamatus* vorläufig in die Reihe der Säugthiere.

Von der Ordnung *Volitantia* besitzen die an merkwürdigen Erzeugnissen besonders ergiebigen Molukken die Familie *Dermoptera*, die nur aus der Gattung *Galeopithecus* besteht, ausschliefslich. Es ist noch unentschieden, ob der *rufus* und *variegatus* nicht vielleicht blofs junge Thiere sind.

Aufser dem *Pteropus Vampyrus*, der zu einer ungeheuren Gröfse erwächst, und einer wahrscheinlich nach Ost-Indien gehörenden Art, dem *Pteropus flavus*, den man zu jenem gezogen hat, ist die Gattung *Harpyia* auf den Molukken einheimisch; sie enthält eine durch ihren unförmlichen Kopf und das Gebifs ausgezeichnete Fledermaus, die Geoffroy neuerlich zu einem noch unausgebildeten *Pteropus* machen wollte. Ihm ist der Schwanz entgangen, den *Pteropus* nicht hat, und der Umstand, dafs Pallas im Uterus einen Fötus fand, wodurch das Erwachsenseyn des Thiers wohl aufser Zweifel gesetzt ist. Nur um die überhaupt noch sehr unvollkommen bestimmten Gattungen nicht durch eine neue eben so unbestimmte zu vermehren, ist Buchanan's *) *Vespertilio plicatus* aus Bengalen hierhergestellt, da bei ihm der Schwanz auch vorsteht. Unter den übrigen Fledermäusen kommen Arten aus den Gattungen *Vespertilio*, *Rhinolophus* und *Phyllostomus* vor.

Die Ordnung *Falculata*. Dafs der *Erinaceus Malaccensis* ein wahrer Igel, und nicht, wie Pennant und Schreber behaupten, eine *Hystrix* sey, ist durch die Untersuchungen von Boddaert und Geoffroy erwiesen.

Der Indische Dachs, *Meles Indica*, den Pennant nur flüchtig beschreibt, ist vielleicht der *Gulo mellivorus* vom Vorgebirge der guten Hoffnung.

Unter den Arten von *Canis* verdient der Goldwolf oder Schakal, *Canis aureus*, ausgehoben zu werden, weil er nach Pallas Meinung der wahrscheinliche Hauptstammvater des zahmen Hundes ist. Der *Canis ceylanicus* ist vielleicht die *Viverra Ceylanica*.

An Katzen-Arten ist dieser Erdtheil reichhaltig; der Löwe findet sich auch hier; der fast gleich mächtige Tiger, *Felis Tigris*, ist nur im heifsen Asien; der nordliche kleinere mehr graue Tiger, in Persien und am Kaspischen Meere, scheint eine besondre Art zu bilden, die ich *Felis virgata* nenne. Der grofse Panther, *Felis Panthera*, soll sich auch über Süd-Asien erstrekken. Der von Pennant angegebne schwarze Leopard mit schwärzeren

*) *Transactions of the Linnean Society V, p. 261.*

Flecken auf schwarzem Grunde ist eine schöne neue Art (*Felis infuscata*) wenn sie wirklich, wie Pennant behauptet, in Bengalen vorkommt; aber wahrscheinlich waltet hier ein Irrthum ob, und es ist hier der Brasilische Schwarze Tiger, die noch nirgends richtig dargestellte *Felis discolor*, bezeichnet. In dem *Hunting Leopard* des Pennant, den man in Indien zur Antilopenjagd abrichtet, kann man unmöglich die, wohl nur auf Afrika beschränkte, *Felis jubata* erkennen, wofür Pennant ihn ausgibt, sondern die von Schreber abgebildete *Felis guttata Herrmann.* Vielleicht trägt dieser Umstand etwas zur Aufklärung der so schwierigen und miteinander verwirrten gefleckten gröſsern Katzenarten bei. Auch von den Luchsen machen die Indier und Perser Gebrauch zur Jagd.

Die den Zibet liefernden *Viverrae* sind besonders in Süd-Asien zu Hause. Ob *Ceylanica* wirklich zu dieser Gattung, ob *Canis Ceylanicus* zu ihr gehöre, ist schwer auszumachen.

Zwei Mangusten oder Ichneumons, *Herpestes Mungo* und *Bagdadensis*, die mit dem Aegyptischen *Ichneumon* sonst verbunden waren, und eine noch ungewisse Art, Pennant's *Slendertoed Weesel*, sind in Süd-Asien.

Von *Mustela* heben wir die ehemals zu *Viverra* gezählten *Genetta* und *Fossa*, deren erste sich auch in Süd-Europa findet, und die Ost-Indische *Viverra fasciata* des Systems aus, die Pennant aus einer ähnlichen irrigen Angabe Sonnerat's, wie bei *Ryzaena Zenik*, zu der Gattung *Mus* rechnete.

Die gemeine Fluſsotter soll auch in Persien und Siam vorkommen. Eine besondre Art, *Lutra cinerea*, hat Wurmb bei Batavia entdeckt.

Aus der Ordnung *Pinnipedia* soll Ost-Indien gar keine Art besitzen, doch wird *Phoca pusilla* als Bewohner der Indischen Meere angegeben. An der Küste des Mittelländischen Meers mag sich wohl eine oder andre Robbenart finden.

Von *Natantibus* hat das Indische Meer den *Manatus australis* und die *Halicore cetacea* mit Australien gemein.

Daſs der Pottfisch, *Physeter macrocephalus*, in den Asiatischen Meeren nicht selten sey, beweist der von ihm kommende Ambra. Einige Arten von *Delphinus* sind diesen Gewässern eigen.

---

3. Australien.

Ein Blick auf die Weltkarte lehrt uns, daſs Australien, worunter hier hauptsächlich Neuholland und Neuguinea verstanden werden, sich in einem ähnlichen Verhältnisse zu Asien befindet, wie Süd-Amerika zu Nord-Amerika, und wenn man will, wie Afrika zu Europa. Süd-Amerika hängt durch eine Erdenge und durch einen inselreichen Meerbusen mit Nord-Amerika zusammen. Afrika's Nordküste hat so viele Erzeugnisse des Pflanzen- und Thierreichs mit dem gegenüberliegenden Süd-Europa gemein, daſs die Trennung beider nicht immer vorhanden gewesen zu seyn scheint. Bei Neuholland und Süd-Asien ist nur eine Verbindung durch Inseln, von denen manche, z. B. Neuguinea und die Luisiade, die Spuren der gewaltsamsten Zerrüttungen zeigen. Diese Verbindung selbst aber hat eine auffallende Aehnlichkeit mit dem Zusammenhange von Süd-Amerika und Nord-Amerika. Malakka, Sumatra, Java, Timor, Papua, Neuguinea bilden einen ähnlichen groſsen ostlichen Inselbusen, wie die Amerikanische Erdenge ihn macht. Man kann freilich den Zusammenhang der Naturprodukte Neuhollands und Ost-Indiens noch nicht nachweisen, und allen Reisenden von Dampier bis auf Péron ist der erschreckende Abstich der unwirthbaren und armen Nordküsten von Neuholland gegen das gleich gegenüberliegende, einem üppigen Garten gleichende Timor aufgefallen. Aber wir kennen Neuholland ja noch so wenig und seine ganze tropische Nordküste fast gar nicht; von Neuguinea, das hier in der Bildung der Thiere und Pflanzen ein hauptsächliches Bindeglied abgeben muſs, wissen wir so gut wie nichts, und die natürlichen Schätze der an- und umliegenden Ost-Indischen Inseln sind uns auch noch zum Theil verborgen. Wir haben einzelne Fälle aufgezählt, wo die Bildung der Säugthiere, die man für ein ausschlieſsliches Gepräge der Neuholländischen Fauna hielt, sich in jenen Inseln wiederfand, und eine völlige Uebereinstimmung aller Thierbildung ist nach der Lage des Landes, unter einer entfernten südlichen Breite nicht zu erwarten.

Die in dem groſsen Ocean zerstreuten Inselgruppen, die man zu Australien rechnet, kann der Aufzähler der Säugthiere in wenigen Worten abfertigen. Selbst Neuseeland enthält nur ein Paar Arten, und Neuguinea mit seinen ostlichen Nachbaren kann, als ein noch ununtersuchter Boden,

gleich mit hinzugezogen werden. Die Fledermäuse: *Pteropus Vampyrus* *) und *Vespertilio Tannensis* und *Novae Seelandiae*, sind die wilden Landthiere dieser Inseln. *Mus decumanus*, *Rattus* und *Musculus* sind wohl erst dahin gebracht. In Neuguinea kommt das wilde Schwein *Sus Scrofa* vor, vielleicht der Stammvater des Siamischen Schweins, das ein grofser Theil jener Inseln als gezähmtes Hausthier besitzt. Auch sollen die Papuanischen Inseln einen Hirsch, vielleicht *Cervus unicolor*, enthalten. Auch ein Haushund kommt auf mehrern Inseln, und nur dieser auf Neuseeland vor. Dafs es bei den Geselligen Inseln Robben geben müsse, zeigt ihre Sprache, die dieses Wort kennt **). Das Thier, von dem die Peljuh-Insulaner die Knochenringe ihres Ordenszeichens nehmen, scheint *Halicore cetacea* zu seyn; sie nennen es *Mussague*. Bei Neuseeland sind mehrere grofse Robben der südlichen Hemisphäre, so wie diese Meere reich an Wallfischen sind. Die Pflanzenbildung jener Inseln des grofsen Oceans zwischen Amerika und Ost-Asien geht sehr in die Ost-Indische über.

Neuholland vom 10ten bis zum 43sten Grade der südl. Br. mit Einschlufs von Diemensland, also unter der südlichen heifsen und gemäfsigten Zone gelegen, in der Länge etwas über 40 Grade sich erstreckend. Seine Gröfse reicht beinahe an die Gröfse von Europa, aber es bildet keine so vielfach eingeschnittne, sondern mehr zusammenhangende Masse, und diefs scheint die fast überall gleiche Bildung der gefundenen Pflanzen und Thiere zu erklären. Hohe Alpen scheinen dem Lande, so wie grofse Flüsse, zu fehlen. Aber wie viel fehlt noch, ehe man den ganzen Rand, geschweige das Innre des Landes, berührt hätte. Die meisten Thiere desselben kennen wir erst seit kurzer Zeit, und manche nicht viel mehr, als dem Namen nach.

Gattungen besitzt Neuholland 20, worunter folgende 7 — 8 ihm eigenthümlich sind: *Thylacis*, *Dasyurus*, *Amblotis*, *Phalangista?*, *Phascolomys*,

*) Sonnini hält den Olihk der Peljuh-Inseln für *Galeopithecus*, aber die kurze Beschreibung von *Keate*, aus der er auch nur schöpfen konnte, läfst sich besser auf *Pteropus Vampyrus* deuten, den die Englischen Seefahrer mit dem Fuchs gern vergleichen.

**) Wenn eine neuere Zeitungsnachricht sicher ist, so holen die Schiffe der Neuholländischen Kolonie eine ungeheure Menge von Robbenfellen von den Fihdschi-Inseln (*Feejee-Islands*). Man möchte glauben, es seyen hier die in der Bassstrafse und Banksstrafse zwischen Neuholland und Diemensland liegenden Inseln gemeint.

Hypsiprymnus, *Tachyglossus*, *Ornithorhynchus*. Nicht Afrikanische Gattungen der übrigen sind: *Balantia*, *Halmaturus*, *Balaena*. Nicht Asiatische: *Hydromys*.

Die Zahl der Arten ist 49, von denen 34 Neuholland eigenthümlich, 15 mit andern Erdtheilen gemein sind.

Von ganzen Säugthierordnungen fehlen folgende: *Multungula*, *Solidungula*, *Bisulca*, *Tardigrada*, *Effodientia*.

Verzeichnifs
der in Australien vorkommenden Gattungen und Arten,
wobei die Neuholländischen mit einem † bezeichnet, die eigenthümlichen
wie oben ausgezeichnet sind.

Thylacis nasuta †
obesula †

Dasyurus macrourus †
Maugei †
viverrinus †
Tafa †
penicillatus †
minimus †

Amblotis Fossor †

Balantia lemurina †
vulpina †
apicalis †
?*tetradactyla* †

Phalangista Petaurus †
sciurea †
apicalis †
macroura †
pygmaea †

Phascolomys fusca †

Hypsiprymnus murinus †

Halmaturus giganteus †
rutilans †
---- *Péron* †
Kingii †
Halmaturus fasciatus †
---- *Péron* †

Sus Scrofa

Tachyglossus Hystrix †
setosus

Ornithorhynchus fuscus †
rufus †

Pteropus Vampyrus †

Vespertilio murinus †
Novae Seelandiae
Tannensis

Canis Dingo †
familiaris

Phoca jubata †
leonina
proboscidea †
ursina †
pusilla †
australis

Phoca Monachus †	*Balaena boops* †
vitulina ?	*Physeter macrocephalus* †
———	*Delphinus Delphis* †
Manatus australis †	*Phocaena* †
Halicore cetacea †	*Orca* †
Balaena mysticetus †	*leucoramphus* †
duplicata	*dorsalis* †
Physalus †.	

———

Aus der Ordnung der *Pollicata* sind hier die Beutelthiere in mannichfaltigen Abstufungen der Bildung; alle haben den Daumen der Hinterfüſse, an denen oft zwei Zehen in Eine verbunden sind, und an dem Unterleibe den Zitzensack zur Aufnahme der in Embryonengestalt gebohrnen Jungen.

Thylacis, wie der zu verwerfende Name *Peramales* ersetzt werden kann, hat zwei Arten.

Geoffroy's *Dasyurus* zählt 6 Arten, wovon die gröſseste, *Macrourus*, anderthalb Fuſs, die kleinste, *Minimus*, nur 4 Zoll lang ist. Die äuſsere Bildung hat Aehnlichkeit mit der Bildung der Wiesel, denen diese Thiere auch in der Lebensart ähnlich sind.

Der Wombat, *Amblotis*, bei Geoffroy *Wombatus Fossor*, von 25 Pfund Schwere, wird jetzt wegen des Fleisches in der Kolonie gezähmt gehalten.

Zu dem in den Molukken einheimischen Kuskus, *Balantia*, bei den Französischen Naturforschern *Coescoes*, liefert Neuholland noch drei andre Arten, wovon aber Eine noch zweifelhaft ist. Diese Thiere sind durch den Greifschwanz merkwürdig.

Von fliegenden Beutelthieren, *Phalangista*, kommen 5 Arten in diesem Erdtheile vor. Die *Ph. Petaurus* ist ohne den schönen Schweif an 2 Fuſs lang. Zu *Phalangista sciurea* gehört das Fliegihörnchen der Norfolk-Insel, das Pennant unter dem Namen *Norfolk-Isle-Squirrel* beschreibt. Neuholland besitzt auſser *Hydromys* gar kein Nagethier. Zwar wird Geoffroy's Gattung *Phascolomys* von einigen wegen des Gebisses zu den Nagethieren, *Prensiculantia*, gesetzt, da aber dennoch manche Abweichungen des Knochenbaues und selbst des [illegible]gelenks diesem Thiere eigen sind, da der nagellose Daumen [illegible] hier eine Stelle anweisen, so steht es an der Grenze der *Pollicata* natürlich genug.

Die Ordnung und Familie der *Salientia* ist in der Uebersicht der Familien schon ausführlich angedeutet, und gehört Neuholland in aller seiner Ausdehnung und zum Theil Java an. Die Gattung *Hypsiprymnus* unterscheidet sich durch zwei kleine Eckzähne der Oberkinnlade, hat nur Eine Art, das Potoruh, *Didelphys murina* des Systems; vielleicht, dafs eine genauere Untersuchung noch einige der kleinen Känguruhs dazu bringen möchte.

Von dem grofsen Känguruh, *Halmaturus giganteus*, *Didelphys gigantea* des Systems, mufs man als Art die sogenannte kleine rothe Rasse trennen, die hier *Halmaturus rutilans* heifst. Der *Halmaturus fasciatus*, von dem Pérons Reise eine Abbildung liefert, ist wahrscheinlich dasselbe Thier, das Dampier in der Sharksbay fand und einen springenden Waschbären, *Jumping Raccon*, nannte.

Von *Prensiculantibus* ist eine ausgezeichnete, aber in Süd-Amerika ebenfalls vorkommende Gattung gefunden, die Geoffroy *Hydromys* nennt. Aufser den Schwimmfüfsen machen die 5 Backenzähne jeder Seite jeder Kinnlade die beiden Arten merkwürdig.

Die so ausgezeichnete Ordnung der *Reptantia* ist in der Uebersicht der Familien schon charakterisirt. Das Schnabelthier, *Ornithorhynchus*, hat einen hinten spitz und platt auslaufenden, mit Haaren bedeckten Leib, Schwimmfüfse, einen Entenschnabel, und lebt im Schlamme stehender Wasser. Man kennt schon 2 Arten desselben. Das Dornenthier, *Tachyglossus* (*Echidna*), wovon auch zwei Arten bekannt sind, lebt auf der Erde, hat Scharrfüfse, ist mit Stacheln und Haaren bekleidet, hat eine rundliche schnabelförmige Schnauze, und eine lange wurmförmige Zunge, die es vorschnellen kann, und womit es wahrscheinlich Ameisen und Termiten fängt.

Von *Volitantibus* ist der Vampyr auch hier einheimisch und die in Neuholland gefundne Fledermaus ist dem *Vespertilio murinus* so ähnlich, dafs Geoffroy sie nicht davon unterscheiden mag.

Falculata. Neuholland besitzt gar kein eigentliches Raubthier. Man hat einen Hund, *Canis Dingo*, dort gefunden, der wahrscheinlich der Wolf dieses Erdtheils ist. In einer neuerlichen Gelegenheitsschrift *) findet man einen *Tigre noir de la nouvelle Hollande* genannt, aber es liegt dabei wahrschein-

*) *Rapport sur des yeux en émail présentés à l'Athénée des Arts par M. Huzard. Paris, 22. Décembre 1809 p. 2.*

scheinlich ein Irrthum zum Grunde, und es ist der Brasilianische Schwarze Tiger gemeint. Denn bisher erwähnt kein Reisender einer Katzenart jenes Landes; man hat nur aus dem Gebrüll auf ihre Anwesenheit schliefsen wollen, das aber auch von einem Vogel, etwa einem Rohrdommel, kommen konnte.

Von *Pinnipedia* finden sich mehrere grofse Robben. Péron's *Phoca proboscidea* von der Insel King scheint nichts anders zu seyn, als die bekannte *Phoca leonina* der Falklands-Inseln und Neugeorgiens, die auch auf Neuseelands Küsten lebt.

Einen Manati, *Manatus*, hat Dampier an der nordlichen Westküste Neuhollands gefunden. Die Anwesenheit des Dugongs, *Halicore cetacea*, in dem Nordlichen Meere dieses Erdtheils, ist noch nicht ganz ausgemacht.

Eben jener ausgezeichnete Seefahrer *) fand an der nordlichen Westküste in dem Magen eines von ihm gefangenen Haifisches den fast unversehrten Kopf und die Knochen eines *Hippopotamus*, von dem er die Zähne nahm, die er so beschreibt: zwei waren 8 Zoll lang, daumensdick, und etwas krumm, die übrigen etwa halb so lang. Man kann aus diesem Funde wohl noch nicht den Schlufs machen, dafs der *Hippopotamus* oder eine ihm ähnliche Art in Neuholland wohne, das ja wegen seiner von Flüssen fast gar nicht eingeschnittnen Küstenstrecken so verschrieen ist. Wenn man die Lage von Sharksbai auf der Karte nachsieht, so liegt sie fast ganz genau der Afrikanischen *Delagoabay* gegenüber; die Entfernung unter dieser Breite beträgt etwa 1000 Meilen, 15 auf den Aequatorgrad gerechnet. Es hat nichts Widerstreitendes, dafs ein grofser Haifisch die Theile eines Hippopotamus an der Afrikanischen Küste, oder vielleicht im Meere, wo der Leichnam umhergetrieben wurde, verschlang, und bei der diesen Thieren eignen Schnelligkeit und Kraft jene Entfernung zurücklegte, ehe noch die durch ihre Härte und Festigkeit ausgezeichneten Knochen des Hippopotamus aufgelöst waren.

Eben so unsicher ist Labillardière's Angabe, dafs wahrscheinlich ein grofses wiederkäuendes Thier auf Leeuwinsland lebe, weil er dort die dem Kuhkothe ähnlichen Exkremente eines Thiers und zwei Zoll breite Fährten von gespaltnen Hufen sah.

---

*) *Dampier Voyages to New-Holland. III. p.* 87.

4. Süd-Amerika

vom Wendekreise des Krebses südlich gerechnet, mit Einschlufs der Westindischen Inseln. Es reicht bis tief in die südliche gemäfsigte Zone hinab, bis zum 54ten Grade; seine Längen-Erstreckung ist aber da, wo sie am gröfsesten ist, südlich des Aequators, nur etwa 45 Grade. Das Areal ist etwa doppelt so grofs, wie das von Europa. Das Süd-Ende ist weit kälter, als ein Land unter derselben Breite in Europa; zwischen den Wendekreisen ist im Ganzen nicht eine so starke Hitze, wie in Afrika; die Oberfläche enthält die höchste Gebirgskette der Erde, hohe Berg-Ebnen, tiefe fast wasserrechte Strecken, Grasfluren, Wälder, Gebüsche, sandigen, felsichten und fetten Boden, aufserordentlich grofse, viele kleine Flüsse, Seen, Moräste in der mannichfaltigsten Abwechslung. Diese Mannichfaltigkeit zeigt sich auch in dem Reichthume der organischen Natur, und wenn in den letzten Zeiten durch die beschränkten Bemühungen einzelner Privatmänner die Zahl der Süd-Amerikanischen Fauna und Flora aufserordentlich gewonnen hat, so läfst uns diefs auf einen noch verborgnen ungeheuren Schatz schliefsen.

Süd-Amerika enthält 52 Gattungen, und darunter 21, und wenn man noch einige nur in einzelnen Arten nach Nord-Amerika reichende Gattungen hinzurechnet, 26, also die Hälfte ihm eigenthümliche Gattungen. Sie sind:

Ateles, *Mycetes*, *Pithecia*, *Aotus*, *Callithrix*, *Hapale*, (*Didelphys*), *Chironectes*, *Loncheres*, *Coelogenys*, *Dasyprocta*, *Cavia*, *Hydrochoerus*, *Tapirus*, *Auchenia*, *Bradypus*, *Dasypus*, *Tolypeutes*, *Myrmecophaga*, *Noctilio*, *Saccopteryx*, (*Dysopes*) *Cercoleptes*, (*Nasua*), (*Procyon*), (*Mephitis*).

Von den übrigen Gattungen kommen in Afrika nicht vor: *Myoxus*, *Hypudaeus*, *Hydromys*, *Castor*, *Balaena*;

in Süd-Asien nicht: *Myoxus*, *Hypudaeus*, *Hydromys*, *Castor*, *Chrysochloris* (wenn diese nicht nach Afrika gehört), *Gulo*.

Mit Neuholland hat Süd-Amerika nur die Gattungen *Hydromys*, *Vespertilio*, *Canis*, *Phoca*, *Manatus*, *Balaena* und *Delphinus* gemein.

Die Zahl der Arten beträgt 217, wovon 194 dem Erdtheile eigenthümlich sind.

Die Ordnungen *Salientia*, *Solidungula*, *Reptilia* fehlen.

Verzeichniſs
der in Süd-Amerika vorkommenden Gattungen und Arten,
worin die dem Erdtheile eigenthümlichen ausgezeichnet sind.

Ateles Paniscus —
pentadactylus
Belzebuth
marginatus
arachnodes
Mycetes Beelzebul
Faunus
Seniculus
Pithecia adusta
nocturna
stenorhina
leucocephala —
Monacha
Satanas —
?ursina
Aotus trivirgatus
Callithrix Cay
Capucina
trepida
Apella —
Fatuella
sciurea —
Apedia?
Flavia
infulata
torquata
villosa
hypoxantha
quadricolor
lugubris?
Hapale Rosalia
leonina
Oedipus
Hapale Midas
Ursula
argentea
Jacchus
Didelphys marsupialis
cancrivora
Opossum
Philander
frenata
superciliaris
murina
Cayopollin
dorsigera?
brachyura
Tuan?
lanata
crassicaudis
macroura
brevicaudis
nana
tristriata
Chironectes variegatus

Myoxus? Degus
Sciurus lineatus
Mexicanus
variegatus
Grenatensis
flavus
aestuans
olivascens
Arctomys Viscaccia
Mus ?Mexicanus

Mus ?Capito
?buccinatus
?Physodes
?rutilans
?nigripes
?Laucha
Rattus
Musculus
Hypudaeus ?cyanus
?laniger
?Maulinus
Hydromys Coypus
Castor ?Huidobrius
Hystrix prehensilis
Mexicana
volubilis
rutila
pollicaris
tortilis
insidiosa
Loncheres paleacea
chrysura
?brachyura
Lepus Tapeti
Coelogenys brunnea
rufa
Dasyprocta Acuchy
Aguti
moschata?
Patagonum
Cavia Aperea
Hydrochoerus Capybara

Tapirus Americanus
Sus Tajassu
albirostris

Equus? bisulcus?

Auchenia Huanacus
Llacma
Vicuña
Paco
Araucana
Cervus dichotomus
Elaphus?
Mexicanus
rufus
simplicicornis
?Pudu
Cariacou?

Bradypus tridactylus
didactylus
torquatus
Dasypus grandis
decumanus
gilvipes
gymnurus
villosus
fimbriatus
niger
auritus
quadricinctus?
undecimcinctus?
octocinctus?
Tolypeutes Globulus
?quadri-cinctus?
?octodecimcinctus?
Myrmecophaga jubata
tetradactyla
didactyla
tridactyla?

Vespertilio lasiurus
maximus
?villosissimus
?ruber
?albescens
Phyllostomus Spectrum
perspicillatus
hastatus
spiculatus
soricinus
lineatus
lituratus
frenatus
Noctilio leporinus
?rufescens
Saccopteryx lepturus
Dysopes rufus
ater
obscurus
longicaudatus
fusciventris
castaneus
laticaudatus
crassicaudatus
amplexicaudatus

Erinaceus inauris
Sorex Surinamensis
albus
Chrysochloris? rubra?
Cercoleptes lepidus
caudivolvulus
Nasua Monde
minor
spadicea
Narica
Nasua Quasje?
Squash?
?Cuja
?canina
Procyon Lotor
cancrivorus
Gulo canescens
Yzquiepatl
vittatus
?Mapurito
?suffocans
Ursus Americanus
Canis cinereoargenteus
Culpaeus
gibbosus
Thous
nudus
Mexicanus
antarcticus
?brachyurus
Felis discolor
Onca
concolor
Pardalis
Guigna
Colorolla
tigrina
mellivora
rostrata
Eyra
Pampa
Novahispanica
Serval
nigra
Mephitis foeda
Chingha

Mephitis Chilensis
?bicolor
Mustela lanata
?Quiqui
Lutra felina
lupina
Brasiliensis
gracilis
?flavicans

Phoca jubata
leonina
ursina
Phoca flavescens
porcina
australis
lupina

Manatus Americanus
fluviatilis
Balaena Mysticetus
boops
Delphinus Delphis
Phocaena
Orca
Commersonii.

In der Ordnung der *Pollicata* unterscheiden sich die Quadrumanen Süd-Amerika's so beträchtlich von denen der Alten Welt, dafs man sie mit Recht in eigne Gattungen abgesondert hat. Kein einziger von ihnen hat Backentaschen und kahle Gesäfsschwielen, die man bei den Afrikanischen und Asiatischen Affen gewöhnlich findet; fast alle haben durch eine dicke Scheidewand getrennte und seitwärts geöffnete Nasenlöcher, auch die Zahl und Bildung der Zähne weicht bei mehrern ab, und bei der Gattung der kleinen Saguine, *Hapale*, nähert sich die Gestalt der Backenzähne sehr den vielspitzigen Backenzähnen mehrerer Gattungen aus den Familien der Lemuren, Beutelthiere und Fledermäuse, welche alle, wie sie, gern Insekten fressen. Gerade bei diesen Thieren ist auch nicht mehr eine wirkliche Vorderhand sichtbar; der Daumen kann nicht entgegengesetzt werden, die Nägel sind hier wahre Krallen. Bei vielen Süd-Amerikanischen Affen hat der Schwanz die Fähigkeit, Gegenstände zu umschlingen und festzuhalten, er ist ein Wickelschwanz, ja bei einigen scheint er wie ein Finger selbst zum Tasten zu dienen, und ist unter seiner Spitze kahl und mit einer ähnlich gereiften Haut bekleidet, wie die Innenseite der menschlichen Finger. Diese Art des Schwanzes unterscheidet man am besten unter dem Namen des Greifschwanzes. Kein Affe der alten Welt besitzt einen Greif- oder Wickelschwanz, dagegen ist kein Amerikanischer Affe ungeschwänzt. So menschenähnliche Affen, wie Afrika und Asien, bringt Amerika nicht hervor, auch nicht so unbändige Thiere, wie die Paviane, (*Cynocephalus*).

Merkwürdig ist die durch Humboldt anatomisch untersuchte Eigenschaft mehrerer Affen dieses Erdtheils, ein lautes Pfeifen oder ein schreckliches Brüllen weit hin schallen zu lassen.

Die Gattung *Ateles* von Geoffroy enthält die von ihm zuerst auseinandergesetzten und bisher unter dem Namen *Paniscus* zum Theil verbundnen Arten, denen der Daumen an der Vorderhand fehlt und die durch den Greifschwanz, von dessen Kraft und Gebrauch Reisende, z. B. *Ulloa*, unglaubliche Dinge erzählen, sich, so wie durch behaartes Gesäfs und Mangel der Backentaschen von dem Afrikanischen *Colobus* unterscheiden.

Die Gattung *Mycetes*, Brüllaffe, fafste man vorher unter dem bald eingeschränkten, bald im weitern Sinne gebrauchten Namen *Cebus* mit jenen zusammen. Azara's *Coraya*, den seine Uebersetzer für den *Beelzebul* erklären, ist eine von diesem völlig verschiedne, hier *Faunus* genannte, Art.

Die Gattung *Pithecia* unterscheidet sich nicht, wie Desmarest glaubt, blofs durch den schlaffen langhaarigen Schwanz von *Callithrix*, denn dieser Charakter würde bei den Uebergangsformen dieses Theils von zu geringer Bedeutung seyn, sondern durch das Gebifs. Hierzu gehören mehrere erst kürzlich bekannt gewordene Arten, wie *Satanas*, Humboldts *Capucinus* und wahrscheinlich Azara's durch seine genäherte Nasenlöcher merkwürdiger *Miriquoina*; den die französischen Naturforscher irrig für *Pithecia irrorata* halten.

Neben dieser Gattung steht eine von Humboldt vorgeschlagne neue Gattung, die er von dem gänzlichen Mangel des äufsern Ohrs *Aotus* nennt, und die sich in der Lebensart und den grofsen lichtscheuen Augen den Lemuren der alten Welt nähert.

In der Gattung *Callithrix* findet eine grofse Verwirrung der Arten Statt, die ihren hauptsächlichen Grund in dem Bestreben hat, die von Reisenden und Naturforschern erwähnten Arten alle auf die bekannten zurückzuführen, aber auch in den Beschreibungen junger oder durch die Gefangenschaft entstellter Individuen. Azara's *Cay* ist, wie er selbst sich überzeugt hat, von *Callithrix Capucina* sehr verschieden. Dagegen möchte man *Callithrix trepida* des Systems für blofse Spielart jener *Capucina* halten; die beiden hornähnlichen Haarbüschel der *Callithrix Fatuella*, worauf ihr vorzüglicher Unterschied von *Apella* beruht, kann man bei dieser durch Kunst leicht hervorbringen. Vosmaers *Singe siffleur* ist gar nichts anders als *Capucina.*

Callithrix sciurea ist von Linné unter dem Namen *Morta* noch einmal beschrieben und seine *Simia Apedia*, die man bisher immer zu den Pavianen gestellt hat, ist eben diese *Sciurea*, der der Schwanz, welches bei den Affen so häufig ist, abgestorben war. Die Beschreibung der Zehen und Klauen, die auf keinen Affen der alten Welt paſst, macht diese Vermuthung sehr annehmlich. Die Angabe des Vaterlands, *Indiae*, ist gar nicht entgegen; Linné bediente sich dieses Ausdrucks, wenn er wegen des Wohnorts eines tropischen Thiers ungewiſs war, wie den Entomologen nicht unbekannt ist. Bei *Hapale argentata* bemerken wir, daſs der in seinen Conjecturen überall zu dreiste Azara sie mit Unrecht für die weiſse Ansartung einer andern *Hapale* hielt; man kennt jetzt viele sich gleiche Stücke dieser Art nach Geschlecht und Alter.

Ehe Neuholland entdeckt war, hielt man die Thiere mit einem Zizzensacke zur Aufnahme der unreifen Jungen, für ein ausschlieſsliches Eigenthum Amerika's; dieſs schränkt sich gegenwärtig darauf ein, daſs die Gattung *Didelphys* nach ihrer jetzt nothwendigen Bestimmung der Kennzeichen nur in Amerika vorkommt. Cuvier trennt davon das von Buffon unter dem Namen *Petite Loutre d'eau douce de Guiane* beschriebene, und nach ihm zu *Lutra* gerechnete Beutelthier, das durch eine Schwimmhaut der Hinterfüſse sich auszeichnet. Diese, noch genauere Prüfung fordernde Gattung heiſst hier *Chironectes* und ist Süd-Amerika eigen. Die gröſseste Art der Beutelthiere, *Didelphys marsupialis Linn.* geht bis zum 40sten Grade N. Br. in Nord-Amerika hinauf. Es ist dieselbe Art, die Smith Barton *Didelphys Woapink*, Pennant *Virginian Opossum* nennt. Die in Gmelins Ausgabe des Linné vorkommende *Didelphys marsupialis* ist dieselbe, die dort unter dem Namen *Cancrivora* beschrieben wird. *Didelphys dorsigera* scheint ein Gemisch von andern schon bekannten Arten. Die zu *Viverra* oder *Mustela* gesetzte *Tuan* fällt vielleicht mit *Didelphys brachyura* zusammen. Eine interessante Art ist die Brasilische *Tristriata*, weil man sie nach einer unzulänglichen Nachricht des sonst schätzbaren Markgraf unter dem Namen *Sorex Brasiliensis* zu den Spitzmäusen gestellt hatte. Sie hat aber alle Merkmale eines wahren Beutelthiers.

Die Ordnung *Prensiculantia*. Ob der von Molina entlehnte *Degus* wirklich ein *Myoxus* ist, wie man annimmt, bedarf noch einer genauern Angabe der Merkmale. Die Süd-Amerikanischen *Sciurus* weichen in dem weniger buschigen Schweife, den kleinern ungepinselten Ohren etwas von

den

den nordischen Eichhörnchen ab, so wie mehrere südliche Arten der alten Welt. Sie deswegen davon als Gattung zu trennen, geht nicht an. Buffon's *Grand Guerlinguet*, den er für eine solche abweichende Gattung hielt, und den deshalb Pennant und Shaw zu einem *Myoxus* machten, ist nichts anders als Pennant's *Brasilian Squirrel*, der *Sciurus aestuans* des Systems. Der *Petit Guerlinguet* gehört auch zu *Sciurus*. Vielleicht ist auch *Sciurus flavus Schreber* eben jener verkannte *aestuans*.

Molina's *Lepus Viscaccia*, der unter diesem Namen in das System aufgenommen ist, kann wohl auf keine Weise bei den Haasen stehn, da ein langer Schwanz in dieser Gattung nicht wohl vorkommen möchte. Die Zahnbildung würde entscheiden. Da das Thier, dessen feines Haar zur Zeit der Inkas verarbeitet wurde, mit dem Nord-Amerikanischen Murmelthiere, *Arctomys Monax*, sehr viel Verwandtschaft zu haben scheint, so setze ich es vorläufig zu dieser Gattung. Aber Azara's *Viscaccia* ist nicht damit zu verbinden, sondern wohl ohne Zweifel eine *Dasyprocta*.

Ueber die im Verzeichnisse aufgeführten Arten von *Mus* und *Hypudaeus*, die mehrentheils Azara und Molina beschrieben haben, ist ein sichrer Ausspruch nicht eher möglich, als bis die Beschreiber auch dem Gebisse und der innern Bildung der Mundhöhle ihre Aufmerksamkeit widmen wollen.

Eine anomalische Erscheinung ist der von Molina beschriebne Biber, *Castor Huidobrius*, indem bei diesem Thiere kein breiter, dicker zugerundeter schuppiger Schwanz vorhanden ist, wie ihn der nordische Biber hat, sondern ein langer, zwar platter aber dickhaariger Schweif.

Molina's *Mus Coypus*, den Azara unter dem Namen *Quoaija* beschreibt, ist neuerlich durch Geoffroy mit zwei Neuholländischen Arten verbunden, zu einer eignen Gattung *Hydromys* erhoben, die Commerson schon unterschieden hatte. Die geringe Zahl der Backenzähne, 2 in jeder Seite der Kinnladen oben und unten, macht eine merkwürdige Ausnahme von der sonst gewöhnlichen Anzahl.

Von den Stachelthieren, *Hystrix*, haben neuere Naturforscher unter dem übelgewählten Namen *Coëndus* diejenigen Süd-Amerikanischen Arten getrennt, die einen Wickelschwanz haben. Der allmählige Uebergang, der in diesem Theile bei den zahlreichen, erst neuerlich entdeckten, Arten Statt findet, widerräth diese Absonderung. Dagegen scheint ein neues Brasilianisches Thier, dessen Rücken überall mit langen blattförmigen dickrandigen Stacheln bedeckt ist, eine Trennung zu fodern. Diese neue Gat-

tung heifst hier *Loncheres*, und es gehört wohl sicher das Thier dazu, das mehrere zu einem *Myoxus* gemacht, Schreber aber zu *Hystrix* gesetzt hat, der *Loncheres chrysurus*. Ob aber Azara's *Rat épineux*, der zwischen den Haaren ähnliche platte Stacheln zu haben scheint, auch von dieser Gattung sey, ist noch Vermuthung.

Lepus Tapeti ist wirklich ein Hase und einem wilden Kaninchen sehr ähnlich; *Lepus minimus Molina* aber ist noch zweifelhaft, da die Zahl der Zehen abweicht.

Süd-Amerika enthält aus dieser Ordnung vier eigenthümliche Gattungen, die man unter dem Namen *Cavia* verbunden, und einige fremdartige Thiere dazu gerechnet hatte. Bei ihnen ist der Hintertheil breit und gewöhnlich nur mit der Spur eines Schwanzes versehn; die Füfse sind schwielig, die Klauen stark, dick und gewöhnlich hufförmig. Die erste dieser Gattungen *Coelogenys* hat *Fréderic Cuvier* erst kürzlich aus dem von ihm in zwei Arten getrennten *Paca* errichtet, bei welchem aufser innern Backentaschen zwei äufsere befindlich sind, indem das Fell unter dem Jochbogen eine tiefe aufwärts gerichtete Höhlung bildet, was man noch bei keinem andern Thiere gefunden hat.

Die Kutia's, *Dasyprocta*, von mehrern *Acuti* genannt, und das Aperea, *Cavia Aperea*, von dem das Meerschweinchen, *Cavia Cobaya* abstammt, bilden zwei andre Gattungen. Zu jenem gehört aufser dem *Cavia Acuti* des Systems, mit dem Pennant's *Musk Cavy* wohl einerlei seyn möchte, Azara's *Viscaccia*, die man für Buffons *Acouchy* halten muſs, und Azara's Pampahase, in dem man Pennant's *Patagonian Cavy* erkennt. Diese *Dasyprocta Patagonum* ist das Thier, das die Englischen Seefahrer unter *Captain Wallis*, für einen Hasen ansahn; Molina hat daher sehr Unrecht, wenn er diesen als einen Beweis der Vergröfserung des Europäischen Hasen in diesen Ländern anführt *). Backenzähne und Klauen unterscheiden *Dasyprocta* von *Cavia*.

Die letzte Gattung, das Kapybara, *Hydrochoerus*, ist ein in seiner Ordnung so gigantisches und durch seine grofsen hufförmigen Klauen so ausgezeichnetes Thier, dafs Linné Verzeihung verdient, wenn er es zu den Schweinen rechnete, da er früher die Gattung *Cavia* daraus gebildet hatte. Das Gebifs ist freilich ganz deutlich nach der bei den *Prensiculantibus* gewöhnlichen

*) Molina Naturgeschichte von Chili, übersetzt von Brandes S. 241.

Form eingerichtet, die Backenzähne sind wie bei *Cavia*, und mit ihren Kronenflächen schräg gegeneinander gerichtet, wie bei den *Bisulcis*.

Aus der Ordnung *Multungula* hat Süd-Amerika als Ersatz für die kolossalischen Gestalten der Alten Welt, den Elephanten, das Nashorn, den Hippopotamus, ein Thier erhalten, das sich freilich gar nicht mit jenem messen, das aber doch in ihre Reihe gestellt werden kann. Es ist der Tapir oder Anta, *Tapirus Americanus*, von der Gröfse eines Esels, aber plumper gebaut, mit einem eigenthümlichen in einen kurzen Rüssel verlängerten Kopfe, besonderm Gebisse, vier Hufen an den Vorder-, drei Hufen an den Hinterfüfsen, und nur mit der Andeutung eines Schwanzes.

Die Süd-Amerika eigenthümlichen beiden Schweine-Arten, die Pekaris, *Sus Tajassu* und der erst durch Azara unterschiedne *Tagnicati*, *Sus albirostris*, müssen in ihrer Gattung eine besondre Abtheilung machen. Sie haben fast gar keinen Schwanz und an den Hinterfüfsen nur Einen Hinterhuf, ihr innrer Bau nähert sie den *Bisulcis*. Wenn man bei Buffon und Andern von verwilderten Europäischen Schweinen liest, die in Amerika so zusammengeschrumpft seyn sollen, so sind diese dem Lande angehörenden von dem wirklich verwilderten Europäischen Schweine, selbst in ihrer Lebensart, so sehr verschiednen Arten zu verstehn, und dieser so wie andre Beweise von der schwächenden Einwirkung des Amerikanischen Klimas, fallen von selbst weg. Im Gegentheil zeigen die nach Süd-Amerika verpflanzten Pferde, Esel und Ochsen in vielen Gegenden ein vorzügliches Gedeihen. In Paraguay sind die verwilderten Europäischen Schweine weifslich.

Süd-Amerika hat jetzt unzählige Heerden verwilderter Pferde und Ochsen, aber man weifs nicht genau nachzuweisen, wenn sie dahin gekommen sind. Von *Solidungulis* besitzt das Land keine eigengehörige Art. Dagegen hat uns Molina in seiner Naturgeschichte von Chili mit einem Thiere bekannt gemacht, das er *Guemul*, zweihufiges Pferd, *Equus bisulcus* nennt, und das aus seinem Werke in alle Systeme, zum Theil als ein erwünschter Beweis des genauen Zusammenhangs der Thierbildungen, übergegangen ist. Ich gestehe, dafs ich gegen das Daseyn dieses Thiers, so wie es jetzt angegeben wird, bedeutende Zweifel hege. Molina's Naturgeschichte von Chili, seit 1786 durch eine Uebersetzung in Deutschland bekannt, enthält eine Menge von Thierbeschreibungen, die durch ihre Neuheit auffallen und durch die Einkleidung und Zurückführung auf Lin-

néische Charaktere und Gattungen, einen Anschein von genauer Untersuchung haben. Bei den meisten ist die Beschreibung nur ganz kurz und läfst eine Menge wichtiger Fragen unbeantwortet. Bei mehrern, die man mit der Natur vergleichen konnte, findet man oft Ursache, an der treuen und richtigen Darstellung der Merkmale und Sitten zu zweifeln. Vom *Equus bisulcus* heifst es: „er ist dem Esel auch im Gebisse zum Verwechseln ähnlich, nur hat er kürzere Ohren und einen gespaltenen Huf. In Chili heifst er *Guemul* oder *Huemul*, lebt auf den steilsten Felsen der Anden und ist wilder und schneller im Laufe als die Vicuña." Auf dieses Thier bezieht Molina Wallis *) Nachricht von einem an der Magellhanischen Strafse gesehenen flüchtigen dem Esel gleichenden Thiere, aus dessen Fährte man ein Thier mit gespaltenen Klauen erkannte.

Vidaure **), den Molina selbst als einen vorzüglich unterrichteten Kenner der Produkte von Chili anführt, nennt den *Guemul* geradezu unter den Arten der Llacma's, deren er vier aufzählt, wovon der *Guanaco*, *Chilihueque* und *Vicuña* mit Molina's *Camelus Huanacus*, *Araucanus* und *Vicunna* übereinstimmen. Er sagt, der *Guemul* ist in der Bildung und Gröfse dem *Camelus Araucanus* gleich, nur dafs der Schwanz einem Hirschschwanze ähnlich ist; er ist wilder als der Guanaco und hält sich fast immer in den steilsten Gebirgen der Andes auf.

Wäre der Tapir südlicher als Paragnay bemerkt, so würde ich glauben, Wallis habe diesen gesehn, den man so häufig aus der Ferne mit einem Esel vergleicht. Dampier ***) beschreibt ausdrücklich seine Fährte wie die einer Kuh. Aber diese Vermuthung hilft nichts, da Molina so bestimmt, freilich zu kurz, von dem Gebisse spricht. Immer aber bedarf es doch noch sicherer, und ich möchte sagen, glaubwürdigerer Zeugnisse, als das von Molina scheint, besonders bei dem indirekten Widerspruche eines gleichzeitigen Augenzeugen, ehe man ein so anomalisches, zwei Ordnungen in wichtigen Theilen verwirrendes Geschöpf, in die Reihe der Thiere aufnehmen kann.

*) *Hawkesworth Voyages. I. p. 38.*

**) Vidaure Geschichte des Königreichs Chili, aus dem Italienischen in N. Sammlung von Reisebeschreib. Hamburg 1782 p. 87.

***) *Dampier Voyages II.* p. 103.

Aus der Ordnung der *Bisulca* besitzt Süd-Amerika für die Kameele der alten Welt fünf Arten, welche mit ihnen in manchen Merkmalen übereinstimmen, aber kleiner, zierlicher, ohne Höcker und Schwielen sind, auf einem Leibe von der aus Hirsch und Ziege zusammengesetzten Bildung, einen hohen äufserst beweglichen Hals und einen zierlichen Kopf mit lebhaften Augen tragen. Man sondert sie mit Recht als eigne Gattung ab, die aber besser *Auchenia* als *Llacma* heifst. Das Llacma und Pako werden zum Lasttragen gebraucht, und jenes soll nach Humboldts Versicherung *) gar nicht mehr wild vorkommen.

Von Hirschen finden sich mehrere Arten, die wir erst durch Azara genauer kennen gelernt haben. Auf den Anden fand Humboldt **) ein dem *Cervus Elaphus* gleichgebildetes Thier. Der *Cervus dichotomus* (Azara's *Gouzoupoucou*) hat die Gröfse unsers Edelhirsches, und der *Mexicanus* (*Gouazouti Azara*) der, wie manche Süd-Amerikanische Thiere, zuweilen ganz weifs vorkommt, ist etwas kleiner. Beide haben ästige Geweihe. Aber *Cervus rufus* (*Gouazoupita Azara*) und *Simplicicornis* (*Gouazoubira Azara*) haben nur einige Zoll lange spitze glatte ungetheilte Hörner. Zu dem *Rufus* rechne ich als Weibchen den *Moschus Americanus* des Systems, und als Junges den *Moschus delicatulus Shaw*. Buffons *Cariacou* gehört vielleicht auch dazu. Für einen solchen *Mazame*, wie Manche diese Rehe mit glatten und einfachen Hörnchen nennen, scheint man Molina's und der Systeme *Capra Pudu* halten zu müssen. Es heifst ausdrücklich von dieser Ziegenart, sie habe keinen Bart und kleine glatte Hörner; solche Hörner besitzt keine Ziege und kein Schaaf. Süd-Amerika besitzt dann freilich keine Art von *Capra*, so wie *Antilope*, *Moschus* und *Bos* ihm fremd sind.

Die Ordnung *Tardigrada*. Die Gattung des Faulthiers, *Bradypus*, ist dem heifsen östlichen Theile von Süd-Amerika eigenthümlich, und wenn auch Buffon's Schilderung der Langsamkeit, Unbehülflichkeit und des Stumpfsinns dieser Thiere übertrieben oder irrig ist, so bleibt doch so viel gewifs, dafs der besondere Bau des Geripps der Bewegung des Faulthiers grofse Hindernisse in den Weg legt. Bei *Tridactylus* sind die Vorderbeine unverhältnifsmäfsig länger, als die hintern, diese sind auseinandergesperrt, und die Thiere haben keine eigentliche Sohle zum Auftreten, son-

*) *Humboldt's Ansichten der Natur S.* 118.

**) *Ansichten d. Nat. S.* 129.

dern stützen sich auf die umgebognen Klauen und hängen daher gern an Bäumen. Das kahle Gesicht hat etwas dem Menschlichen Aehnliches; das lange zottige Haar ist wie verdorrt, und vielleicht kommt es daher, dafs man bei einigen Dreizehigen Faulthieren auf dem Rücken gleichsam verbrannte schwarzglänzende gelb umgebne ganz niedergeprefste Flecke trifft, die vom Scheuern an Baumästen herzurühren scheinen. Eine solche Spielart ist Buffon's *Aï à dos brulé*, den man in Brasilien *Preguiça real* nennt, aber er macht nicht einmal eine Abart, vielweniger eine eigne Species aus. Der gröfsere *Bradypus didactylus* ist nicht ganz so ungeschickt gebaut, wie jener. Beide zeigten dem erstaunten Zergliedrer die bedeutendsten Abweichungen des Knochenbaues; *Didactylus* hat 46 Rippen, aber nur, wie alle übrige Säugthiere, 7 Halswirbel; *Tridactylus* hat 28 Rippen, und 9 Halswirbel. Es ist also bei diesen Thieren, die sich sonst sehr nahe verwandt sind, eine Veränderlichkeit von der gewöhnlichen Norm sichtbar, die bei den Neuholländischen Schnabelthieren noch viel bedeutender wird. Der Magen ist wie bei den Wiederkäuern, viertheilig; aber die Zähne sind gar nicht mit dem Gebisse derselben zu vergleichen. Buffon's *Kouri*, den man als eine besondre Art von Faulthieren ansieht, ist ein junger *Didactylus*, den Hr. Sieber in Para mit der Mutter lebendig gehabt, und die er beide nach Europa geschickt hat. Im Museum findet sich auch eine neue grofse Art, die Hr. *Gomes* bei Bahia entdeckt hat. Seba's Zeilanisches Faulthier ist der *Didactylus*, und gewifs nicht in Zeilan zu Hause.

Die Ordnung *Effodientia* liefert aus Süd-Amerika drei diesem Erdtheile ausschliefslich eigne Gattungen, die gleichfalls in ihrem innern und äufsern Baue von der gewöhnlichern Bildung abweichen.

Die Gürtelthiere, Tatus, Armadille, *Dasypus*, sind niedrige Thiere mit einer spitzigen Schnauze, und nur wenigen Borsten. Ihr Leib ist mit einem knöchernen Panzer bedeckt, der in der Mitte durch etwas verschiebbare Queergürtel unterbrochen ist. Auch der Schwanz, die Ohren, die Beine sind mit knöchernen Schuppen bekleidet. Mit ihren starken Klauen graben sie sich schnell ein und nähren sich von Ameisen, Termiten und Würmern. Die bisher angenommene Methode, die Arten nach der Zahl der Gürtel zu unterscheiden, hat Azara als unstatthaft dargethan. Man findet daher im Verzeichnisse eine gänzliche Umschmelzung der bisher angenommenen Arten. Falsch ist ferner die Behauptung, dafs diese Thiere das Vermögen haben, vermittelst der beweglichen Gürtel sich zusammenzu-

Kugeln und so allen Angriffen, durch den Mangel eines Angriffspunkts, zu widerstehn. Diefs kann nur die Eine Art, die im Systeme *Dasypus tricinctus* heifst und die ich wegen dieser und einiger andrer Abweichungen in eine besondre Gattung, *Tolypeutes*, getrennt habe. Molina hat 4 Arten von Gürtelthieren, die auch in das System aufgenommen sind. Sonderbar stimmen die von ihm angegebnen landesüblichen Namen *Pichi*, *Muletto*, *Peloso* und *Bola* mit Azara's aus gleicher Quelle geschöpften Benennungen *Pichiy*, *Mulcto*, *Peloso* und *Bolita* überein, aber keine der Bezeichnungen pafst mit Azara's Beschreibungen der Thiere zusammen. Den *Bola*, *Dasypus octodecimcinctus*, habe ich zu *Tolypeutes*, die übrigen drei zu *Dasypus* gezogen. Der *Dasypus quadricinctus* des Systems ist nach einer zusammengeleimten Schale von Columna beschrieben, und wahrscheinlich der *Tolypeutes Globulus*.

Bei den Ameisenfressern, *Myrmecophaga*, ist gar keine Spur von Zähnen, und die zur Bildung der Mundhöhle dienenden Knochen sind gleichsam vernachläfsigt; die Nahrungsweise des Thiers, das mit Hülfe seiner langen klebrigen Zunge Ameisen und Termiten verschluckt, machten einen grofsen Mund und den Kauapparat überflüssig. Eine Art, die *Myrmecophaga jubata*, ist an fünftehalb Fufs lang und drei Fufs hoch. Die kleinern Arten haben Wickelschwänze. Alle sind mit langem Haar bekleidet. Diese Gattung hat *Buffon Supplem. III. tab.* 56 mit einer Art vermehrt, die Azara für ein Kunstprodukt erklärt hat, worin ihm Cuvier beipflichten mufste.

Von *Volitantibus* ist in Süd-Amerika die Gattung *Phyllostomus* besonders zahlreich, die auf der Nase einen blattförmigen Ansatz trägt. Einige Arten haben die Gewohnheit, schlafenden Menschen und Thieren, ihnen unmerklich, Blut auszusaugen; sie sind nicht so grofs, wie die gemeine Speckfledermaus; man übertrieb aber die Vorstellung davon und so kam der unschuldige *Pteropus Vampyrus* der alten Welt in den Verdacht dieses Blutlassers und zu seinem Namen.

Eigenthümliche Gattungen von Fledermäusen sind noch *Noctilio leporinus Geoffroy*, ferner die durch ein besondres Beutelchen an der Innenseite des Arms ausgezeichnete *Saccopteryx*, und die zahlreichen durch ihr runzliches Gesicht bemerklichen *Dysopes*, die Geoffroy *Molossus* nennt.

Die Ordnung *Falculata* enthält auch einige Eigenthümlichkeiten.

Dafs Seba's *Glis seu Mus albus Thesaur. I. Tab.* 31. *Fig.* 7 ein wahrer *Sorex* sey, ist erst neuerlich von Geoffroy aus Autopsie des von Seba abgebildeten Thiers versichert. Dafs aber dagegen der *Sorex Brasiliensis* der Systeme aus dieser Gattung wegfallen, und zu den Beutelthieren gesetzt werden müsse, ist früher schon erwähnt.

Die *Talpa rubra*, welche das System von Seba aufgenommen hat, scheint nach ihrer ganzen Gestalt und Fufsbildung zu *Chrysochloris* zu gehören, und es entsteht die Frage, ob diefs Thier von Seba nicht eben so irrig nach Amerika gesetzt ist, wie er die *Chrysochloris aurata* aus Afrika nach Siberien verpflanzte.

Eine besondre Süd-Amerikanische Gattung bilden zwei Thiere, die man bald zu *Viverra*, bald zu *Lemur* gezählt, und die man endlich unter dem in *Cercoleptes* verwandelten Namen *Caudivolvulus* oder *Kinkajou* als eigne Gattung behandelt hat. Es sind muntre Thiere mit einem Wickelschwanze, welche die Familie der *Subterranea* mit den Plantigraden zu verbinden scheinen.

Die Gattung *Nasua*, die man besonders wegen der rüsselartig aufgeworfnen Nase von den Dachsen getrennt hat, wohin sie wenigstens besser gestellt wären, als zu den *Viverra*, ist auf Amerika eingeschränkt. Die Arten, von ähnlicher Farbe und Bildung, sind bei den Schriftstellern sehr verwirrt. Ob *Vulpecula*, *Quasje* und *Squash* wirklich selbstständige Arten, oder nur junge Thiere andrer Arten sind, kann man nicht mit Sicherheit bestimmen. Ich rechne noch *Mustela Cuja Molina* und *Gmelin*, und Zimmermann's Koupara, den *Canis sylvestris Seba Thesaur. I. Tab.* 30. *Fig.* 1. zu dieser Gattung.

Aufser dem auch in Nord-Amerika einheimischen Waschbären, *Procyon Lotor*, hat Süd-Amerika den *Cancrivorus*, *Ursus cancrivorus* des Systems, wozu Azara's *Agouara-popé* gehört, den seine Uebersetzer für *Lotor* erklären. Auch der *Koupara* der *Hollande équinoxiale* ist dieses Thier.

Die Gattung *Gulo* enthält hier mehrere zu sehr verschiednen Gattungen gerechnete Thiere. Die *Mustela barbara Lin.*, die *Gulo canescens* genannt ist, hat Pennant zweimal, als *Greyheaded Weesel* und als *Guiana Weesel* beschrieben; wahrscheinlich gehört Hernandez *Yzquiepatl* aus Mexiko dazu, den man mit Unrecht zu *Nasua Vulpecula* gezogen hat, und vielleicht *Tamandua Mexicana Seba Thesaur. I. Tab.* 40. *fig.* 2. So ist auch der *Vittatus*, *Viverra vittata*, unter mehrern Benennungen bei den Systematikern aufgeführt.

führt. Daſs die beiden Arten, welche man wegen des von ihnen gegen ihre Verfolger gespritzten erstickend stinkenden Harns zu den Stinkthieren, *Mephitis*, gerechnet hat, zu *Gulo* gehören, vermuthe ich bloſs aus dem von Azara angegebnen Umstande, daſs sie auf der Sohle, nicht bloſs auf den Zehenspitzen schreiten. Der *Mapurito* ist Azara's *Petit Furet*, und der *Suffocans* dessen *Yagouaré*.

Unter den Hunden ist der Luisianische *Canis cinereus* auch in Paraguay, und es ist nicht unwahrscheinlich, daſs Molina's *Culpaeus* eben dieser dreifarbige Fuchs ist. Den *Allco* und *Techichi* und noch einige andere Süd-Amerikanische Hunde rechnet man zu dem gemeinen Haushunde, von dem in den Pampas von Buenos Ayres viele verwilderte vorkommen; aber der Hund mit dem Rückenbuckel und der nackte Wolf sind nach Humboldt eigenthümliche Arten *). Eine nähere Prüfung verdient denn doch wohl Azara's *Agouara-gazou*, den Cuvier und Humboldt für *Procyon cancrivorus*, den muschelfressenden Waschbären erklären. Azara beschreibt diesen *Cancrivorus* selbst unter dem Namen *Agouara-popé*, den Cuvier für *Lotor* hielt, und der *Agouara-gazou*, den ich *Canis brachyurus* nenne, scheint wirklich eine Hundeart, nicht ein Plantigrade zu seyn.

Ueber die Süd-Amerikanischen Arten von *Felis* hat uns zwar Azara manchen interessanten Aufschluſs gegeben und besonders Buffons Irrthümer und Vorurtheile in Ansehung dieser Thiere widerlegt; aber dennoch bleiben einige groſse und kleine Arten im Dunkel, das erst durch die genaue Kenntniſs der tropischen Katzen-Arten dieses Welttheils zerstreut werden wird. Der Süd-Amerikanische Jaguar, *Felis Onca Lin.*, nimmt es mit dem ihm zum Verwechseln ähnlichen groſsen Afrikanischen Panther auf, und der schöne schwarze Tiger, *Felis discolor*, ist, so wie der sogenannte Amerikanische Löwe oder Puma, *Felis concolor*, aus der Zahl groſser Raubthiere. *Felis tigrina* kann man wohl unbedenklich als das Junge von Linné's *Felis Pardalis* annehmen, die man, so ausgezeichnet sie ist, unter mehreren Namen beschrieben und für den Jaguar gehalten hat, woher die falschen Vorstellungen von der Schwäche des ansehnlichsten reiſsenden Thiers dieses Erdtheils entsprangen. Denn Buffon's *Ocelot*, sein *Jaguar* und der *Jaguar de la Nouvelle Espagne*, ferner Schrebers *Felis Onca* und *Pardalis* sind Ein und dasselbe Thier. Sollten *Felis Guigna* und *Colorolla*, die man nach Molina auf-

*) Ansichten d. Natur. S. 89 und 91.

genommen hat, nicht ebenfalls dazu gehören? Der *Serval*, den man so lange für ein Thier der Alten Welt gehalten hat, ist durch Azara als eine Süd-Amerikanische Luchsart bekannt geworden, die er in seiner Reise beschrieben. Die *Felis mellivora*, oder *Papamel*, wie sie in Brasilien heifst, Azara's *Yagouaroundi*, weicht von dem gewöhnlichen Ansehn der Katzen durch einen etwas verlängerten Kopf ab, und es ist nicht unwahrscheinlich, dafs die im Leben des Columbus erwähnte wilde Katze (II. S. 167), die man zur gemeinen Hauskatze, *Felis Catus*, rechnet, welche aber in Amerika gar nicht einheimisch ist, diese oder eine sehr ähnliche Art war. Noch abweichender in der Gesichtsbildung ist *Felis rostrata*, die ich nach *Seba Thesaur. I. Tab.* 48. *Fig.* 1. aufgenommen habe, und worin Erxleben *) eine *Viverra* erkennen wollte. Pennant führt sie mit Unrecht unter den Varietäten der Hauskatze auf. Vielleicht ist sie mit *Felis Eyra* von Azara einerlei.

Zu *Mephitis* rechnet man aufser der durch ganz Amerika verbreiteten *Viverra Mephitis*, mit der man unbedenklich *Viverra Conepatl* des Systems verbinden kann, die *Viverra Chingha Molina*, und Buffon's *Mouffette du Chili.* Man findet hier noch eine Art aufgeführt, den *Lemur bicolor* des Systems, den selbst Fischer **) zum *Lemur albifrons* zieht; aber so unzulänglich Beschreibung und Abbildung auch sind, so deuten sie doch ganz deutlich ein Thier an, dem die wichtigsten Merkmale eines Lemurs, die Handbildung der Füfse und platte Nägel fehlen; vielleicht ist es ein *Gulo*, wegen der ähnlichen Zeichnung mit *Chilensis* aber habe ich es zu *Mephitis* gestellt.

Fischottern hat Süd-Amerika mehrere, zum Theil noch näher zu beschreibende Arten. Die *Lutra gracilis* der Magelhanischen Länder scheint der Meerotter am nächsten zu kommen, und ist ihr wenigstens weit ähnlicher, als die Brasilische Otter, die man so lange damit verwechselt hat. *Lutra Vison* ist vielleicht eine *Mustela.*

Aus der Ordnung *Pinnipedata* sind mehrere grofse Robben, besonders den gemäfsigten südlichen Küsten eigen; von *Natantibus* besitzt Süd-Amerika zwei Manati's, wovon der Eine in den grofsen Flüssen und Seezungen vorkommt. Auch gröfsere Wallfische finden sich, besonders an der westlichen Küste.

*) *Erxleben Systema Mammalium p.* 499.

**) Naturgeschichte der Makis.

V. Tafel

über die der nordlichen Hemisphäre bis zu den angegebnen Grenzen oberhalb des nordlichen Wendekreises, und den tropischen und südlichen Ländern eigenthümlichen, und beiden gemeinschaftlichen Familien und Gattungen.

Man sieht das grofse Uebergewicht in der Zahl der Gattungen, also in der Mannichfaltigkeit der vorkommenden Thierbildungen, auf der Seite der tropischen Erdtheile und ihrer südlichen Fortsetzungen.

Von den beiden Ländermassen gemeinschaftlichen Gattungen finden sich

1) in allen Welttheilen: *Europa, Afrika, Asia, Australien, Amerika.*
Mus, Sus, Cervus, Vespertilio, Canis, Phoca — Balæna, Physeter, Delphinus;

2) *in Europa, Afrika, Asia und Amerika*
Dipus, Sciurus, Arctomys, Georychus, Hystrix, Lepus, Capra, Bos, Erinaceus, Sorex, Talpa, Gulo, Ursus, Felis, Mustela, Lutra.

3) *in Europa, Afrika, Asia*
Equus, Antilope.

4) *in Europa, Afrika, Amerika*
Tamias.

5) *in Europa, Asia, Amerika*
Myoxus, Petaurus, Hypudaeus, Castor, Meles.

6) *in Asia, Afrika, Amerika*
Meriones.

7) *in Europa und Asia*
Spalax, Rhinolophus.

8) *in Nord-Asia und Süd-Asia*
Camelus, Moschus.

9) *in Nord-Amerika und Süd-Amerika*
Didelphys, Nasua, Procyon, Mephitis.

Bei der Betrachtung der Vertheilung der Gattungen und Arten über die Erde springt es in die Augen, daſs Mannichfaltigkeit ein Hauptgesetz in der organischen Natur ist. Die Polargegenden, die Länder der gemäſsigten Zone und die zwischen den Wendekreisen liegenden Erdstrecken

haben jede ihre sehr verschiedenen Bildungen der Thiere und Gewächse. Eben so gewifs ist, dafs dasselbe Klima, oder genauer ausgedrückt, dieselben Breitengrade, bei übrigens ähnlicher Beschaffenheit der Länder in Ansehung der Erhebung über die Meeresfläche, in Hinsicht auf Bewaldung, Bewässerung und Boden, nicht dieselben Bildungen rund um die Erdkugel antreffen. Der tropische Erdgürtel, bei der grofsen Mannichfaltigkeit seiner Erzeugnisse, gibt davon den deutlichsten Beweis. Zwischen den Wendekreisen finden wir zwar überall gewisse ähnliche Gestaltungen; ich nenne nur unter den fast unzertrennlich nebeneinander vorkommenden Produkten Palmen, Pisangs, Papageien und Quadrumanen. Aber unter Amerika's Tropenhimmel ist eine ganz andere Bildungsreihe von Quadrumanen, als in Afrika und Asien zwischen den Wendekreisen, und wenn wir in Asien Lemuren und den Tarsius, in Afrika Lemuren und den Otolicnus antreffen, so finden wir von ihnen in Süd-Amerika keine Spur, dagegen hier eine artenreiche Gattung von Beutelthieren, die jenen Erdtheilen fehlen. Der Afrikanische Straufs ist in Süd-Asien der Kasoar, in Süd-Amerika die *Rhea*. Wir wollen damit nicht sagen, dafs der Straufs sich nach dem Klima in Kasoar und Rhea verwandelt habe; die ganze nicht seltne Vorstellung von einer durch das Klima hervorgebrachten Verwandlung Einer Art in die andre ist nur von Leuten in Gang gebracht, die nur die flachsten Kenntnisse der Naturerzeugnisse selbst hatten; denn wer die Natur unbefangen beobachtet, der findet, dafs da wo der Mensch sie nicht gewaltsam ändert, sie sich immer treu bleibt, dafs der Elephant wie die Ameise vor Jahrtausenden dieselbe Bildung, dieselben Triebe und Gewohnheiten hatten, wie heute, dafs alle Thierarten so, wie sie noch vorhanden sind, aus der Hand der weisen Schöpferin hervorgingen, und dafs alle Glieder aus der grofsen wechselseitig ineinandergreifenden Reihe von Geschöpfen unserer gegenwärtigen organischen Welt gleich alt und gleich jung sind, wie die Erdoberfläche, an welche die Alles verknüpfende und für Alles sorgende Mutter sie band.

Eine andere Vorstellung dringt sich dem Forscher auf: dafs zwar ein inniger Zusammenhang nicht blos des wechselseitigen Bedürfnisses, sondern auch der Gestaltungen unter den lebendigen Geschöpfen unsers Planeten Statt finde, eine Vorstellung, die der Systematiker nie aus den Augen verliert, dafs es aber unmöglich ist, eine streng aneinander gereihte Folge dieser Bildungen aufzufinden. Eine Menge natürlich verbundener und unge-

zwungen aufeinander folgender Reihen läfst sich immer nachweisen, und es verdient in einer geographischen Betrachtung der Thiere angemerkt zu werden, dafs die verbindenden Glieder in diesen Reihen oft in sehr entfernte Weltgegenden zerstreut sind, so dafs z. B. zwei Europäische Gattungen oder Arten durch eine Amerikanische eng verbunden werden. Bei den Insekten sind solcher viele.

Aehnliche aber entfernt auseinanderliegende Länder haben oft, wenn auch nicht gleichartige, doch ähnlich gebildete Thiere. So haben die Karroogegenden des südlichen Afrika eine grofse Aehnlichkeit mit mehreren Steppen des mittlern Asiens, und in beiden sind wilde Pferde, Hasen, wilde Katzen, Dachse, Springthiere, Grabmäuse, Antilopen. Wenn wir einst genaue Schilderungen der Länder erhalten, wie Humboldt sie von dem tropischen Amerika entworfen hat, dann wird das Vergleichen ihrer organischen Erzeugnisse ein interessantes Geschäft seyn.

Zu einem Versuche, ob in den vorhandenen Thierbildungen ein geographischer Zusammenhang nachgewiesen werden könne, scheinen zwei Wege zu führen, der Eine in der Richtung von einem Pole zu dem andern, der andere in den Parallelkreisen des Aequators. Der erste gibt eine Stufenleiter aus dem kalten Norden durch die mit Land ausgefüllte nordliche gemäfsigte Zone in die tropischen Gegenden und von diesen nach Süden wieder abwärts. Man könnte hier in drei Reihen fortschreiten, durch Asien bis nach Diemensland und Neuseeland, durch Europa und Afrika bis zum Vorgebirge der guten Hoffnung, und durch beide Amerika's bis zum Feuerlande. Es entsteht aber die Ungleichheit, dafs das Land der gemäfsigten und kalten südlichen Zone fehlt, und dafs daher die wenigen Länder der gemäfsigten und kalten südlichen Halbkugel in gar keinem einigermassen angemefsnen Verhältnisse zu den gleichnamigen Ländern der nordlichen Hemisphäre stehn. Wären solche Südländer vorhanden, so würden wir gewifs über die Abweichungen ihrer Thierbildungen von den bekannten erstaunen, da wir gegenwärtig schon einen so merkwürdigen Contrast in den wenigen vorhandenen Gestalten der Südhemisphäre bemerken. Aber eben diese Abweichungen nach den verhältnifsmäfsigen Entfernungen von dem Aequator stehn einem sich leicht fügenden Zusammenhange entgegen.

Ich wähle daher lieber die Betrachtung der Verbreitung der Thiergattungen in der Richtung des Aequators, aber nicht so, dafs der Zusammenhang in einer ganzen Klasse oder Ordnung, sondern nur von jeder ein-

zelnen natürlichen Gattungsgruppe gezeigt wird. Man kann einzelne Thierarten und Gewächse z. B. des südlichen Europa, von der Pyrenäischen Halbinsel durch das mittägliche Frankreich, Italien, Griechenland, Klein-Asien bis zum Kaspischen Meere verfolgen; mehrere nordliche Europäische Thiere und Pflanzen reichen ostwärts bis zum Ural und finden sich dann oft in Nord-Asien in einer südlichern Richtung ganz am ostlichen Ende wieder *).

Was bei einzelnen Arten sich offenbar zeigt, läfst sich vielleicht auf die ganze Gattungs- und Familienbildung ausdehnen, und gelänge es uns, die Anfänge derselben so anzuknüpfen, dafs bei Verfolgung der Reihen die einzelnen Thierbildungen der Welttheile sich ungezwungen aneinanderschlössen, so wäre dadurch eine, dem nach Zusammenhang und Einheit strebenden Geiste angenehme Vorstellungsweise gewonnen, die sich vielleicht noch einst mit andern Erscheinungen in eine erklärende Verbindung bringen liefse.

Erst wollte ich von Ost-Asien aus nach Westen durch Afrika, durch Europa und durch Amerika fortschreiten und die Parallelen der Gattungsbildungen, die so weit reichten, in Neuholland auslaufen lassen. Es hat diese Folge Einiges, was sie empfiehlt, z. B. die Wahrscheinlichkeit, dafs manche Europäische Thiere von Asien aus mögen gekommen seyn: auch schien ein Aufhören der Säugthierbildung in den zweideutigen Schnabelthieren von Neuholland natürlich genug. Der Absprung der Bildungen Afrika's von Süd-Amerika's Thiergestalten würde mich nicht abgeschreckt haben, indem wegen der grofsen Kluft, die der Atlantische Ocean zwischen den beiden Welttheilen gegraben hat, auch ein Abstich ihrer organischen Erzeugnisse nach dem Gesetze der Mannichfaltigkeit zu erwarten war. Eine Atlantis würde diese Kluft mit ihren vermittelnden Zwischengestalten, die jetzt vielleicht in unsern nordlichen Erdlagern ruhn, schicklich ausgefüllt haben. Aber ein Blick auf die grofsen einzeln stehenden Gestalten Afrika's und der gewifs noch immer enger werdende Zusammenhang Neuhollands mit dem ostlichen Süd-Asien, der sich jetzt schon zu offenbaren anfängt **), und der noch deutlicher werden wird, wenn der Norden von Neuholland, Neuguinea und das Innere der Molukkischen und Sundaischen Inseln erforscht

*) Pallas N. Nordische Beiträge II. S. 171. III. S. 122.

**) In einigen Beutelthieren, einem Känguruh, dem Kasoar, den Nashornvögeln.

werden wird, widerrieth diese Folge, und ich legte daher den Anfang der Reihen nach Afrika und Europa, und verfolgte sie ostwärts. Diese Vorstellungsart will ich hier näher angeben, doch ohne nach solchen Aehnlichkeiten zu haschen, die nur der flüchtige Anblick der Oberfläche der Thiergestalten, oder gar nur einige Uebereinstimmung der Lebensart der Thiere gewährt.

II. Ordnung. *Pollicata.*

2te Familie. *Quadrumana.* Von Affen finden wir an der Westküste von Afrika einen grofsen Orang-Utang, den Chimpansée, *Simia Troglodytes*, eine *Lasiopyga*, die zahlreichen und gewifs noch sehr anwachsenden *Cercopithecus* und *Cynocephalus*. Alle diese gehen bis nach dem östlichen Ende Ostindiens; einige Artengruppen z. B. die Paviane dort kleiner werden und in andre Formen verschmolzen. Die vierfingrigen *Colobus* hören schon in Afrika selbst auf. Dagegen hat Asien den dem Orang-Utang nahestehenden langarmigen *Hylobates* vor Afrika voraus. Australien besitzt gar keine Affen, doch ist es zu früh, darüber entscheidend auszusprechen, weil die Gegenden, wo man allein Quadrumanen suchen kann, noch nicht betreten sind. Auffallend ist, dafs die Papageien, die man gewöhnlich neben den Affen findet, in Neuholland in vielen Arten bis zur südlichsten Spitze unter dem 43sten Grade, ja in Neuseeland bis Duskybay unter 46 Gr. S. Br. reichen, so wie eben diese sonst für tropisch gehaltenen Vögel in Amerika sich bis zum 40sten Grade Nordl. und in dem viel kältern Südende bis zur Magelhanischen Strafse unter 53 Grad Südl. Breite erstrecken.

In Süd-Amerika sind die Affen zahlreich, aber keine der Gattungen, die sich in der Alten Welt finden. Alle haben die Backentaschen und Gesäfsschwielen abgelegt, und dafür einen buschigen Schweif, wie *Pithecia*, einen Wickelschwanz wie *Callithrix*, oder einen Greifschwanz, wie *Ateles* und *Mycetes* bekommen. *Aotus* nähert sich in seiner Lebensart, *Hapale* im Bau der Zähne den Lemuren, und diese kleinen Affen haben schon keine ächte Vorderhände mehr.

3te Familie. *Prosimii.*

Lichanotus oder Indri ist auf Afrika beschränkt; *Lemur* ist auch für Afrikanisch anzusehn, indem nur Eine der vielen Arten bis nach Ost-Indien fortsetzt; dagegen ist nur Ein, überdiefs zweideutiger *Stenops* in Guinea, wovon mehrere in Asien vorkommen. Amerika besitzt diese und die beiden folgenden Familien gar nicht.

4te Familie. *Macrotarsi.*

Die Gattung Galago, *Otolicnus*, ist in Asien durch die ähnliche Gattung *Tarsius* ersetzt.

5te Familie. *Psilodactyli.*

Die einzeln stehende *Chiromys*, ist nur in Madagaskar vorgekommen und indem sie, zwischen den Lemuren und Eichhörnchen schwankend, in der Mitte schwebt, deutet sie an, dafs auch Afrika eines Uebergangs der beiden Ordnungen *Pollicata* und *Prensiculantia* nicht entbehren sollte.

6te Familie. *Marsupiales.*

Nach einer Art aus dieser Familie sieht man sich in Afrika vergebens um. Die Beutelthiere scheinen indefs der südlichen Hemisphäre so eigen zu seyn, dafs man mit einigem Grunde der Entdeckung solcher Thiere auch in Süd-Afrika entgegensehn kann, wenn die Portugiesen uns mit den gewifs zahlreichen Naturschätzen der Afrikanischen Ostküste bekannt machen werden.

Erst im ostlichsten Süd-Asien finden wir den Anfang von einem Beutelthiere in einer *Balantia* und vielleicht in einer *Phalangista*. Neuholland erzeugt diese Bildung unter sehr abweichenden Aenderungen in *Thylacis*, *Dasyurus*, *Amblosia*, *Balantia*, *Phalangista* und in der *Phascolomys*, welche das Gebifs eines Nagethiers hat. In einigen dieser Thiere zeigt sich auch die Bildung eines Greifschwanzes, den kein Afrikanisches Thier hat.

Amerika besitzt in *Didelphys* eine zahlreiche Gattung von Beutelthieren, wozu *Chironectes* noch Schwimmfüfse bringt. *Didelphys marsupialis* ist die einzige, die bis in das südliche Nord-Amerika hinaufreicht.

III. Ordnung, 7te Familie. *Salientia.*

Diese kleine Abtheilung, die nur aus zwei nahe zusammengrenzenden Gattungen, dem Känguruh und Potoru, *Halmaturus* und *Hypsiprymnus*, besteht, schliefst sich sehr eng an die vorhergehende Familie, entbehrt aber des Daumens, den man schon bei einigen Neuholländischen Beutelthieren fast verschwinden sieht. Sie fehlt in Afrika, ist in Java nur im *Halmaturus Brunii*, übrigens in Neuholland und seinen nahen Inseln einheimisch; auch in Amerika sucht man sie vergebens.

IV. Ordnung. *Prensiculantia.*

8te Familie. *Macropodes.*

Dipus und *Meriones* sind beide in Europa und Afrika, und reichen bis nach

nach Ost-Asien, und bis Nord-Amerika hinein. Aber der Riese unter diesen Springthieren, der *Pedetes*, ist Süd-Afrika eigen.

9te Familie. *Agilia.*

Myoxus geht von Europa bis Ost-Asien. *Tamias* reicht vom ostlichen Europa bis nach Nord-Amerika; eine zweifelhafte Art dieser Gattung ist in Süd-Afrika; in Süd-Asien und Süd-Amerika fehlt sie.

Die Gattung *Sciurus* erstreckt sich von Europa und Afrika über Asien bis nach beiden Amerika's; Afrika besitzt einige sehr grofse Arten, wogegen die kleinen Süd-Amerikanischen und etwas abweichend gebildeten Eichhörnchen, die Buffon unter dem Namen *Guerlinguets* unterschied, abstechen, doch vermittelt *Sciurus bicolor* aus Süd-Asien beide Bildungen.

Von *Pteromys* hat Afrika keine Art; vom ostlichen Europa geht Eine Art bis nach dem ostlichen Nord-Asien, in Nord-Amerika kommen zwei Arten vor. Im ostlichsten Süd-Asien ist der gröfseste *Pteromys* nebst einigen kleinern. Australien besitzt keine Art; denn was man dafür gehalten hat*), ist ein *Phalangista.* Auch in Süd-Amerika fehlt diese Gattung.

10te Familie. *Murina* und 11te Familie. *Cunicularia.*
Die nordliche Hemisphäre besitzt mehrere ganz durch sie hin verbreitete *Arctomys.* Eine Art soll in Nord-Afrika seyn, die *Arctomys Gundi.* Die *Arctomys Citillus* ist auch bis Süd-Asien zu finden, und in *Viscaccia* hat Süd-Amerika eine, wiewohl noch unsichre Art.

Mus ist über die ganze Erde verbreitet.

Cricetus ist vom mittlern Europa an durch Nord-Asien bis nach Nord-Amerika zu finden.

Man kann *Bathyergus*, *Spalax*, *Georychus*, *Hypudaeus* und *Fiber* in Eine Reihe stellen; *Bathyergus* ist nur in Süd-Afrika vorgefunden, *Spalax* steht einzeln an der Grenzscheide Europa's und Asia's, *Georychus* ist am Vorgebirge der guten Hoffnung und nordlich im südlichen Rufsland, geht durch Nord-Asien und findet sich in Nord-Amerika wieder; *Hypudaeus* ist nur in der Nordhemisphäre vorgekommen, wenn man nicht einige Chilische Mäuse dazu rechnen will. *Fiber* ist auf Nord-Amerika beschränkt. Wenn sich hier überall Lücken zeigen, so kommt diefs ganz sicher blofs aus dem Mangel an unsrer Kenntnifs der kleinen Thiere der südlichen, unstreitig auch hier reichhaltigen Erdtheile. Kennte man Azara's beschriebne Ratten-

*) *Norfolck Isle Squirrel* von Pennant. Uebers. von Bechstein p. 473. N. 352.

arten alle nach ihrem Gebisse und andern wesentlichen, von ihm übergangenen Theilen, so würde sich gewiſs schon jetzt manche Analogie mit den Mäusearten der alten Welt nachweisen lassen.

12te Familie. *Palmipeda.*

Die Gattung *Hydromys* fängt erst in Neuholland an und findet sich in Süd-Amerika wieder.

Castor ist in Afrika und in Süd-Asien ebenfalls nicht, sondern nur in der nordlichen Erde durch alle drei Welttheile; in Chili kommt eine Art vor, die vielleicht eine besondre Gattung auszumachen verdient.

13te Familie. *Aculeata.*

Hystrix cristata ist von Afrika und Süd-Europa bis Süd-Asien verbreitet; hier gesellen sich noch zwei Arten hinzu, und die Zahl der Arten wächst in Amerika, wo wir deren 8 antreffen, die zum Theil durch einen Wickelschwanz und versteckte Stacheln sich auszeichnen.

Loncheres ist eine zu dieser Familie gehörende Gattung des südlichen Amerika.

14te Familie. *Duplicidentata.*

Die in ihren Arten sehr ähnliche Gattung *Lepus* reicht von Europa und Afrika durch Asien bis nach Nord- und Süd-Amerika.

Die kleinen *Lagomys* sind nur in Nord-Asien zu Hause.

15te Familie. *Subungulata.*

Zu den vier Gattungen dieser Familie: *Coelogenys*, *Dasyprocta*, *Cavia* und *Hydrochoerus* finden wir keine gleichenden Bildungen in Asia, Neuholland und Afrika oder Europa; sie sind Süd-Amerika eigen. *Hyrax* kann nicht in ihre Reihe gestellt werden.

V. Ordnung. *Multungula.*

16te Familie. *Lamnungula.*

Lipura steht im nordlichen Nord-Amerika vereinzelt.

Hyrax Capensis hört schon innerhalb des südlichen Afrika's, *Hyrax Syriacus* des nordostlichen Afrika's, im angrenzenden Asien auf.

17te Familie. *Proboscidea.*

Der Afrikanische Elephant ist in Asien durch den Indischen, *Elephas Indicus*, ersetzt, der vielleicht auch an der Ostküste Afrika's vorkommt. Amerika besitzt diese und die beiden folgenden Familien nicht.

18te Familie. *Nasicornia.*

Rhinoceros hat in Afrika Eine, in Asien zwei Arten.

19te Familie. *Obesa.*

Der *Hippopotamus amphibius* steht in Afrika allein, wenn man nicht etwa den so zweifelhaften Javanischen *Sukoteiro* als einen asiatischen Repräsentanten desselben annehmen will. Wie Dampier's Fund eines Hippopotamusschädels in einem an Neuhollands Westküste gefangenen Hai zu erklären sey, ohne dafs man nöthig habe, jenes Thier als ein Produkt von Australien anzunehmen, ist schon früher angegeben.

20ste Familie. *Nasuta.*

Der isolirte *Tapirus Americanus* kommt nur in Süd-Amerika vor und kann auf gewisse Art für einen Ersatz jener drei eben erwähnten Gattungen der alten Welt gelten, da er auch nach seinen Sitten ihrer Reihe angehört.

21ste Familie. *Setigera.*

Sus Scrofa geht von Europa und Nord-Afrika durch Asien bis Neuguinea. Afrika besitzt zwei gewaltige Arten wilder Eber, den *Sus Aethiopicus* und *Africanus*, wovon der eine auch in Madagaskar vorkommt und von mehrern für den auf die ostlichsten Inseln Ost-Indiens beschränkten *Sus Babirussa* gehalten ist. Ob das wilde Schwein von Mindanao, dessen Dampier*) erwähnt, *Sus Aethiopicus* ist, kann man nicht ausmachen. Nord-Amerika besitzt keine Art dieser Gattung, Süd-Amerika aber zwei kleine durch mehrere Abweichungen ausgezeichnete Arten.

VI. Ordnung. 22ste Familie. *Solidungula.*

Afrika enthält zwei durch ihr buntes Kleid hervorstehende Pferde *Equus Zebra* und *Quagga*; der *Mangarsahoc* in Madagaskar scheint auch eine Pferdeart zu seyn, und im nordlichen Afrika soll sich der *Onager* finden. An der ostlichen Grenze Europens fängt *Equus Caballus* an, in Mittel-Asien *Equus Hemionus* und jener Onager, *Equus Asinus*, und setzen durch Mittel-Asien fort. Amerika hat keine ursprüngliche Pferde-Art; der Süd-Amerikanische *Equus bisulcus* ist, wenn er wirklich existirt und wenn er nicht eine Llacmaart ausmacht, doch sicher so sehr von *Equus* unterschieden, dafs man ihn schwerlich in dieselbe Reihe stellen wird.

VII. Ordnung. *Bisulca.*

23ste Familie. *Tylopoda.*

Woher das Arabische Kameel, der *Camelus Dromedarius* stamme, ist noch nicht ausgemacht; jetzt sieht es aus wie ein unmittelbares Geschenk der Vorse-

*) *Dampier Voyage I p. 321.*

hung an die Menschen, welche die Sandwüsten des nordlichen Afrika und angrenzenden Asiens durchziehn. Pallas führt einen alten Schriftsteller an, der es in Arabien wild vorkommen läfst; vielleicht dafs die Erforschung des innern Afrika's uns auf die Spur leiten wird. Es ist nebst dem Schaafe, dem Ochsen und dem Hunde wohl das älteste Hausthier, dessen die Geschichte erwähnt, und von allen diesen ist die ursprüngliche Herstammung verwischt und ruht nur auf Vermuthungen. Also Afrika entbehrt noch dieser ihm so eigen angehörig scheinenden Gattung, wovon die Eine Art, das zweibucklige Kameel, *Camelus Bactrianus*, in der Grenze des nordlichen und südlichen Asiens zwischen China und der Tartarei ihre Heimath hat.

Süd-Amerika hat die kleinern und zierlichern Halsthiere, *Auchenia*, seiner Gebirge, statt der Kameele.

24ste Familie. *Devexa.*

Die einzige Gattung *Camelopardalis* mit Einer Art, *Giraffa*, ist auf Afrika beschränkt.

25ste Familie. *Capreoli.*

Die Hirsche sind von Afrika fast ausgeschlossen; *Cervus Guineensis* ist zweifelhaft und vielleicht eine Antilope, so wie mehrere für Hirsche ausgegebne Thiere der Reisebeschreiber wohl sicher zu dieser Gattung gehören. Im nordlichen Afrika kommt *Cervus Elaphus* vor, der mit mehrern andern, zum Theil sehr nordlichen Arten nach Nord-Asien fortsetzt. Süd-Asien ist reich an Thieren dieser Gattung; Nord-Amerika besitzt deren viele, ja Eine bis zwei Arten mit den übrigen nordlichen Erdtheilen gemeinschaftlich. In Süd-Amerika geht die Gattung in solche Arten über, die statt ästiger Geweihe nur glatte einfache Spitzen tragen.

Die Gattung *Moschus*, die sich so eng an die Hirsche anschliefst, ist auf das mittlere und südliche Asien eingeschränkt.

26ste Familie. *Cavicornia.*

In Afrika ist eine Menge Antilopen von mannichfaltiger Gröfse und Bildung. Europa besitzt nur zwei Arten, wovon die Eine erst im Osten anfängt und durch Nord-Asien fortgeht. In Asien finden sich mehrere zum Theil grofse Arten *Antilope.* In Amerika fehlen sie.

Von *Capra* sind in Nord-Afrika mehrere den Europäischen und Nord-Asiatischen zum Theil gleichende, aber noch nicht scharf bestimmte Arten auf dem Atlas und seinen Zweigen. In Süd-Asien finden wir nur der *Capra Aegagrus* erwähnt; das westliche Nord-Amerika zählt zwei Arten, aber

Süd-Amerika entbehrt dieser Gattung ganz, da *Capra Pudu* des Systems, wie oben angeführt ist, ein Hirsch zu seyn scheint.

Der *Bos Urus* des ostlichen Mittel-Europa's geht durch das südliche Nord-Asien und wird in Nord-Amerika durch zwei gleich grofse Arten fortgesetzt. *Bos Cafer* und der zweifelhafte *Bos nanus* sind in Afrika; Süd-Asien besitzt mehrere wilde Arten, wovon *Bos grunniens* an der Grenze Nord-Asiens vorkommt. Süd-Amerika kennt keine einheimische Art.

VIIIte Ordnung. 27ste Familie. *Tardigrada.*

In Afrika und Europa findet sich kein dahin gehörendes Thier, in Bengalen ist der *Prochilus ursinus*, in Süd-Amerika die Gattung *Bradypus* mit 3 Arten.

IXte Ordnung. *Fodientia.*

Von dieser Ordnung kommt keine Art in Europa, Nord-Asien, Nord-Amerika und Australien vor.

28te Familie. *Cingulata.*

Weder Afrika noch Asien besitzen diese Familie, deren beide Gattungen *Dasypus* und *Tolypeutes* Süd-Amerika eigen sind.

29te Familie. *Vermilinguia.*

Orycteropus ist in Süd-Afrika und reicht vielleicht bis Zeilan.

Manis ist im westlichen Afrika in Einer grofsen Art, in Süd-Asien in 3 Arten zu Hause.

Für beide Gattungen hat Süd-Amerika die *Myrmecophaga.*

Xte Ordnung. 30te Familie. *Reptantia.*

Afrika so wenig wie Süd-Asien haben ein Thier aus dieser auf Neuholland beschränkten Abtheilung, wenn nicht *Pamphractus* (die *Testudo squamata*) aus Java dahin gehört. Die Neuholländischen 4 Arten bilden die beiden Gattungen *Tachyglossus* und *Ornithorhynchus.*

XIte Ordnung. *Volitantia.*

31te Familie. *Dermoptera.*

Die einzige Gattung *Galeopithecus* ist auf die ostlichen Süd-Asiatischen Inseln beschränkt.

32te Familie. *Chiroptera.*

Vespertilio ist in Europa und Afrika, und setzt durch alle Welttheile fort. *Rhinolophus* ist auf Europa und Asien beschränkt. *Pteropus* geht von Afrika und Asien und Neuholland bis zu den Australischen Inseln des Grofsen Ozeans. *Phyllostomus*, in Afrika mit Einer, und in Süd-Asien mit Einer

Art, ist in Süd-Amerika in viele Arten getrennt. *Nycteris* ist Afrika eigenthümlich; Süd-Asien besitzt ausschliefslich *Harpyia*, und Süd-Amerika die Gattungen *Noctilio*, *Saccopteryx* und *Dysopes*.

XIIte Ordnung. *Falculata*.

33te Familie. *Subterranea*.

Erinaceus geht von Europa und Afrika durch Asien bis Süd-Amerika; der verwandte *Centetes* ist nur auf Madagaskar beschränkt.

Sorex ist in allen Welttheilen; *Mygale* nur an der gemeinschaftlichen Ostgrenze Europens und Nord-Asiens, und hat in Nord-Amerika in *Condylura* und *Scalops* ähnliche Bildungen sich gegenüberstehn.

Chrysochloris aurata, die sich nahe an jene Gattungen anschliefst, ist an der Südspitze von Afrika; die ihr verwandte *Talpa rubra* soll in Amerika leben. Die nicht zahlreiche Gattung *Talpa* scheint dem Norden eigenthümlich; *Talpa Europaea* ist auch in der Barbarei gefunden.

34te Familie. *Plantigrada*.

Cercoleptes, *Nasua*, *Procyon* sind nur in Süd-Amerika einheimisch, doch mit zwei bis nach Nord-Amerika reichenden Arten.

Von *Gulo* ist Eine Art in der nordlichen alten Welt, die in Nord-Amerika durch ein sehr ähnliches Thier ersetzt wird. Eine Art ist am Vorgebirge der guten Hoffnung; Süd-Asien besitzt gar keine, wenn nicht *Meles Indica* dazu gehört; Süd-Amerika zählt 5 Arten. *Meles* schliefst sich ganz dicht an diese Gattung an, und scheint der nordlichen Hemisphäre besonders anzugehören; *Meles Indica* ist in Süd-Asien.

Ursus ist in allen Welttheilen, mit Ausnahme von Australien, bemerkt.

35te Familie. *Sanguinaria*.

Die Gattung *Megalotis* ist der nordlichen Hälfte von Afrika eigen.

Canis geht durch alle Welttheile, selbst Australien besitzt eine Art; in Amerika zählt man von eigenthümlichen Arten 8, da in Afrika nur 3 solcher ursprünglicher Arten vorkommen. Dafür ist die verwandte Gattung *Hyaena* mit zwei gewissen, und zwei noch unbestimmten Arten in Afrika einheimisch; die *Hyaena striata* reicht bis nach Indien, dort hört die Gattung auf. Unter den Süd-Asiatischen Hunden ist der wahrscheinliche Stammvater des Haushundes, der *Canis aureus*.

Afrika und Asia besitzen in ihren heifsen Erdstrichen die gröfsesten und wildesten Raubthiere in den grofsen Arten von *Felis*; Süd-Amerika

hat deren keine geringe Zahl; der Jaguar, *Felis Onca*, der mit einem Pferde im Rachen davon springt, die *Felis discolor* und *concolor*, können sich in der Stärke mit den grofsen Panthern der alten Welt messen, aber dem Löwen und Tiger sind sie nicht gleichzustellen. Auffallend ist, dafs Neuholland aufser seiner Wolfsart, kein eigentliches Raubthier besitzt. In Europa sind die beiden, vielleicht als Abänderungen zu einandergehörenden Luchse, *Felis Lynx* und *rufa* die gröfsesten Arten, *Felis Catus* kommt auch in der Barbarei vor. Nord-Asien und Nord-Amerika haben ebenfalls Luchse, jenes noch drei Katzenarten, wozu im ostlichen Theile oft die Unze, *Felis Uncia*, aus Süd-Asien kommt; in Nord-Amerika fehlt die wilde Katze. *Viverra* findet sich in Afrika und Süd-Asien, und Eine Art selbst in Süd-Europa. Die verwandte *Ryzaena* ist auf Süd-Afrika beschränkt.

36te Familie. *Gracilia.*

Die Ichneumons, *Herpestes*, sind dem Süden der alten Welt gemeinschaftlich. In Süd-Amerika ersetzt sie *Mephitis*, die bis nach Nord-Amerika hinaufreicht.

Mustela und *Lutra* sind über alle Welttheile, mit Ausnahme Australiens, verbreitet.

XIIIte Ordnung und 37te Familie. *Pinnipedia.*

Robben sind an der Küste der Barbarei und am Vorgebirge der guten Hoffnung, aber nur einige Arten, bemerkt, sie kommen also nur aufserhalb der Tropen vor. Ost-Indien besitzt keine Art dieser Gattung, da *Phoca pusilla* durch einen Irrthum für Ost-Indisch angegeben zu seyn scheint. An einigen Inseln des Grofsen Ozeans sind wahrscheinlich einzelne Arten vorgekommen, da die Bewohner sie nennen. Das gemäfsigte Australien und Süd-Amerika und die nordliche Hemisphäre zählen dagegen viele und zum Theil gigantische Arten.

Trichechus ist nur den polarischen Meeren der nordlichen Halbkugel eigen.

XIVte Ordnung. *Natantia.*

38te Familie. *Sirenia.*

Manatus findet sich am Senegall, an der tropischen Küste Neuhollands, im Indischen Ozean und im heifsen Süd-Amerika. Steller's See-Affe wurde unweit Kamtschatka gesehn.

Halicore geht vom Vorgebirge der guten Hoffnung bis zu den Peljuh-Inseln.

Rytina ist nur zwischen Nord-Asien und Nord-Amerika beobachtet.

39te Familie. *Cete.*

Die zahlreichsten Arten dieser Familie leben in den kalten und gemäſsigten Meeren. *Balaena* wird nur bei Neuholland, Neuseeland und dem westlichen Süd-Amerika erwähnt; *Physeter* bei Afrika, Süd-Asien, Australien. *Delphinus* ist in den Meeren aller Himmelsstriche.

Alle diese Gattungen kommen in zahlreicher Menge besonders im nordlichen Ozean vor, in dem die Gattungen *Monodon*, *Ancylodon*, *Hyperodon* ausschlieſslich leben.

Einige Bemerkungen.

Gewisse Säugthierbildungen sind über die ganze Erde durch alle Klimate verbreitet. Dahin gehören *Mus*, *Sus*, *Canis*, *Vespertilio*, *Cervus*, *Felis*, *Ursus*, *Sciurus*, *Lepus*, *Erinaceus*, *Hystrix*, *Mustela*, *Lutra.* Mehr dem Norden eigen, aber weit verbreitet sind *Capra*, *Bos*, *Arctomys*, *Sorex*, *Talpa.*

Dagegen sind einige Gattungen sehr beschränkt; Beispiele davon sind die bei jedem Erdtheile angegebnen ihm eigenthümlichen Gattungen, auſserdem noch *Camelus*, *Moschus*, *Didelphys*, *Nasua*, *Procyon*, *Mephitis*, *Spalax*, *Rhinolophus*, *Halmaturus*, *Balantia.*

Einige Gattungen sind in dem Welttheile selbst nur auf gewisse Bezirke gewiesen und erscheinen mehr oder weniger durch Flüsse, Bergzüge, Himmelsstrich isolirt: sehr viele Gattungen der Quadrumanen, *Prosimii*, *Bradypus*, *Galeopithecus*, *Centetes*, *Ryzaena*, *Coelogenys*, *Cavia*, *Auchenia*, *Cercoleptes*, *Chiromys*, *Prochilus*, *Mygale*, *Pedetes*, *Bathyergus*, *Lipura*, *Fiber*, *Scalops* u. a. m.

Andre Gattungen enthalten Arten, welche durch groſse Vermehrung oder Mangel an Nahrung gezwungen, Wanderungen anstellen, z. B. *Hypudaeus*, *Mus*, *Antilope.*

Die gröſsesten Landthiere enthalten Afrika und Süd-Asien, z. B. *Elephas*, *Rhinoceros*, *Hippopotamus*, *Camelopardalis.* Zunächst kommen die Stierarten der nordlichen Hemisphäre, in welcher auch die Thiere mit den gröſsesten Geweihen und Hörnern gefunden werden, z. B. *Cervus Tarandus*, *Elaphus*, *Alces*, *Capra Ammon*, *Ibex*, *Montana.* Unter den Thieren der heiſsen Zone findet man die gewandtesten und stärksten Raubthiere mit einem zum Zerreiſsen ganz eingerichteten Gebisse; z. B. *Felis Leo*, *Tigris*, *Onca*; *Hyaena.* Bei den gröſsesten Krallenthieren der Nordhemisphäre, den Arten von *Ursus*, sind

sind die Backenzähne schon auch auf Pflanzenkost eingerichtet, und die Schnelligkeit und Biegsamkeit der Glieder ist sehr abgestumpft. Man schliefst wohl nicht mit Unrecht auf eine reiche Menge von Säugthieren eines Landes, wenn darin eine grofse Zahl und Mannichfaltigkeit von Raubthieren vorkommt, da das Gleichgewicht der Geschöpfe genau gegeneinander abgewogen ist. Der Mensch rottet freilich manche dieser Raubthiere aus, aber er tritt an ihre Stelle, oder verscheucht auch wohl die friedlichen Thiere und stellt so das gestörte Verhältnifs wieder her, oder büfst jene Störung mit seinem Schaden.

Aufser den über alle Welttheile verbreiteten Fledermäusen, *Chiroptera*, findet man in Europa, Asia, Neuholland und Nord-Amerika, aber nicht in Afrika und Süd-Amerika Säugthiere, die vermittelst einer zwischen den Beinen ausgespannten Erweiterung des Seitenfells von Baum zu Baum aufserordentliche Sprünge machen; es sind *Pteromys*, *Galeopithecus* und *Phalangista.*

Der zu einem greifenden Organe entwickelte Schwanz ist vielen Süd-Amerikanischen Thieren eigen, z. B. den meisten Quadrumanen, den *Didelphys*, *Hystrix*, *Cercoleptes.* Nur im ostlichsten Winkel Süd-Asiens und in Neuholland besitzen einige Thiere, z. B. *Balantia*, dieselbe Fähigkeit im Schwanze. In allen übrigen Erdtheilen sieht man sie bei keinem Thiere.

Einen abgesetzten Daumen hat kein Thier der Nordhemisphäre. Zwei unter einer gemeinschaftlichen Zehenscheide begriffne aneinandergewachsne Zehen der Hinterfüfse sind mehrern Neuholländischen und zwei oder drei Thieren des angrenzenden Ost-Indiens eigenthümlich, *Halmaturus*, *Hypsiprymnus*, *Balantia*, *Phalangista*, *Thylacis.*

Die Nordhemisphäre besitzt kein Thier mit mehr als zwei auftretenden Hufen, bei *Sus* ist der Uebergang dazu. Das Gebähren unausgebildeter, Embryonen ähnlicher Jungen und Aufsäugen derselben in einem besondern Beutel des Unterbauchs, der die Säugwarzen einschliefst, und nach Willkühr der Mutter geöffnet und verschlossen werden kann, ist eine nur an Neuholländischen, einigen nahen Ost-Indischen und an Süd-Amerikanischen Thieren vorkommende Erscheinung, die man im übrigen Asia, in Afrika und in der Nordhemisphäre vergebens sucht.

Der Winterschlaf ist nur an Säugthieren der nordlichen Hemisphäre wahrgenommen, aber ein Erstarren bei kalten Tagen ist von den Fledermäusen in Paraguay beobachtet *).

Backentaschen haben unter dem heifsen Himmelsstriche in der alten Welt die meisten Affen; in Süd-Amerika *Coelogenys*; in gemäfsigten Nordländern *Cricetus*, *Tamias*, *Arctomys Citillus* und *guttatus*; in Neuholland *Ornithorhynchus*.

Vergleicht man die vorkommenden Bildungen der Säugthiere nach ihrer Nahrung, so sieht man, dafs diejenigen, welche sich fast ausschliefslich vom Raube rothblütiger Thiere nähren, weit weniger in ihrer Gestalt vermannichfacht sind, als diejenigen Säugthiere, die nur vom Gewächsreiche ihren Unterhalt nehmen, oder mit vegetabilischer Kost Insekten und Gewürme als Speise verbinden. Der von Früchten lebenden Quadrumanen ist eine grofse Bildungsverschiedenheit, eben so der von Gras, Blättern, Wurzeln, Rinde und Saamen lebenden Gattungen, wie die Ordnungen *Salientia*, *Prensiculantia*, *Multungula*, *Bisulca*, *Tardigrada* zeigen. Insekten- und Wurm-fressend sind hauptsächlich *Prosimii*, *Macrotarsi*, die *Chiroptera*, *Fodientia*, *Reptilia*. Zu Polyphagen kann man rechnen: *Marsupialia*, mehrere *Prensiculantia* mit einfachen Backenzähnen, *Subterranea*, *Plantigrada*. Eigentliche fleischfressende Raubthiere sind nur die beiden Familien *Sanguinaria* und *Gracilia*.

Aehnlicher Bemerkungen liefsen sich gewifs noch viele machen und vielleicht in einen Zusammenhang mit der Bildung und den Produkten jedes Landes verknüpfen **). So erklärt Péron den Mangel der Affenartigen Thiere in Neuholland aus der auffallenden Dürftigkeit dieses Erdtheils an Baumfrüchten, von denen diese Thiere sich nähren; die tropischen Erdstriche in Asien, Afrika und Amerika sind mit den mannichfaltigsten Früchten überfüllt, und in ihnen wimmelt es von Quadrumanen. Ein Ameisenfresser von der Gröfse eines Hundes würde in unsern Gegenden verhungern; Süd-Amerika ernährt mit seinen unzähligen Haufen von Termiten und

*) *Azara Quadrupèdes du Paraguay II. p.* 266.

**) Eine physiologisch durchgeführte, aber freilich jetzt noch unmögliche, Vergleichung der Thiere nach den Erdtheilen würde ein ganz vorzügliches Interesse gewähren.

Ameisen *) an 16 zahlreiche Arten von Säugthieren aus den Gattungen *Myrmecophaga*, *Dasypus* und *Syncryptus*, unter denen ein Thier von der Leibesstärke eines Rindes vorkommt.

Bei Thieren von einer solchen Beschaffenheit, wie *Bradypus*, *Dasypus*, *Myrmecophaga*, *Ornithorhynchus* wird man es unbedenklich zugestehen, dafs sie dem Lande, wo man sie findet, ursprünglich angehören; auch die lebhafteste Einbildungskraft kann sie nicht aus andern Gegenden nach den Wohnplätzen hinführen, die sie jetzt einnehmen. Warum will man nicht auch von andern Thieren, die weniger unbehülflich, weniger in einen engen Kreis ihrer Bedürfnisse gespannt, weniger vom Himmelsstriche abhängig sind, dasselbe gelten lassen? Wir wissen aus den zahlreichen Schattirungen des Menschen und des Hundes, dafs allerdings bedeutende Veränderungen mit den Thierarten vorgehn können, und die Naturbeschreibung verliert alle sichre Grundlage, wenn sie es sich nicht zum Gesetze macht, alle Arten nach dem, was die Naturgeschichte über ihre Abstammung und Ausartung lehrt, zu behandeln **). Aber es sind bis jetzt nur noch wenige sichre Thatsachen vorhanden, auf welche die Naturgeschichte bauen kann. Der nächste Weg, dazu zu gelangen, scheint eine sorgfältige Vergleichung der Hausthiere, wie sie sich in jedem Lande zeigen, aber verbunden mit der genauen und vorurtheilsfreien Nachforschung über ihren Ursprung. Eine solche ausführliche Vergleichung der bei ihnen durch Klima, aber auch durch Nahrung und durch den Menschen hervorgebrachten Veränderung wird erklären, was das Klima über jede Thierart vermochte, und wird vielleicht eine weitere Anwendung auf manche wilde Thiere erlauben. Dafs nicht alle Thiere sich ändern, wenn sie auch die verschiedensten Himmelsstriche bewohnen, zeigen der Bär, die Ratten, Mäuse, der Kukuk, mehrere *Lanius* u. a. m. Nur zu häufig ist der Ausdruck Klima für eine allgewaltige und dunkle Kraft gebraucht, der man eine Menge von Wirkungen, Aenderungen und Verwandlungen auf die Thiere beimafs, die zum Theil ihren einzigen Grund in der oberflächlichen Kenntnifs dieser Thiere hatten. Es ist weit gerathener, alle Thiere in ihrem ursprünglich wilden Zustande als wirklich verschiedne Arten anzunehmen, bei denen man Unterschiede der Gröfse, Bildung, Bedeckung, Zeichnung, Lebensart und

*) *Azara Quadr. du Paraguay. I. p. 92.*

**) *Illigers Versuch einer systematischen Terminologie. S. XXVII u. f.*

Fortpflanzungsweise wahrnimmt, die man bei genau erforschten und nebeneinanderwohnenden Arten derselben oder einer ähnlichen Gattung als specifische Unterschiede gelten läfst. Wenn Thiere entlegener Erdstriche eine sehr grofse Aehnlichkeit miteinander haben, so folgt daraus noch gar nicht ihre gemeinschaftliche Abstammung, Es gibt viele Gattungen, in denen die Arten gleichsam nur die Variationen eines Thema scheinen, und ihre Aehnlichkeit äufsert sich selbst in der Farbe und feinen Zügen der Zeichnung. Ich erinnre nur an die Gattungen *Caprimulgus*, *Strix*, *Falco*, *Alauda* und viele andre, die im tiefen Norden eben ein solches Kleid tragen, wie im entgegengesetzten Süden, in der Kälte der Polnähe, wie unter dem glühenden Strahl des Aequators. Die nebeneinanderwohnenden und streng abgesonderten Arten erkennt man nur an feinen Verschiedenheiten. Eine genaue Nachforschung entdeckt unter dem ähnlichen Kleide oft sehr auffallende Abweichungen in wesentlichen Theilen der innern, wie der äussern Bildung. Wie behutsam mufs man daher nicht bei den Urtheilen über die Einerleiheit der Arten verfahren, da sie zu oft nur aus den oberflächsten Beschreibungen gefolgert werden können. Eine ähnliche Lebensweise kann eben so wenig ein solches Urtheil begründen, da ähnliche Einrichtungen des Körperbau's auch übereinstimmende Resultate der Lebensart geben können, obgleich nicht zu läugnen ist, dafs die ähnlichsten Thiere oft die auffallendsten Verschiedenheiten darin zeigen.

Mit einem von Vorurtheilen und Hypothesen nicht befangnen Sinne soll der Forscher die Natur beobachten, damit er demjenigen, der die gegebenen Thatsachen in Zusammenhang mit andern Erscheinungen zu bringen sucht, auch sichere Angaben überliefere.

		Ordnungen.	Anzahl der Familien.	Anzahl der Gattungen.	Anzahl der Arten.	Europa.			Afrika.			Asien.			Australien.			Alte Welt.		Amerika.			Zweifelhaftes Vaterland.
						überhaupt.	ausschliefslich	mit andern Welttheilen	überhaupt.	ausschliefslich.	mit andern Welttheilen.	überhaupt.	ausschliefslich.	mit andern Welttheilen.	überhaupt.	ausschliefslich.	mit andern Welttheilen.	ausschliefslich.	mit Amerika.	überhaupt.	ausschliefslich.	mit andern Welttheilen.	
I		*Erecta*	1	1	1	1	—	1	1	—	1	1	—	1	1	—	1	—	1	1	—	1	—
II		*Pollicata*	5	26	179	—	—	—	59	53	6	42	36	6	19	19	—	126	—	55	55	—	2
III		*Salientia*	1	2	8	—	—	—	—	—	—	1	1	—	7	7	—	8	—	—	—	—	—
IV		*Prensiculantia*	8	25	168	34	6	28	29	22	7	74	43	31	5	2	3	98	6	67	67	6	1
V		*Multungula*	6	7	16 † 1 ?	1	—	1	8	6	2	6 † 1 ?	4 † 1 ?	2	1	—	1	12 † 1	—	4	4	—	—
VI		*Solidungula*	1	1	6 † 1 ?	1	—	1	4	3	1	3	1	2	—	—	—	6	—	1 ?	1 ?	—	—
VII		*Bisulca*	4	8	93	12	1	11	37	31	6	39	25	14	1	—	1	71	2	21	19	2	2
VIII		*Tardigrada*	1	2	4	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	—	—	1	—	3	3	—	—
IX		*Effodientia*	2	5	24	—	—	—	2	2	—	4	4	—	—	—	—	6	—	18	18	—	—
X		*Reptantia*	1	3	5	—	—	—	—	—	—	1	1	—	4	4	—	5	—	—	—	—	—
XI		*Volitantia*	2	10	56	11	5	6	7	5	2	16	10	6	4	2	2	29	—	26	26	—	1
XII		*Falculata*	4	24	193	32	8	24	48	36	12	67	34	33	1	1	—	101	15	90	75	15	1
XIII		*Pinnipedia*	1	2	29	12	5	7	2	—	2	10	3	7	7	2	5	13	10	15	5	10	1
XIV		*Natantia*	2	9	47	29	10	19	7	1	6	18	4	14	12	3	9	21	19	26	7	19	—
		in Allem	39	125	829 † 2	133	35	98	204	159	45	283 † 1 ?	167 † 1 ?	116	62	40	22	497 † 1	53	326 † 1 ?	273 † 1 ?	53	8
		Familien.																					
I	1	*Erecta*	—	1																			
II	2	*Quadrumana*	—	12	115	—	—	—	42	37	5	31	26	5	—	—	—	79	—	36	36	—	
	3	*Prosimiae*	—	3	17	—	—	—	13	12	1	5	4	1	—	—	—	17	—	—	—	—	

Ordnung.		Familien.	Anzahl der Gattungen.	Anzahl der Arten.	Europa. überhaupt.	Europa. ausschliefslich.	Europa. mit andern Welttheilen.	Afrika. überhaupt.	Afrika. ausschliefslich.	Afrika. mit andern Welttheilen.	Asien. überhaupt.	Asien. ausschliefslich.	Asien. mit andern Welttheilen.	Australien. überhaupt.	Australien. ausschliefslich.	Australien. mit andern Welttheilen.	Alte Welt. ausschliefslich.	Alte Welt. mit Amerika.	Amerika. überhaupt.	Amerika. ausschliefslich.	Amerika. mit andern Welttheilen.	Zweifelhaftes Vaterland.
(II)	4	*Macrotarsi*	2	7	—	—	—	3	3	—	4	4	—	—	—	—	7	—	—	—	—	—
—	5	*Leptodactyla*	1	1	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—
	6	*Marsupialia*	8	39	—	—	—	—	—	—	1 † 1 ?	1 † 1 ?	—	19	19	—	21	—	18 † 1 ?	18 † 1 ?	—	—
III	7	*Salientia*	2	8	—	—	—	—	—	—	1	1	—	7	7	—	8	—	—	—	—	—
IV	8	*Macropoda*	3	14	2	—	2	6	4	2	8	4	4	—	—	—	12	—	2	2	—	—
	9	*Agilia*	4	41	7	2	5	6	5	1	18	12	6	—	—	—	25	1	16	15	1	1
	10	*Murina*	5	50	14	2	12	10	8	2	27	15	12	3	—	3	32	3	18	15	3	—
	11	*Cunicularia*	3	20	8	2	6	1	1	—	12	6	6	—	—	—	14	1	6	5	1	—
	12	*Palmipeda*	2	5	1	—	1	—	—	—	1	—	1	2	2	—	2	1	2	1	1	—
	13	*Aculeata*	2	14	1	—	1	1	—	1	3	2	1	—	—	—	3	—	11	11	—	—
	14	*Duplicidentata*	2	14	3	1	2	5	4	1	6	4	2	—	—	—	10	1	4	3	1	—
	15	*Sub-ungulata*	4	8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	8	—	—
V	16	*Lamnunguia*	2	3	—	—	—	2	1	1	1	—	1	—	—	—	2	—	1	1	—	—
	17	*Proboscidea*	1	2	—	—	—	1	1	—	1	1	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—
	18	*Nasicornia*	1	3	—	—	—	1	1	—	2	2	—	—	—	—	3	—	—	—	—	—
	19	*Obesa*	1	1	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—
	20	*Nasuta*	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—
	21	*Setigera*	1	6	1	—	1	3	2	1	2	1	1	1	—	1	4	—	2	2	—	—

Ordnung.	Familie	Gattung.	Anzahl der Arten.	Europa			Afrika			Asien			Australien			Alte Welt		Amerika			Zweifelhaftes Vaterland.
				überhaupt	ausschliefslich	mit andern Welttheilen	überhaupt	ausschliefslich	mit andern Welttheilen	überhaupt	ausschliefslich	mit andern Welttheilen	überhaupt	ausschliefslich	mit andern Welttheilen	ausschliefslich	mit Amerika	überhaupt	ausschliefslich	mit andern Welttheilen	
(II)	6.	*Marsupialia* 20. *Didelphys*	17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	17	17	—	—
		21. *Chironectes*	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—
		22. *Thylacis*	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	—	2	—	—	—	—	—
		23. *Dasyurus*	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6	6	—	6	—	—	—	—	—
		24. *Amblotis*	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	1	—	—	—	—	—
		25. *Balantia*	5	—	—	—	—	—	—	1	1	—	4	4	—	5	—	—	—	—	—
		26. *Phalangista*	6	—	—	—	—	—	—	1?	1?	—	5	5	—	5 ÷ 1	—	1?	1?	—	1?
		27. *Phascolomys*	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	1	—	—	—	—	—
III *Salientia*	7.	*Salientia* 28. *Hypsiprymnus*	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	1	—	—	—	—	—
		29 *Halmaturus*	7	—	—	—	—	—	—	1	1	—	6	6	—	7	—	—	—	—	—
IV [illegible]	8.	*Macropoda* 30. *Dipus*	8	2	—	2	3	2	1	5	2	3	—	—	—	7	—	1	1	—	—
		31. *Pedetes*	1	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—
		32. *Meriones*	5	—	—	—	2	1	1	3	2	1	—	—	—	4	—	1	1	—	—
	9.	*Agilia* 33. *Myoxus*	5	4	2	2	—	—	—	2	—	2	—	—	—	4	—	1	1	—	—
		34. *Tamias*	2	1	—	1	1	1	—	1	—	1	—	—	—	1	1	1	—	1	—
		35. *Sciurus*	27	1	—	1	5	4	1	11	9	2	—	—	—	15	—	12	12	—	—
		36. *Pteromys*	7	1	—	1	—	—	—	4	3	1	—	—	—	5	—	2	2	—	1
	10.	*Murina* 37. *Arctomys*	9	5	1	4	1	1	—	5	1	4	—	—	—	4	1	5	4	1	—
		38. *Mus*	32	7	1	6	8	6	2	15	9	6	3	—	3	20	2	12	10	2	—

Ordnung.	Familie.	Gattung.	Anzahl der Arten.	Europa. überhaupt.	Europa. ausschliefslich.	Europa. mit andern Welttheilen.	Afrika. überhaupt.	Afrika. ausschliefslich.	Afrika. mit andern Welttheilen.	Asien. überhaupt.	Asien. ausschliefslich.	Asien. mit andern Welttheilen.	Australien. überhaupt.	Australien. ausschliefslich.	Australien. mit andern Welttheilen.	Alte Welt. ausschliefslich.	Alte Welt. mit Amerika.	Amerika. überhaupt.	Amerika. ausschliefslich.	Amerika. mit andern Welttheilen.	Zweifelhaftes Vaterland.
IV	10	*Murina* 39. *Cricetus*	7	1	—	1	—	—	—	6	5	1	—	—	—	6	—	1	1	—	—
		40. *Spalax*	1	1	—	1	—	—	—	1	—	1	—	—	—	1	—	—	—	—	—
		41. *Bathyergus*	1	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—
	11	*Cunicularia* 42. *Georychus*	4	1	—	1	1	1	—	2	1	1	—	—	—	3	—	1	1	—	—
		43. *Hypudaeus*	15	7	2	5	—	—	—	10	5	5	—	—	—	11	1	4	3	1	—
		44. *Fiber*	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—
	12	*Palmipeda* 45. *Hydromys*	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	—	2	—	1	1	—	—
		46. *Castor*	2	1	—	1	—	—	—	1	—	1	—	—	—	—	1	2	1	1	—
	13	*Aculeata* 47. *Hystrix*	11	1	—	1	1	—	1	3	2	1	—	—	—	3	—	8	8	—	—
		48. *Loncheres*	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	3	—	—
	14	*Duplicidentata* 49. *Lepus*	11	3	1	2	5	4	1	3	1	2	—	—	—	7	1	4	3	1	—
		50. *Lagomys*	3	—	—	—	—	—	—	3	3	—	—	—	—	3	—	—	—	—	—
	15	*Sub-ungulata* 51. *Coelogenys*	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	—	—
		52. *Dasyprocta*	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	4	—	—
		53. *Cavia*	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—
		54. *Hydrochoerus*	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—
V *Multungula.*	16	*Lamnunguia* 55. *Lipura*	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—
		56. *Hyrax*	2	—	—	—	2	1	1	1	—	1	—	—	—	2	—	—	—	—	—
	17	*Proboscidea* 57. *Elephas*	2	—	—	—	1	1	—	1	1	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—

Ordnung.		Familie.	Anzahl der Gattungen.	Anzahl der Arten.	Europa überhaupt	Europa ausschliefslich	Europa mit andern Welttheilen	Afrika überhaupt	Afrika ausschliefslich	Afrika mit andern Welttheilen	Asien überhaupt	Asien ausschliefslich	Asien mit andern Welttheilen	Australien überhaupt	Australien ausschliefslich	Australien mit andern Welttheilen	Alte Welt ausschliefslich	Alte Welt mit Amerika	Amerika überhaupt	Amerika ausschliefslich	Amerika mit andern Welttheilen	Zweifelhaftes Vaterland.
VI	22	*Solidungula*	1	6	1	—	1	4	3	1	3	1	2	—	—	—	6	—	—	—	—	—
VII	23	*Tylopoda*	2	7	—	—	—	—	—	—	2	2	—	—	—	—	2	—	5	5	—	—
	24	*Devexa*	1	1	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—
	25	*Capreoli*	2	33	6	1	5	2	1	1	15	10	5	1	—	1	21	2	12	10	2	1
	26	*Vaginicornia*	3	57	6	—	6	34	29	5	22	14	8	—	—	—	53	—	4	4	—	1
VIII	27	*Tardigrada*	2	4	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	—	—	1	—	3	3	—	—
IX	28	*Cingulata*	2	14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	14	14	—	—
	29	*Vermilinguia*	3	10	—	—	—	2	2	—	4	4	—	—	—	—	6	—	4	4	—	—
X	30	*Reptantia*	3	5	—	—	—	—	—	—	1	1	—	4	4	—	5	—	—	—	—	—
XI	31	*Dermoptera*	1	3	—	—	—	3	3	—	—	—	—	—	—	—	3	—	—	—	—	—
	32	*Chiroptera*	9	53	11	5	6	8	5	3	13	7	6	4	2	2	27	—	26	26	—	—
XII	33	*Subterranea*	8	34	8	4	4	10	9	1	12	7	5	—	—	—	23 †1?	2	10 †1?	8 †1?	2	—
—	34	*Plantigrada*	6	31	5	—	5	2	1	1	7	1	6	—	—	—	5	3	26	23	3	—
	35	*Sanguinaria*	6	79	10	—	10	25 †1?	16 †1?	9	32	16	16	—	—	—	45	6	32	26	6	4
	36	*Gracilia*	4	49	10	3	7	11	9	2	19	10	9	—	—	—	26	5	22	17	5	1
XIII	37	*Pinnipedia*	2	29	12	5	7	2	—	2	10	3	7	8	2	6	11	12	17	5	12	1
XIV	38	*Sirenia*	3	7	—	—	—	2	1	1	4	1	3	2	—	2	4	1	3	2	1	—
	39	*Cete*	6	40	29	10	19	5	—	5	14	3	11	10	3	7	17	18	23	5	18	—

Ordnung.	Familie	Gattung.	Anzahl der Arten	Europa			Afrika			Asien			Australien			Alte Welt		Amerika			Zweifelhaftes Vaterland
				überhaupt	ausschliefslich	mit andern Welttheilen	überhaupt	ausschliefslich	mit andern Welttheilen	überhaupt	ausschliefslich	mit andern Welttheilen	überhaupt	ausschliefslich	mit andern Welttheilen	ausschliefslich	mit Amerika	überhaupt	ausschliefslich	mit andern Welttheilen	
I. *Erecta*	1	*Erecta* 1. *Homo*																			
II. *Pollicata*	2	*Quadrumana* 2. *Simia*	3	—	—	—	1	1	—	2	2	—	—	—	—	3	—	—	—	—	—
		3. *Hylobates*	4	—	—	—	—	—	—	4	4	—	—	—	—	4	—	—	—	—	—
		4. *Lasiopyga*	4	—	—	—	3	3	—	1	1	—	—	—	—	4	—	—	—	—	—
		5. *Cercopithecus*	30	—	—	—	14	12	2	15	13	2	—	—	—	30	—	—	—	—	—
		6. *Cynocephalus*	36	—	—	—	22	19	3	9	6	3	—	—	—	36	—	—	—	—	—
		7. *Colobus*	2	—	—	—	2	2	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—
		8. *Ateles*	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	5	—	—
		9. *Mycetes*	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	3	—	—
		10. *Pithecia*	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	7	—	—
		11. *Aotus*	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—
		12. *Callithrix*	13	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	13	13	—	—
		13. *Hapale*	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	7	—	—
	3	*Prosimii* 14. *Lichanotus*	2	—	—	—	2	2	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—
		15. *Lemur*	10	—	—	—	10	9	1	1	—	1	—	—	—	10	—	—	—	—	—
		16. *Stenops*	5	—	—	—	1	1	—	4	4	—	—	—	—	5	—	—	—	—	—
	4	*Macrotarsi* 17. *Tarsius*	4	—	—	—	—	—	—	4	4	—	—	—	—	4	—	—	—	—	—
		18. *Otolicna*	3	—	—	—	2	2	—	—	—	—	—	—	—	3	—	—	—	—	1
	5	*Leptodactyla* 19. *Chiromys*	1	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—

Ordnung.	Familie	Gattung.	Anzahl der Arten.	Europa: überhaupt	Europa: ausschliefslich	Europa: mit andern Welttheilen	Afrika: überhaupt	Afrika: ausschliefslich	Afrika: mit andern Welttheilen	Asien: überhaupt	Asien: ausschliefslich	Asien: mit andern Welttheilen	Australien: überhaupt	Australien: ausschliefslich	Australien: mit andern Welttheilen	Alte Welt: ausschliefslich	Alte Welt: mit Amerika	Amerika: überhaupt	Amerika: ausschliefslich	Amerika: mit andern Welttheilen	Zweifelhaftes Vaterland
(V)	18	*Nasicornia* 58. *Rhinoceros*	3	—	—	—	1	1	—	2	2	—	—	—	—	3	—	—	—	—	—
	19	*Obesa* 59. *Hippopotamus*	1	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—
		? *Suckoteiro* ?	1 ?	—	—	—	—	—	—	1 ?	1 ?	—	—	—	—	1 ?	—	—	—	—	—
	20	*Nasuta* 60. *Tapirus*	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—
	21	*Setigera* 61. *Sus*	6	1	—	1	3	2	1	2	1	1	1	—	1	4	—	2	2	—	—
VI	22	*Solidungula* 62. *Equus*	6	1	—	1	4	3	1	3	1	2	—	—	—	6	—	—	—	—	—
		? *Equus bisulcus* ?	1 ?	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1 ?	1 ?	—	—
VII	23	*Tylopoda* 63. *Camelus*	2	—	—	—	—	—	—	2	2	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—
		64. *Auchenia*	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	5	—	—
	24	*Devexa* 65. *Camelopardalis*	1	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—
	25	*Capreoli* 66. *Cervus*	28	6	1	5	2	1	1	10	5	5	1	—	1	16	2	12	10	2	1
		67. *Moschus*	5	—	—	—	—	—	—	5	5	—	—	—	—	5	—	—	—	—	—
	26	*Cavicornia* 68. *Antilope*	36	2	—	2	28	25	3	11	6	5	—	—	—	36	—	—	—	—	—
		69. *Capra*	10	3	—	3	4	2	2	4	2	2	—	—	—	8	—	2	2	—	1
		70. *Bos*	11	1	—	1	2	2	—	7	6	1	—	—	—	9	—	2	2	—	—
VIII	27	*Tardigrada* 71. *Bradypus*	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	3	—	—
		72. *Prochilus*	1	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—
IX	28	*Cingulata* 73. *Tolypeutes*	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	3	—	—
		74. *Dasypus*	11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11	11	—	—

II. 5.

Ordnung.	Familie.	Gattung.	Anzahl der Arten.	Europa. überhaupt.	Europa. ausschliefslich	Europa. mit andern Welttheilen	Afrika. überhaupt.	Afrika. ausschliefslich.	Afrika. mit andern Welttheilen.	Asien. überhaupt.	Asien. ausschliefslich.	Asien. mit andern Welttheilen.	Australien. überhaupt.	Australien. ausschliefslich.	Australien. mit andern Welttheilen.	Alte Welt. ausschliefslich.	Alte Welt. mit Amerika.	Amerika. überhaupt.	Amerika. ausschliefslich.	Amerika. mit andern Welttheilen.	Zweifelhaftes Vaterland.
(IX)	29	*Vermilinguia* 75. *Orycteropus*	2	—	—	—	1	1	—	1	1	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—
		76. *Myrmecophaga*	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	4	—	—
		77. *Manis*	4	—	—	—	1	1	—	3	3	—	—	—	—	4	—	—	—	—	—
X Reptantia.	30	*Reptantia* 78. *Tachyglossus*	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	—	2	—	—	—	—	—
		79. *Ornithorhynchus*	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	—	2	—	—	—	—	—
		?80. *Pamphractus?*	1	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—
XI Volitantia.	31	*Dermoptera* 81. *Galeopithecus*	3	—	—	—	—	—	—	3	3	—	—	—	—	3	—	—	—	—	—
	32	*Chiroptera* 82. *Pteropus*	3	—	—	—	2	1	1	1	—	1	1	—	1	3	—	—	—	—	1
		83. *Harpyia*	2	—	—	—	—	—	—	2	2	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—
		84. *Vespertilio*	21	9	4	5	4	2	2	6	2	4	3	2	1	15	—	6	6	—	—
		85. *Nycteris*	1	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—
		86. *Rhinolophus*	4	2	1	1	—	—	—	3	2	1	—	—	—	4	—	—	—	—	—
		87. *Phyllostomus*	10	—	—	—	1	1	—	1	1	—	—	—	—	2	—	8	8	—	—
		88. *Noctilio*	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	—	—
		89. *Saccopteryx*	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—
		90. *Dysopes*	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9	9	—	—
XII Fodientia.	33	*Subterranea* 91. *Erinaceus*	5	1	1	—	1	1	—	2	2	—	—	—	—	4	—	1	1	—	—
		92. *Centetes*	4	—	—	—	4	4	—	—	—	—	—	—	—	4	—	—	—	—	—
		93. *Sorex*	16	5	3	2	3	3	—	8	5	3	—	—	—	12	2	4	2	2	—

Ordnung.	Familie	Gattung.	Anzahl der Arten.	Europa überhaupt	Europa ausschliefslich	Europa mit andern Welttheilen	Afrika überhaupt	Afrika ausschliefslich	Afrika mit andern Welttheilen	Asien überhaupt	Asien ausschliefslich	Asien mit andern Welttheilen	Australien überhaupt	Australien ausschliefslich	Australien mit andern Welttheilen	Alte Welt ausschliefslich	Alte Welt mit Amerika	Amerika überhaupt	Amerika ausschliefslich	Amerika mit andern Welttheilen	Zweifelhaftes Vaterland.
(XII)	(33)	*Subterranea* 94. *Mygale*	1	1	—	1	—	—	—	1	—	1	—	—	—	1	—	—	—	—	—
		95. *Condylura*	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	—	—
		96. *Chrysochloris*	2	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	1†1?	—	1?	1?	—	—
		97. *Scalops*	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—
		98. *Talpa*	3	1	—	1	1	—	1	1	—	1	—	—	—	1	—	2	2	—	—
	34	*Plantigrada* 99. *Cercoleptes*	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	—	—
		100. *Nasua*	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9	9	—	—
		101. *Procyon*	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	—	—
		102. *Gulo*	8	1	—	1	1	1	—	1	—	1	—	—	—	2	—	6	6	—	—
		103. *Meles*	5	1	—	1	—	—	—	2	1	1	—	—	—	2	—	3	3	—	—
		104. *Ursus*	5	3	—	3	1	—	1	4	—	4	—	—	—	1	3	4	1	3	—
	35	*Rapaces* 105. *Megalotis*	1	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—
		106. *Canis*	28	6	—	6	6	3	3	10	3	7	1	1	—	10	5	18	13	5	1
		107. *Hyaena*	4	—	—	—	3†1?	2†1?	1	1	—	1	—	—	—	4	—	—	—	—	1
		108. *Felis*	37	3	—	3	9	6	3	16	10	6	—	—	—	21	1	14	13	1	2
		109. *Viverra*	7	1	—	1	4	2	2	5	3	2	—	—	—	7	—	—	—	—	—
		110. *Ryzaena*	2	—	—	—	2	2	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—
	36	*Gracilia* 111. *Herpestes*	8	—	—	—	5	5	—	3	3	—	—	—	—	8	—	—	—	—	—
		112. *Mephitis*	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	5	—	—

Ordnung.	Familie.	Gattung.	Anzahl der Arten.	Europa.			Afrika.			Asien.			Australien.			Alte Welt.		Amerika.			Zweifelhaftes Vaterland.
				überhaupt.	ausschließlich	mit andern Welttheilen	überhaupt.	ausschließlich.	mit andern Welttheilen.	überhaupt.	ausschließlich.	mit andern Welttheilen.	überhaupt.	ausschließlich.	mit andern Welttheilen.	ausschließlich.	mit Amerika.	überhaupt.	ausschließlich.	mit andern Welttheilen.	
(XII)	36	*Gracilia* 113. *Mustela*	23	8	3	5	4	3	1	12	6	6	—	—	—	14	4	8	4	4	1
		114. *Lutra*	13	2	—	2	2	1	1	4	1	3	—	—	—	4	1	9	8	1	—
XIII *Pinnipedia.*	37	*Pinnipedia* 115. *Phoca*	27	11	5	6	2	—	2	8	3	5	8	2	6	11	10	15	5	10	1
		116. *Trichechus*	2	1	—	1	—	—	—	2	—	2	—	—	—	—	2	2	—	2	—
XI *Natantia.*	38	*Sirenia* 117. *Manatus*	5	—	—	—	1	1	—	2	1	1	1	—	1	3	—	2	2	—	—
		118. *Halicore*	1	—	—	—	1	—	1	1	—	1	1	—	1	1	—	—	—	—	—
		119. *Rytina*	1	—	—	—	—	—	—	1	—	1	—	—	—	—	1	1	—	1	—
	39	*Cete* 120. *Balaena*	9	6	—	6	—	—	—	3	—	3	4	1	3	1	6	8	2	6	—
		122. *Monodon*	3	3	—	3	—	—	—	3	—	3	—	—	—	—	3	3	—	3	—
		122. *Ancylodon*	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—
		123. *Physeter*	8	7	3	4	1	—	1	1	—	1	1	—	1	4	3	4	1	3	—
		124. *Delphinus*	17	11	5	6	4	—	4	7	3	4	5	2	3	10	6	7	1	6	—
		125. *Hyperodon*	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—

III. Nördliche Erdtheile

Ordnung.	Familie.	Ordnung, Familie, Gattung.	Anzahl der Arten überhaupt.	Europa: ausschliefslich	Europa: mit andern Welttheilen	Nord-Asien: ausschliefslich	Nord-Asien: mit Süd-Asien	Nord-Asien: mit andern Welttheilen	Nord-Amerika: ausschliefslich	Nord-Amerika: mit Süd-Amerika	Nord-Amerika: mit andern Welttheilen
II.	—	*Pollicata*	1	—	—	—	—	—	—	1	—
	6	*Marsupialia*	1	—	—	—	—	—	—	1	—
		19. *Didelphys*	1	—	—	—	—	—	—	1	—
IV.		*Prensiculantia*	78	7	28	20	11	27	19	—	7
	8	*Macropoda*	8	—	2	2	3	3	2	—	—
		30. *Dipus*	5	—	2	2	1	2	1	—	—
		32. *Meriones*	3	—	—	—	2	1	1	—	—
	9	*Agilia*	14	2	5	—	1	5	7	—	1
		33. *Myoxus*	4	2	2	—	—	2	—	—	—
		34. *Tamias*	1	—	1	—	—	1	—	—	1
		35. *Sciurus*	6	—	1	—	1	1	5	—	—
		36. *Pteromys*	3	—	1	—	1	—	2	—	—
	10	*Murina*	29	2	11	9	5	10	6	—	3
		37. *Arctomys*	7	1	3	—	1	3	2	—	1
		38. *Mus*	14	1	6	4	3	5	3	—	2
		39. *Cricetus*	7	—	1	5	—	1	1	—	—
		40. *Spalax*	1	—	1	—	1	1	—	—	—
	11	*Cunicularia*	16	2	6	6	—	5	2	—	1
		42. *Georychus*	3	—	1	1	—	1	1	—	—
		43. *Hypudaeus*	12	2	5	5	—	4	—	—	1
		44. *Fiber*	1	—	—	—	—	—	1	—	—
	12	*Palmipeda*	1	—	1	—	—	1	—	—	1
		46. *Castor*	1	—	1	—	—	1	—	—	1
	13	*Aculeata*	2	—	1	—	1	1	1	—	—
		47. *Hystrix*	2	—	1	—	1	1	1	—	—
	14	*Duplicidentata*	8	1	2	3	2	2	1	—	1
		49. *Lepus*	5	1	2	—	2	2	1	—	1
		50. *Lagomys*	3	—	—	3	—	—	—	—	—
V.		*Multungula*	2	—	1	—	1	1	1	—	—
	16	*Lamnunguia*	1	—	—	—	—	—	1	—	—
		55. *Lipura*	1	—	—	—	—	—	1	—	—
	21	*Setigera*	1	—	1	—	1	1	—	—	—
		61. *Sus*	1	—	1	—	1	1	—	—	—
VI.	22	*Solidungula*	3	—	1	—	3	2	—	—	—
		62. *Equus*	3	—	1	—	3	2	—	—	—
VII.		*Bisulca*	2[illegible]	1	11	3	11	10	8	—	1
	23	*Tylopoda*	1	—	—	—	1	—	—	—	—
		63. *Camelus*	1	—	—	—	1	—	—	—	—
	25	*Capreoli*	11	1	5	—	5	5	4	—	1
		66. *Cervus*	10	1	5	—	4	5	4	—	1
		67. *Moschus*	1	—	—	—	1	—	—	—	—

Ordnung.	Familie.	Ordnung, Familie, Gattung.	Anzahl der Arten.	Europa		Nord-Asien			Nord-Amerika		
				ausschliefslich	mit andern Welttheilen	ausschliefslich	mit Süd-Asien	mit andern Welttheilen	ausschliefslich	mit Süd-Amerika	mit andern Welttheilen
VII.	26	*Cavicornia*	15	—	6	3	5	5	4	—	—
		68. *Antilope*	4	—	2	—	2	2	—	—	—
		69. *Capra*	7	—	3	2	1	2	2	—	—
		70. *Bos*	4	—	1	1	2	1	2	—	—
XI.		*Volitantia*		5	6	—	—	6	1	3	—
	32	*Chiroptera*	15	5	6	—	—	6	1	3	—
		84. *Vespertilio*	11	4	5	—	—	5	1	1	—
		86. *Rhinolophus*	2	1	1	—	—	1	—	—	—
		90. *Dysopes?*	2	—	—	—	—	—	—	2	—
XII.		*Falculata*	71	7	26	7	7	30	23	7	13
	33	*Subterranea*	17	4	4	3	—	5	5	—	—
		91. *Erinaceus*	2	1	—	1	—	—	—	—	—
		93. *Sorex*	8	3	2	2	—	3	2	—	—
		94. *Mygale*	1	—	1	—	—	1	—	—	—
		95. *Condylura*	2	—	—	—	—	—	2	—	—
		97. *Scalops*	1	—	—	—	—	—	1	—	—
		98. *Talpa*	3	—	1	—	—	1	—	—	—
	34	*Plantigrada*	13	—	5	—	2	6	6	2	3
		100. *Nasua*	1	—	—	—	—	—	1	—	—
		101. *Procyon*	1	—	—	—	—	—	—	1	—
		102. *Gulo*	2	—	1	—	—	1	1	—	—
		103. *Meles*	4	—	1	—	—	1	3	—	—
		104. *Ursus*	5	—	3	—	2	4	1	1	3
	35	*Sanguinaria*	22	—	10	3	2	9	5	4	6
		105. *Canis*	13	—	6	1	1	6	5	1	5
		108. *Felis*	8	—	3	2	1	3	—	3	1
		109. *Viverra*	1	—	1	—	—	—	—	—	—
	36	*Gracilia*	19	3	7	1	3	10	7	1	4
		112. *Mephitis*	1	—	—	—	—	—	1	1	—
		113. *Mustela*	12	3	5	1	2	7	2	—	4
		114. *Lutra*	6	—	2	—	1	3	4	—	—
XIII.	37	*Pinnipedia*	23	5	6	3	—	7	8	5	8
		115. *Phoca*	21	5	5	3	—	5	8	5	6
		116. *Trichechus*	2	—	1	—	—	2	—	—	2
XIV.		*Natantia*	34	11	18	1	3	9	4	2	18
	38	*Sirenia*	2	—	—	1	—	1	—	—	1
		117. *Manatus?*	1	—	—	1	—	—	—	—	—
		119. *Rytina*	1	—	—	—	—	1	—	—	1
	39	*Cete*	32	11	18	—	3	8	4	2	17
		120. *Balaena*	8	—	6	—	—	4	2	—	6
		121. *Monodon*	3	1	2	—	—	—	—	—	2
		122. *Ancylodon*	1	—	—	—	—	—	1	—	—
		123. *Physeter*	7	3	4	—	—	—	1	—	3
		124. *Delphinus*	11	5	6	—	3	4	—	2	6
		125. *Hyperodon*	2	2	—	—	—	—	—	—	—

IV. Tropische und südliche Erdtheile.

Ord-nung.	Fa-mi-lie.	Ordnung, Familie, Gattung.	Anzahl der Arten.	Afrika. aus-schliefs-lich.	Afrika. mit andern Welt-theilen	Süd-Asien. aus-schliefs-lich.	Süd-Asien. mit Nord-Asien.	Süd-Asien. mit andern Welt-theilen	Australien. aus-schliefs-lich.	Australien. mit andern Welt-theilen	Süd-Amerika. aus-schliefs-lich	Süd-Amerika. mit Nord-Ame-rika.	Süd-Amerika. mit andern Welt-theilen
II.		Pollicata	179	50 + 1	6	35 + 1	—	6	19	—	51 + 2	1	—
	2	*Quadrumana*	115	35	5	26	—	5	—	—	34 + 2	—	—
		2. *Simia*	3	1	—	2	—	—	—	—	—	—	—
		3. *Hylebates*	4	—	—	4	—	—	—	—	—	—	—
		4. *Lasiopyga*	4	3	—	1	—	—	—	—	—	—	—
		5. *Cercopithecus*	30	12	2	13	—	2	—	—	—	—	—
		6. *Cynocephalus*	36	17	3	6	—	3	—	—	—	—	—
		7. *Colobus*	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		8. *Ateles*	5	—	—	—	—	—	—	—	5	—	—
		9. *Mycetes*	3	—	—	—	—	—	—	—	3	—	—
		10. *Pithecia*	7	—	—	—	—	—	—	—	7	—	—
		11. *Aotus*	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—
		12. *Callithrix*	13	—	—	—	—	—	—	—	11 + 2?	—	—
		13. *Hapale*	7	—	—	—	—	—	—	—	7	—	—
	3	*Prosimii*	17	12	1	4	—	1	—	—	—	—	—
		14. *Lichanotus*	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		15. *Lemur*	10	9	1	—	—	1	—	—	—	—	—
		16. *Stenops*	5	1	—	4	—	—	—	—	—	—	—
	4	*Macrotarsi*	7	2 + 1	—	4	—	—	—	—	—	—	—
		17. *Tarsius*	4	—	—	4	—	—	—	—	—	—	—
		18. *Octolicna*	3	2 + 1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	5	*Leptodactyla*	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		19. *Chiromys*	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	6	*Marsupialia*	39	—	—	1 + 1 ?	—	—	19	—	17	1	—
		20. *Didelphys*	17	—	—	—	—	—	—	—	16	1	—
		21. *Chironectes*	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—
		22. *Thylacis*	2	—	—	—	—	—	2	—	—	—	—
		23. *Dasyurus*	6	—	—	—	—	—	6	—	—	—	—
		24. *Amblotis*	1	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—
		25. *Balantia*	5	—	—	1	—	—	4	—	—	—	—
		26. *Phalangista*	6	—	—	1?	—	—	5	—	—	—	—
		27. *Phascolomys*	1	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—
III.	7	Salientia	8	—	—	1	—	—	7	—	—	—	—
		28. *Hypsiprymnus*	1	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—
		29. *Halmaturus*	7	—	—	1	—	—	6	—	—	—	—
IV.		Prensiculantia	96	22	7	19	12	13	2	3	41	1	1
	8	*Macropoda*	8	4	2	1	3	3	—	—	—	—	—
		30. *Dipus*	4	2	1	—	1	2	—	—	—	—	—
		31. *Pedetes*	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		32. *Meriones*	3	1	1	1	2	1	—	—	—	—	—
	9	*Agilia*	25	5	1	11	1	2	—	—	8	—	—
		33. *Myoxus*	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—
		34. *Tamias*	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		35. *Sciurus*	20	4	1	8	1	2	—	—	7	—	—
		36. *Pteromys*	3	—	—	3	—	—	—	—	—	—	—

Ordnung.	Familie.	Ordnung, Familie, Gattung.	Anzahl der Arten.	Afrika. ausschliefslich	Afrika. mit andern Welttheilen	Süd-Asien. ausschliefslich	Süd-Asien. mit Nord-Asien.	Süd-Asien. mit andern Welttheilen	Australien. ausschliefslich	Australien. mit andern Welttheilen	Süd-Amerika. ausschliefslich	Süd-Amerika. mit Nord-Amerika.	Süd-Amerika. mit andern Welttheilen
(IV)	10	*Murina*	26	8	2	5	5	5	—	3	8	1	1
		37. *Arctomys*	3	1	—	—	1	1	—	—	2	—	—
		38. *Mus*	21	6	2	5	3	3	—	3	6	1	1
		40. *Spalax*	1	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—
		41. *Bathyergus*	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	11.	*Cunicularia*	4	1	—	—	—	—	—	—	3	—	—
		42. *Georychus*	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		43. *Hypudaeus*	3	—	—	—	—	—	—	—	3	—	—
	12.	*Palmipeda*	4	—	—	—	—	—	2	—	2	—	—
		45. *Hydromys*	3	—	—	—	—	—	2	—	1	—	—
		46. *Castor*	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—
	13.	*Aculeata*	13	—	1	2	1	1	—	—	10		
		47. *Hystrix*	10	—	1	2	1	1	—	—	7	—	—
		48. *Loncheres*	3	—	—	—	—	—	—	—	3	—	—
	14.	*Duplicidentata*	8	4	1	—	2	2	—	—	2	—	—
		49. *Lepus*	8	4	1	—	2	2	—	—	2	—	—
	15.	*Sub-Ungulata*	8	—							8	—	—
		51. *Coelogenys*	2	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—
		52. *Dasyprocta*	4	—	—	—	—	—	—	—	4	—	—
		53. *Cavia*	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—
		54. *Hydrochoerus*	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—
V		*Multungula*	15 + 1?	6	2	4 + 1?	1	2	—	1	3	—	—
	16.	*Lamnunguia*	2	1	1	—	—	1	—	—	—	—	—
		56. *Hyrax*	2	1	1	—	—	1	—	—	—	—	—
	17.	*Proboscidea*	2	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—
		57. *Elephas*	2	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—
	18.	*Nasicornia*	3	1	—	2	—	—	—	—	—	—	—
		58. *Rhinoceros*	3	1	—	2	—	—	—	—	—	—	—
	19.	*Obesa*	1 + 1?	1	—	1?							
		59. *Hippopotamus*	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		? *Sukoteiro*	1?	—	—	1?	—	—	—	—	—	—	—
	20.	*Nasuta*	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—
		60. *Tapirus*	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—
	21.	*Setigera*	6	2	1	1	1	1	—	1	2	—	—
		61. *Sus*	6	2	1	1	1	1	—	1	2	—	—
VI	22.	*Solidungula*	6 + 1?	3	1	—	3	1	—	—	1?	—	—
		62. *Equus*	6	3	1	—	3	1	—	—	—	—	—
		? *Equus bisulcus*	1?	—	—	—	—	—	—	—	1?	—	—
VII		*Bisulca*	73	32	5	17	11	5	—	1	11	—	1
	23.	*Tylopoda*	7	—	—	1	1	—	—	—	5	—	—
		63. *Camelus*	2	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—
		64. *Auchenia*	5	—	—	—	—	—	—	—	5	—	—

Ordnung.	Familie.	Ordnung, Familie, Gattung.	Anzahl der Arten.	Afrika. ausschliefslich	Afrika. mit andern Welttheilen	Süd-Asien. ausschliefslich	Süd-Asien. mit Nord-Asien.	Süd-Asien. mit andern Welttheilen	Australien. ausschliefslich	Australien. mit andern Welttheilen	Süd-Amerika. ausschliefslich	Süd-Amerika. mit Nord-Amerika.	Süd-Amerika. mit andern Welttheilen
—	24.	*Devexa*	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—		65. *Camelopardalis*	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	25.	*Capreoli*	21	1	1	9	5	3	—	1	6	—	1
—		66. *Cervus*	16	1	1	5	4	3	—	1	6	—	1
		67. *Moschus*	5	—	—	4	1	—	—	—	—	—	—
—	26.	*Cavicornia*	44	30	4	7	5	2	—	—	—	—	—
—		68. *Antilope*	33	25	3	4	2	1	—	—	—	—	—
		69. *Capra*	4	3	1	—	1	1	—	—	—	—	—
		70. *Bos*	7	2	—	3	2	—	—	—	—	—	—
VIII	27.	*Tardigrada*	4	—	—	1	—	—	—	—	3	—	—
—		71. *Bradypus*	3	—	—	—	—	—	—	—	3	—	—
		72. *Prochilus*	1	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—
IX		*Effodientia*	24	2	—	4	—	—	—	—	18	—	—
—	28.	*Cingulata*	14	—	—	—	—	—	—	—	14	—	—
		73. *Tolypeutes*	3	—	—	—	—	—	—	—	3	—	—
		74. *Dasypus*	11	—	—	—	—	—	—	—	11	—	—
—	29.	*Vermilinguia*	10	2	—	4	—	—	—	—	4	—	—
		75. *Orycteropus*	2	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—
		76. *Myrmecophaga*	4	—	—	—	—	—	—	—	4	—	—
		77. *Manis*	4	1	—	3	—	—	—	—	—	—	—
X	30.	*Reptantia*	5	—	—	1	—	—	4	—	—	—	—
		78. *Tachyglossus*	2	—	—	—	—	—	2	—	—	—	—
		79. *Ornithorhynchus*	2	—	—	—	—	—	2	—	—	—	—
		80. *Pamphractus*	1	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—
XI		*Volitantia*	46	5	3	10	—	1	2	2	22	3	—
—	31.	*Dermoptera*	3	—	—	3	—	—	—	—	—	—	—
—		81. *Galeopithecus*	3	—	—	3	—	—	—	—	—	—	—
—		*Chiroptera*	43	5	3	7	—	1	2	2	22	3	—
		82. *Pteropus*	3	1	1	—	—	1	—	1	—	—	—
		83. *Harpyja*	2	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—
		84. *Vespertilio*	13	2	2	2	—	—	2	1	4	1	—
		85. *Nycteris*	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		86. *Rhinolophus*	2	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—
		87. *Phyllostomus*	10	1	—	1	—	—	—	—	8	—	—
		88. *Noctilio*	2	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—
		89. *Saccopteryx*	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—
		90. *Dysopes*	9	—	—	—	—	—	—	—	7	2	—
XII		*Falculata*	131	34 + 1?	13	23	9	13	1	—	47 + 1?	7	1
—	33.	*Subterranea*	15	9 + 1?	1	1	—	—	—	—	3 + 1?	—	—
		91. *Erinaceus*	3	1	—	1	—	—	—	—	1	—	—
		92. *Centetes*	4	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		93. *Sorex*	5	3	—	—	—	—	—	—	2	—	—
		96. *Chrysochloris*	2	1 + 1?	—	—	—	—	—	—	1?	—	—
		98. *Talpa*	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—

Ordnung.	Familie.	Ordnung, Familie, Gattung.	Anzahl der Arten.	Afrika. ausschliefslich	Afrika. mit andern Welttheilen	Süd-Asien. ausschliefslich	Süd-Asien. mit Nord-Asien.	Süd-Asien. mit andern Welttheilen	Australien. aus schliefslich	Australien. mit andern Welttheilen	Süd-Amerika. ausschliefslich	Süd-Amerika. mit Nord-Amerika	Süd-Amerika. mit andern Welttheilen
—	34	*Plantigrada*	22	1	1	1	2	2	—	—	16	2	1
		99. *Cercoleptes*	2	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—
		100. *Nasua*	8	—	—	—	—	—	—	—	8	—	—
		101. *Procyon*	2	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—
		102. *Gulo*	6	1	—	—	—	—	—	—	5	—	—
		103. *Meles*	1	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—
		104. *Ursus*	3	—	1	—	2	2	—	—	—	1	1
—	35	*Sanguinaria*	62	15	9	12	4	9	1	—	18	4	—
		105. *Megalotis* 1	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		106. *Canis*	17	1	3	2	3	3	1	—	7	1	—
		107. *Hyaena*	4	3	1	—	—	1	—	—	—	—	—
		108. *Felis*	31	6	3	7	1	3	—	—	11	3	—
		109. *Viverra*	7	2	2	3	—	2	—	—	—	—	—
		110. *Ryzaena*	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	36	*Gracilia*	32	9	2	9	3	2	—	—	10	1	—
		111. *Herpestes*	8	5	—	3	—	—	—	—	—	—	—
		112. *Mephitis*	4	—	—	—	—	—	—	—	3	1	—
		113. *Mustela*	12	3	1	5	2	1	—	—	2	—	—
		114. *Lutra*	8	1	1	1	1	1	—	—	5	—	—
XIII	37	PINNIPEDIA	12	—	2	—	—	1?	2	7	1	5	5
		115. *Phoca*	12	—	2	—	—	1?	2	7	1	5	5
XVI		NATANTIA											
—	38	*Sirenia*	5	1	1	—	—	2	—	2	2	—	—
		117. *Manatus*	4	1	—	—	—	1	—	1	2	—	—
		118. *Halicore*	1	—	1	—	—	1	—	1	—	—	—
—	39	*Cete*	15	—	5	3	3	4	3	7	1	3	5
		120. *Balaena*	4	—	—	—	—	—	1	3	—	—	2
		123. *Physeter*	1	—	1	—	—	1	—	1	—	—	—
		124. *Delphinus*	10	—	4	3	3	3	2	3	1	3	3

V. Tafel.

Vergleichung der den Nördlichen und Südlichen Erdtheilen eigenthümlichen Gattungen.

Ordnung.	Familie.	Familie.	Den Tropischen und Südlichen Erdtheilen eigenthümlich.	Den Südlichen und Nordlichen Erdtheilen gemeinschaftlich.	Den Nordlichen Erdtheilen eigenthümlich.
II. *Pollicata.*	2.	*Quadrumana* . . .	2. *Simia*		
			3. *Hylebates*		
			4. *Lasiopyga*		
			5. *Cercopithecus*		
			6. *Cynocephalus*		
			7. *Colobus*		
			8. *Ateles*		
			9. *Mycetes*		
			10. *Pythecia*		
			11. *Aotus*		
			12. *Callithrix*		
			13. *Hapale*		
	3.	*Prosimii*	14. *Lichanotus*		
			15. *Lemur*		
			16. *Stenops*		
	4.	*Macrotarsi* . . .	17. *Tarsius*		
			18. *Otolicna*		
	5.	*Leptodactyla* . . .	19. *Chiromys*		
	6.	*Marsupialia* . . .	. . . .	20. *Didelphys*	
			21. *Chironectes*		
			22. *Thylacis*		
			23. *Dasyurus*		
			24. *Amblotis*		
			25. *Balantia*		
			26. *Phalangista*		
			27. *Phascolomys*		
III. *Salientia.*	7.	*Salientia*	28. *Hypsiprymnus*		
			29. *Halmaturus*		
IV. *Prensiculantia.*	8.	*Macropoda* . . .	. . . .	30. *Dipus*	
			31. *Pedetes*		
			. . . .	32. *Meriones*	
	9.	*Agilia*	. . . .	33. *Myoxus*	
			. . . .	34. *Tamias*	
			. . . .	35. *Sciurus*	
			. . . .	36. *Pteromys*	
	10.	*Murina*	. . . .	37. *Arctomys*	
			. . . .	38. *Mus*	
			. . . .	. . . .	39. *Cricetus*
			. . . .	40. *Spalax*	
			41. *Bathyergus*		
	11.	*Cunicularia* . . .	. . . .	42. *Georychus*	
			. . . .	43. *Hypudaeus*	
			. . . .	. . . .	44. *Fiber*
	12.	*Palmipeda*	45. *Hydromys*		
			. . . .	46. *Castor*	
	13.	*Aculeata*	. . . .	47. *Hystrix*	
			48. *Loncheres*		
	14.	*Duplicidentata* . . .	. . . .	49. *Lepus*	
			. . . .	. . . .	50. *Lagomys*

Ordnung.	Familie.	Familie.	Den Tropischen und Südlichen Erdtheilen eigenthümlich.	Den Südlichen und Nördlichen Erdtheilen gemeinschaftlich.	Den Nördlichen Erdtheilen eigenthümlich.
(IV)	15.	*Sub-Ungulata*	51. *Coelogenys*		
			52. *Dasyprocta*		
			53. *Cavia*		
			54. *Hydrochoerus*		
V.	16.	*Lamnunguia*	....	....	55. *Lipura*
Multungula.			56. *Hyrax*		
	17.	*Proboscidea*	57. *Elephas*		
	18.	*Nasicornia*	58. *Rhinoceros*		
	19.	*Obesa*	59. *Hippopotamus*		
			? *Suckoteiro*		
	20.	*Nasuta*	60. *Tapirus*		
	21.	*Setigera*	....	61. *Sus*	
VI.	22.	*Solidungula*	....	62. *Equus*	
Solidungula.			? *Equus? bisulcus?*		
VII.	23.	*Tylopoda*	....	63. *Camelus*	
Bisulca.			64. *Auchenia*		
	24.	*Devexa*	65. *Camelopardalis*		
	25.	*Capreoli*	....	66. *Cervus*	
			....	67. *Moschus*	
		Cavicornia	....	68. *Antilope*	
	26.		....	69. *Capra*	
			....	70. *Bos*	
VIII.	27.	*Tardigrada*	71. *Bradypus*		
Tardigrada.			72. *Prochilus*		
IX.	28.	*Cingulata*	73. *Tolypeutes*		
Effodientia.			74. *Dasypus*		
	29.	*Vermilinguia*	75. *Orycteropus*		
			76. *Myrmecophaga*		
			77. *Manis*		
X.	30.	*Reptantia*	78. *Tachyglossus*		
Reptantia.			79. *Ornithorhynchus*		
			80. *Pamphractus*		
XI.	31.	*Dermoptera*	81. *Galeopithecus*		
Volitantia.	32.	*Chiroptera*	82. *Pteropus*		
			83. *Harpyia*		
			....	84. *Vespertilio*	
			85. *Nycteris*		
			....	86. *Rhinolophus*	
			87. *Phyllostomus*		
			88. *Noctilio*		
			89. *Saccopteryx*		
			....	90. *Dystheatus*	
XII.	33.	*Subterranea*	....	91. *Erinaceus*	
Falculata.			92. *Centetes*		
			....	93. *Sorex*	
			....	....	94. *Mygale*
			....	....	95. *Condylura*
			96. *Chrysochloris*		
			....	....	97. *Scalops*
			....	98. *Talpa*	
	34.	*Plantigrada*	99. *Cercoleptes*		
			....	100. *Nasua*	
			....	101. *Procyon*	
			....	102. *Gulo*	
			....	103. *Meles*	
			....	104. *Ursus*	

Ordnung.	Familie.	Familie.	Den Tropischen und Südlichen Erdtheilen eigenthümlich.	Den Südlichen und Nördlichen Erdtheilen gemeinschaftlich.	Den Nördlichen Erdtheilen eigenthümlich.
(XII)	35.	*Sanguinaria* ...	105. *Megalotis*		
			...	106. *Canis*	
			107. *Hyaena*		
			...	108. *Felis*	
			...	109. *Viverra*	
			110. *Ryzaena*		
	36.	*Gracilia* ...	111. *Herpestes*		
			...	112. *Mephitis*	
			...	113. *Mustela*	
			...	114. *Lutra*	
XIII *Pinnipedia.*	37.	*Pinnipedia* ...	...	115. *Phoca*	
			...	...	116. *Trichechus*
XIV *Natantia.*	38.	*Sirenia* ...	117. *Manatus*		? *Manatus* ?
			118. *Halicore*		
			...	...	119. *Rytina*
	39	*Cete* ...	...	120. *Balaena*	
			...	...	121. *Monodon*
			...	...	122. *Ancylodon*
			...	123. *Physeter*	
			...	124. *Delphinus*	
			...	...	125. *Hyperodon.*

Ueber die Ursachen der Verbreitung grofser Alpengeschiebe.

Von Herrn von Buch *).

Wenige von den geologischen Phänomenen, an denen das Alpengebirge so reich ist, und die so sehr zu Untersuchung ihrer Ursachen anreizen, mögen bei dem ersten Anblicke auffallender seyn, als das der Zerstreuung ungeheurer Blöcke, wie kleine Felsen, auf den Bergen des Jura.

Jedem Vorübergehenden ist es sogleich klar, dafs sie dem Boden, auf dem sie liegen, ganz fremdartig sind, und dafs sie nur von fernher aus dem Innern der Alpen dorthin können gebracht seyn.

Aber diese Ueberzeugung erweckt zugleich eine gerechte Neugierde, die Kraft zu kennen, die eine solche Wirkung auszuüben vermochte, die nicht blofs solche Massen von höheren Bergen herunter, sondern auch so ansehnliche Höhen wieder heraufbringen konnte.

Wenn man in Neuchatel den steilen Abhang heraufsteigt, der schon in der Stadt anfängt sich zu erheben, so erreicht man nach einer Viertelstunde das Vorwerk *Pierre à Bôt* schon 800 Fufs über dem See. Wenig über dem Vorwerk liegt ein Granitblock im Walde, fast über den Spitzen der Bäume hervor. Seine Höhe übersteigt vierzig Fufs, seine Länge ist mehr als funfzig, und auch in der Breite mifst er noch zwanzig Fufs.

Auf der Westseite ist der obere Theil dieses Blockes weit hervorspringend, und unter seinem Dach können sich, wie in einer Höhle, ganze Heerden versammeln. — Diese Masse wiegt daher zum wenigsten 38 tausend

*) Vorgelesen den 31. October 1811.

Centner; mehr als je eine Masse, die von Menschen bewegt worden ist. Es ist das Vierfache vom Gewicht des grofsen Obelisks auf dem Petersplatze in Rom, und übersteigt noch immer um das Doppelte das Gewicht vom Piedestal der Statue Peter des Grofsen.

Aehnliche, wenn auch kleinere Blöcke, liegen noch bis fast auf dem Gipfel des *Chaumont*, und bis 2400 Fuſs über dem See. — In der Nähe von Genf pflegen die, welche den Saleve besteigen, selten zu unterlassen einen grofsen Granit zu besuchen, der auch dort nahe unter dem Gipfel sich auf der Höhe von 2700 Fufs über den Genfer-See findet. (Saussure §. 228.) Und am steilen Abhange von vielen, ja von den meisten Bergen des Jura, sieht man nicht weniger ansehnliche Massen, oft in den wunderbarsten Formen und Lagen zerstreut.

Daſs sie aus der Tiefe nicht können gestiegen seyn, schien den meisten Beobachtern unleugbar. Sie suchten daher Ursachen auf, welche die Blöcke von ihrer vorigen bis zu ihrer jetzigen Lagerstätte zu tragen im Stande waren. Natürliche und bewegbare Brücken. So sagten einige, und diese Meinung ist auch noch jetzt in der Schweiz ziemlich allgemein: die Blöcke sind von Alpenbergen auf Eisschollen gefallen, und auf dem ehemaligen inneren Meere der Schweiz langsam den Jura-Abhängen zugeführt worden; — daher denn ihre oft so auffallende Lage an steilen Bergen, von denen man glauben möchte, dafs sie sogleich bis in die Tiefe hätten herabstürzen müssen. Andere, denen ein ehemaliger Zustand, der die Bildung von Eisschollen erlaubt, sehr unwahrscheinlich ist, wollten zu solchen langsam sich bewegenden Brücken lieber sich natürlicher Holzflöſse bedienen. — De Luc hingegen, mit höherem Gesichtspunkt und mit geistvollerer Ansicht, behauptete, grofse Eruptionen gasförmiger Flüssigkeiten hätten die Blöcke so weit von ihrer Quelle geschleudert, über die nächsten Berge hin bis auf die Abhänge des entfernteren Gebirges. Und die Ursache solcher Eruptionen fand er in der Einsenkung und Bildung der Thäler durch den Sturz der Schichten primitiver Gebirgsarten in Höhlungen, welche durch die gasförmigen Flüssigkeiten erfüllt waren, und aus denen diese auf solche Art plötzlich und gewaltsam hervorgetrieben wurden.

Dolomieu schien zu glauben, es sey eine unmittelbare Verbindung nöthig gewesen zwischen den Punkten der Alpen, an welchen Granite sich noch anstehend finden, und den Abhängen des Jura, auf welchen die Blöcke zerstreut liegen. Eine schiefe Fläche, auf welche diese Blöcke herunterge-

führt wären. Spätere Revolutionen haben diese Fläche zerstört und nur ein grosses und tiefes Thal zwischen den Alpen und dem Jura zurückgelassen, daher scheinen nun die Blöcke aus der Tiefe des Thales gestiegen. Diese Meinung trägt auch Dr. Ebell vor in seinem Werke über die Alpen. Die Granitblöcke sollten also, ungefähr wie in Flüssen, auf dieser schiefen Fläche gerollt seyn.

So lange es noch möglich ist bei der Erklärung eines physikalischen Phänomens gleichsam eine Wahl zwischen mehreren Erklärungsarten zu gestatten, so fehlt offenbar eine grosse Beobachtungsreihe in der Kenntniss dieses Phänomens, und wir können diese Kenntniss nicht eher für vollständig und für erschöpft halten, als bis eine fortgesetzte Reihe von Thatsachen alle mögliche fremde Ursachen ausschliesst und nur eine zuläst, die dann nothwendig die wahre seyn muss. Daher ist es überall in der Physik, und besonders in geologischen Untersuchungen, soviel vorzüglicher und sicherer, sich über die entfernteren Ursachen der Erscheinungen ganz zu beruhigen, und zu ihnen nur nach und nach durch Auffindung und Entwickelung der näheren Ursachen hinaufzusteigen. Es ist der Weg zur Wahrheit, durch allmählige Entfernung des Irthums.

Saussure hat schon durch die blosse kurze und klare Erzählung der Thatsachen fast alle diese Meinungen widerlegt, da er mit ungleich mehr Beobachtungsgabe als De Luc, mit Kenntniss von ungleich mehr Thatsachen als alle seine Vorgänger und die meisten seiner Nachfolger, Betrachtungen über die Blöcke auf den Bergen des Jura anstellte.

„*Ces fragmens de rochers*, erzählt er (*Voyages* §. 211) *ne se trouvent nulle* „*part en plus grande abondance et à une plus grande hauteur, que vis-à-vis des grandes* „*vallées des Alpes. Les parties du Jura, qui en sont le plus chargées, correspon-* „*dent directement à la vallée du Rhone. Il y en a des amas prodigieux au dessus* „*de Bonvillard, de Granson, de la Sarra, qui sont au Nord-Nord-Ouest de* „*l'embouchure de cette vallée, dont la dernière direction de Martigny à Ville-* „*neuve est exactement du Sud-Sud-Est au Nord-Nord-Ouest. Au contraire les par-* „*ties plus méridionales du Jura au dessus de Nion, de Bonmont, de Thoiry,* „*de Colonge, n'en présentent point à des hauteurs un peu considérables, parce que* „*la lisière extérieure des Alpes, au dessus de St. Gingouph, de Meillerie,* „*d'Evian, toujours élevée et non-interrompue, n'a laissé aucun passage aux frag-* „*mens qui auroient pu venir de l'intérieur de cette grande chaine.*“

Saussure ist daher geneigt die Zerstreuung dieser Blöcke grossen

Strömungen zuzuschreiben, die aus den Alpenthälern hervorgebrochen sind, und meint, das könne leicht zu der Zeit geschehen seyn, als der Jura bei dem *Fort de l'Ecluse* unterhalb Genf zertheilt ward, und nun die in den Schweizer-Thälern gefangenen Wässer schnell tieferen Orten zustürzten.

Wenn dies auch nur Meinung war, so erweist doch schon seine Beschreibung eine Correspondenz der Blöcke unter sich, und widerlegt daher alle Meinungen, welche sie einzeln ankommen lassen. Sie liegen in gröfserer Menge auf dem Jura, den Alpenthälern gegenüber, und hier zugleich auf gröfseren Höhen.

Daraus folgt eine Richtung der Kraft, die sie auf dem Jura brachte nach einer bestimmten Gegend hin, und von einem Punkte aus; auch wohl die Gleichzeitigkeit ihrer Ankunft, denn sonst wäre ihre Beziehung aufeinander kaum möglich.

Und damit ist die Meinung der Brücken widerlegt, denn wer mag sich so viele Tausende von Eisschollen oder Holzflöfsen zu gleicher Zeit und an einem Orte versammelt und von da zugleich abgesandt vorstellen? und nie können auch in diesem Falle die Blöcke in verschiedener, sich aufeinander beziehender Höhe abgesetzt werden, denn diese Höhe wird nothwendig vom Wasserspiegel des vorausgesetzten innern Meeres bestimmt.

Damit ist De Luc's Eruptionstheorie widerlegt. Denn solche Ausbrüche verbreiten die Blöcke nach allen Seiten umher, und kein Grund läfst sich angeben, warum sie nur in der Richtung des Ausgangs der Thäler fortgetrieben seyn sollten, warum sie den Thälern gegenüber in so viel gröfserer Menge und Höhe vorkommen mufsten, warum gar nicht, da wo die Ausgänge der Thäler durch vorliegende Berge verdeckt sind.

Damit sind auch Dolomieu's und Ebell's Ideen widerlegt. Denn die schiefe Fläche zwischen den Alpen und dem Jura, welche sie annehmen, erlaubt den Blöcken auch nur eine bestimmte Höhe, in der sie sich ablagern können; die Höhe, in welcher die Fläche den Bergen des Jura anliegt. Aber die Blöcke liegen höher den Thälern gegenüber, und im Verhältnifs niedriger, so wie man sich von der Richtung dieser Thäler entfernt.

Und offenbar ist es hieraus, wie viel wir in der Gröfse der Ansichten verlieren, wenn wir nicht der Natur Schritt für Schritt durch sorgfältig aneinander gereihete Beobachtungen folgen; denn Saussure's Beschreibung gibt der ganzen Erscheinung ein weit höheres Interesse, als alle vorige Ansichten und Theorien, die nur wenig Thatsachen aufgefafst haben, ihr zu

erwecken vermögen. Die Wegführung eines Blocks auf einer Brücke oder das Fortstofsen auf einer Fläche sind locale Erscheinungen, deren Ursachen sich nur über einen sehr kleinen Raum verbreiten, und welche daher auch nur wenig und nur unbemerkt Ursache anderer Erscheinungen seyn können. Saussure hingegen findet etwas Allgemeines in dem Phänomen. Nicht aus einem Thale, nicht blofs in der Richtung der Rhone, — aus allen Thälern der Alpen sind ähnliche Blöcke und auf ähnliche Art hervorgestofsen worden. Die Kraft, deren Wirkung uns auf den Abhängen des Jura mit nicht kleinen Ideen ihrer Gröfse erfüllt, ist nicht auf einzelne Blöcke, nicht auf einen kleinen Winkel der Schweiz eingeschränkt; sie ist über das ganze Alpengebirge ausgedehnt, und ihre Ursache, ihre Folgen müssen sich daher wahrscheinlich weit über die Gebirge hinaus erstrecken. Aber schon eine flüchtige Ansicht zeigt uns, dafs ähnliche Beobachtungen sich in gröfseren oder geringeren Verhältnissen an allen Gebirgen von Europa wiederholen lassen. Aus allen gröfseren Thälern Europäischer Gebirge scheint ein Stofs hervorgegangen, der die Produkte dieser Thäler nicht blofs über die naheliegenden Flächen und Hügel, sondern weit umher über Meere und Länder verbreitete.

Dann aber ist es einleuchtend, dafs wir mit Natur, Richtung, Allgemeinheit, Gleichzeitigkeit, Ursache dieses Stofses genau bekannt seyn müssen, um zu begreifen, warum und wie die Erdfläche seyn kann, was sie ist, wie die organische Schöpfung, wie der Mensch zu ihrer Bewohnung gelangen.

Und deswegen mufs der ganzen Geologie jede noch so kleine Beobachtung wichtig seyn, welche das Phänomen der Blöcke auf dem Jura näher erläutert.

In der That belohnt sich eine solche Untersuchung durch sich selbst. Mit nicht wenig Vergnügen sieht man nach und nach die Thatsachen sich mit einander zu einem Ganzen verbinden, und vergleicht man, was sich auf dem Jura zerstreut findet, mit den Gesteinen im Innern der Alpenthäler, die den Jura-Abhängen vorliegen, so scheint die Geschichte der Revolution, die sie wegführte, sich so klar zu entwickeln, dafs man oft sich fast Zeuge glauben möchte von einer der gröfsten Begebenheiten, welche die Schweiz erfahren hat.

Wenn es auch nicht gerade erwiesen ist, dafs die grofse Menge von primitiven Geschieben auf dem Jura aus Granit bestehe, so findet sich doch

zum wenigsten keine andere Gebirgsart in ansehnlicheren Massen, und keine, von denen die Blöcke in gröfserer Menge in einzelnen Punkten aufgehäuft wären. Aber nicht genug, dafs diese Granite auf so beträchtlichen Höhen am Jura vorkommen, sie finden sich auch nur auf dieser Höhe. — Gewifs hat man Ursache, sich nicht wenig zu verwundern, wenn man am Rande des Sees von Neuchatel, oder am Fufse des Jura fort, immer vergebens sich nach diesen mächtigen Blöcken umsieht. Die sehr wenigen, welche etwa noch hin und wieder vorkommen, lassen stets noch in Zweifel, ob sie nicht von oben durch Bäche herabgeführt oder wohl gar durch Menschenhände heruntergebracht worden sind.

Man erhebt sich über die Weinberge, man betritt die Wälder, welche sich über die bebaute Region dieser Berge hinziehen, und plötzlich sieht man sich von einer so unbeschreiblichen Menge von Granitblöcken umgeben, dafs man gern in der Nähe die Felsen suchen möchte, welche hier eingestürzt scheinen. Man steigt höher, immer noch zwischen diesen Blöcken hin, etwa hundert Fufs senkrecht hinauf; nach und nach verschwinden sie nun; sie sind über gröfsere Flächen zerstreut, und wenn auch in weit gröfserer Menge als am Fufse der Berge, so rufen sie doch nicht mehr so sehr Ideen von Verwüstung und Ruinen zurück, wie tiefer herunter. Es ist gleichsam ein Band oder eine Zone von Verwüstung an den Abhängen der Berge hin.

Aber die Höhe dieser Zone oder dieser ringförmigen Umgebung der Berge ist in derselben Gegend äufserst bestimmt. Hat man die Blöcke erreicht, so mag man beträchtlich weit am Abhange hingehen, immer stehen Granitmassen wie Felsen umher, oft in erschreckender, fast stets in kühner und auffallender Lage. Nur in gröfseren Entfernungen bemerkt man das allmählige Sinken dieser Zone, je mehr sie sich zu beiden Seiten von der letzten Richtung des Rhonethals entfernt, oder das Steigen, je mehr man sich dem Ausgange dieses Thales gegenüber befindet. Am Abhange des Chasseron über Yverdun, von wo der Blick tief in das Wallis hineinfällt, kann man volle 5900 Fufs über die Fläche gegen das Dorf les Bulets hinaufsteigen, ehe die Blöcke erscheinen. Gegen Neuchatel hin, an dem Berge von Boudry sind sie schon bis 1100 Fufs gesunken; über Neuchatel selbst und über den Abhängen, welche das grofse Val de Ruz beendigen, liegen sie 840 oder 850 Fufs hoch; — über dem Anfange des Bieler Sees (im Bois de l'Ether gegen Lignières herauf) nicht mehr

mehr 800 Fufs, und in der Nähe von Biel erreichen die wenigen, welche dort noch sich finden, kaum die Höhe von wenig hundert Fufs über die Fläche, und die meisten, vielleicht alle mögen doch schon, nicht dem Wallisausbruch, sondern dem aus dem Thale der Aar gehören. — Schneller fällt die Zone der Blöcke gegen Genf hin, und, wie Saussure richtig bemerkt, sind sie schon über Nion, einem Ort der vom Chasseron weit weniger entfernt liegt, als der Bieler See, weder auf der Höhe, noch in der Fläche zu finden. Aber nach Genf herunter treten auch weit schneller höhere Berge vor den Ausgang des Wallis, und verhindern die Einsicht in dieses Thal hinauf.

Auch die äufserste Höhe, auf welcher die Blöcke vorkommen, steht mit der Höhe der Zone gewissermafsen im Verhältnifs. So hoch wie am Chasseron findet man sie nicht mehr auf andern Bergen des Jura. Am Chaumont über Neuchatel ist ihre Grenze 2400 Fufs über dem See; an den Abhängen des Val de Ruz über den Dörfern les hauts Geneveys, Dombresson, St. Martin steigt sie höchstens bis 1800 Fufs; bei Nods hingegen, wenig von dem Anfange des Bieler Sees entfernt, fand ich die ersten Granite in 1360 Fufs über die Fläche.

Wenige Erscheinungen mögen so geradezu auf einen Stofs hindeuten, welcher die Granitblöcke aus dem Wallis hervortrieb, als diese Zone an den Abhängen der Berge fort. Wie liefsen sich wohl hier noch De Lucs Eruptionsideen anwenden! — Aber dafs die Kraft sich am stärksten dort äufsern müsse, wo ihre Richtung noch unverändert bleibt, wo daher andere zutretende Kräfte nicht schwächend auf sie einwirken, das ist so offenbar, dafs wir, auch ohne vom Chasseron aus die Oeffnung des Wallis vor uns zu sehen, doch dorthin nothwendig die Ursache der Geschiebenverbreitung hätten aufsuchen müssen. — Noch mehr werden wir dazu aufgeregt, wenn wir sehen, dafs jeder Hügel, dessen Richtung senkrecht ist auf einem Strahl, wie man sie sich vom letzten Ausgange des Rhonethals divergirend vorstellen kann, wie jeder solcher Hügel alle hinterliegende Berge und Abhänge vor Granitblöcken verwahrt, sobald er nur die Höhe der Granitzone erreicht. — Das grofse Val de Ruz ist offen und frei gegen die Alpen und gegen die Rhone, allein der Grund dieses Thales liegt schon so hoch als die Zone. Ein fast unbemerkbarer Hügel über die Weinberge, la montagne de Serroué hat die Zone zurückgehalten, und im Val de Ruz liegen deshalb nur einzelne grofse Blöcke zerstreut. Aber bei weitem

nicht im ganzen Thale herauf. Sobald Chaumont die Aussicht gegen die Rhone verhindert, so ist alle Spur von Alpenblöcken verschwunden. — Dies sehr frappante Phänomen war Saussure nicht entgangen: *„on ne „trouve point de ces grands blocs*, sagt er §. 212) *dans les vallées du Jura, qui „sont situées derrière la haute lisière, qui borde cette montagne du coté des Alpes, „par exemple dans les vallées du Comté de Neuchatel et dans celles de la Franche-„Comté. Mais dans toutes les breches de cette grande lisière, par tout où des gorges „profondes ont ouvert une entrée aux courans, qui venoient dès Alpes on en voit „des amas considérables.*“· Aber man kann die Sache viel genauer bestimmen; das Jurathal mag immer gegen die Alpen geöffnet seyn, wie doch wirklich mit so grofser Breite das Val de Ruz; sind nicht aus dem Thale die letzten Berge sichtbar, welche sich über die Mündung der Rhone in den Genfer See heben, so ist dies Thal den primitiven Blöcken verschlossen, wenn diese nicht etwa die Seitenkette des Thales zu übersteigen vermögen. Und Thäler, deren Ausgang den Alpen abgewendet ist, wie das Val de Travers sind mit Blöcken erfüllt, wenn diese über die Seitenwände hinfahren konnten. In der That ist die äufsere Gebirgskette vom Val de Travers an vielen Orten zwischen dem Chasseron und dem Creux du Van nicht 2800 Fufs hoch; aber die Blöcke steigen am Chasseron selbst bis 3100 Fufs. Daher konnte sie über die Berge hin, in das ihnen weggewendete und scheinbar verschlossene Thal eindringen, und daher wahrscheinlich die vielen und grofsen Blöcke über den ganzen Abhang der Hügel *vers chez Joli* und *au dernier Chezeaux*, über Noiraigue, wo sie alle nur gegen das Innre zu liegen, aber keine, durchaus keine auf der Seite nach dem Ausgange des Thales; offenbar, weil sie nicht durch die Mündung herauf, sondern, im Thale gefangen, nun in des Thales Richtung herabkamen. Daher die Blöcke über Couvet, bei Plancemont und über Motiers; und daher soviel mehr auf dem Thalabhange, welcher den Alpen entgegensteht.

Mag doch nun immer eine Strömung aus den Alpen hervor die Granitmassen über den Jura vertheilt haben; diese Absetzung strahlenförmig und in jedem Strahl genau in einer graden Linie fort, scheint zu erweisen, dafs die Absetzungsursache ein gleichzeitiger und ein auch nur einmal wirkender Stofs war. Denn immer auf gleiche Art fortwirkende Strömungen hätten die Blöcke wohl seitwärts von der Richtung des Strahles in offene Thäler hineingeschleudert und zum wenigsten einige hinter Abhänge

gebracht, welche gegen die Alpen geschützt sind. — Bei solchem Stofs wundern wir uns denn weniger, warum die Blöcke nur in der Höhe, durchaus gar nicht in der Fläche vorkommen, warum in so bestimmter Zone und dort am höchsten, wo die Axe des Strahlenbüschels hinfällt, und wie diese gewaltige Massen über die Tiefen des Genfer Sees hinfliegen konnten ohne dafs auch nur ein einziger in ihre Tiefe oder am Rande herabfiel.

Wohl mögen sie gefallen seyn, da sie die Jura-Abhänge erreichten; das würden sie gethan haben, wären sie von höheren Orten abgerissen, als jetzt ihre Höhe am Jura beträgt: und dafs wirklich dieser Abreissungsort höher lag, ist leicht zu beweisen. — Uebertrifft nun die Geschwindigkeit des forttreibenden Stofses unverhältnifsmäfsig die anfängliche Fallgeschwindigkeit, so werden die Blöcke über jede noch so grofse Tiefe fortgeschleudert werden und nicht eher zur Ruhe gelangen, als wenn der natürliche Fall sie die Fläche erreichen läfst, oder wenn sich ihnen auf dem Wege ein Damm entgegenstellt, wie die Abhänge des Jura sind. Ohne die Berge des Jura hätten sie vielleicht erst tief in Frankreich (in der Franche-Comté oder in Bourgogne) die Fläche erreicht, vielleicht so weit von den Ausgängen der Alpenthäler entfernt, dafs man so leicht ihre Verbindung mit diesen Ausgängen nicht würde entdeckt haben. — Sie konnten also eben so wenig die Flächen des pays de Vaud berühren, als eine Kanonenkugel in noch so tiefe Abgründe hineinfallen würde, wenn man sie darüber wegschiefst.

Daher ist der gänzliche Mangel von Granitmassen, sowohl im Thale der Rhone, als auch zwischen Vevay, Lausanne, Moudon und Yverdon, weit entfernt, eine Schwierigkeit oder wohl gar eine Widerlegung zu seyn, vielmehr eine sehr schöne und auffallende Bestätigung der Saussurischen Theorie der Strömungen und des forttreibenden Stofses aus dem Wallis hervor.

Wenn aber schon eine Kanonenkugel durch ihren Stofs so grofse Wirkungen hervorbringt, so ist man wohl berechtigt, noch unendlich viel mehr von diesen Blöcken zu erwarten. Was sie auf steilen Abhängen gethan haben können, das füglich verwischt die Zeit, und nicht leicht möchte es zu beweisen seyn, dafs die weniger geneigte Fläche, auf der sie oft liegen, durch ihre Kraft und durch den Fortstofs des Juragesteins entstanden seyn mag. Aber deutlicher hat sich die Reaction des Stofses in den Blöcken selbst erhalten. Denn fast überall, wo sehr grofse Massen vorkommen, sind

sie von kleineren Blöcken umgeben, und sind diese letzteren auch noch grofs genug, um nicht so leicht von Giefsbächen oder von Menschenhänden in ihrer Lage verändert zu werden, so erstaunt man oft, wie genau sie alle mit der gröfseren Masse zusammenstimmen. Aus und einspringende Winkel passen gegenseitig vollkommen zu einander, und leicht setzt man in Gedanken das ursprünglich gröfsere Stück wieder zusammen. Andere Blöcke sind ganz in zwei, drei oder vier Theile getrennt; Massen so grofs, wie sie keine auch mehr als gewöhnliche Pulverbesetzung zu zertheilen im Stande wäre. Die Spalten zwischen den Stücken sind kaum einen Fufs breit, und die Correspondenz der Seitenflächen in der Spalte ganz unverkennbar und deutlich. (Unter der Menge darf man nur als leicht zugänglich und auffallend eine Gruppe nennen auf dem Wege von Vau Seyon nach Valangin, nahe bei dem Petit pierrischen Gute; oder am Anfange des Waldes über Corcelles, oder vorzüglich schön unmittelbar über Biel auf dem Wege nach Sonceboz.) Das sind immer neue Thatsachen, welche sich gegenseitig die Hand bieten.

Diese Granite müssen sich also im Innern des Wallis anstehend finden; und ihre Aufsuchung in diesem Falle wird um so wichtiger, da die genaue Kenntnifs ihrer Lagerstätte uns durch Aneinanderreihung neuer Erscheinungen den Ursachen dieses mächtigen Stofses näher führen mufs. — Und diese Lagerstätte aufzufinden, sollte man nicht für schwer halten, wenn man bedenkt, wie die Granitarten der Schweiz so mannichfaltig, und doch an demselben Ort bestimmt genug sind, um leicht zu unterscheiden, welche Stücke von demselben, welche von verschiedenen Orten herkommen. Der Granit der Kette des Montblanc gleicht wenig dem körnigern Granite des Gotthard; dieser nicht dem von der Grimsel, von den Grindelwaldgletschern oder vom Lauterbrunnen. Aber alle Blöcke auf dem Jura, dem Wallis gegenüber, sind sich vollkommen gleich, und wie von denselben Felsen losgerissen; eine Erscheinung, welche auch wieder nicht wenig auf ihre Verbreitung von einem Orte aus hindeutet.

Der Feldspath ist in diesen Graniten stets weifs, niemals roth, und in beträchtlich grofsen Krystallen. Der Glimmer hingegen erscheint in ganz kleinen schwarzen oder braunen Blättchen, die nicht einzeln zerstreut liegen, wie im Gotthardsgranit oder wie im Lauterbrunner, sondern in kleinen Gruppen oder Flächen versammlet, so dafs diese Glimmermasse bei flüchtiger Ansicht oft fortgesetzt scheint, wie im Glimmerschie-

fer. Aufserdem liegen auch diese Flächen gewöhnlich in einer Ebene zwischen Feldspath und Quarz, wenn auch weit genug von einander getrennt; wodurch eine Schieferung des Ganzen entsteht, eine Aehnlichkeit mit Gneufs, welche in grofsen Blöcken oft genug auffällt. — Nicht selten liegen in diesem Gemenge Nieren oder auch wohl lang gezogene Massen wie breite und kurze Trümmer von einem höchst feinkörnigen Granit, in welchem die andern Gemengtheile durch die grofse Menge äufserst feiner schwarzer Glimmerblättchen umhüllt sind. Dadurch erscheinen diese Massen fast schwarz, und fallen leicht auf. Sie sind für diese Granite ganz auszeichnend, eben so wie für die Gesteine der hohen Spitzen der Kette des Montblanc. Sie und die Zusammenhäufung der Glimmerblättchen würden nicht wenig dazu beitragen, die erste Lagerstätte dieser Massen in der Nähe des Mont-Blanc wieder aufzusuchen. Auch Epidot ist dem Gemenge nicht fremd. Er durchzieht hin und wieder in kleinen Trümmern die Blöcke, wie recht schön am Signal von Concise; und eben dies Vorkommen ist auf den Höhen von Chamouny nicht selten.

Ungeachtet aller dieser Andeutungen und übereinstimmender Umstände würde man doch noch vielleicht sehr lange die erste Lagerstätte dieser Massen im Wallis aufsuchen, ohne sie sogleich zu entdecken, wenn nicht wieder eine Beobachtung und eine Ueberlegung von Saussure auf den Weg leitete. — Sonderbar genug hatte er in den Bergen des Wallis die Blöcke auf dem Jura vergessen; — er hat sich selbst das Vergnügen einer Anwendung versagt, die doch so auffallend und so nahe zu liegen schien. — Wenigstens hat er in seinen Reisen diese Zusammensetzung nie, auch nur von ferne erwähnt, und das ist vielleicht Ursache, dafs seine merkwürdige Beobachtung bisher so wenig von denen beachtet worden ist, welche sich mit dem Phänomen der Blöcke auf dem Jura beschäftigt haben. — Er fand grofse Granitblöcke über Martigny im Thale herauf, sehr verschieden von der Gebirgsart der Höhen umher, die zum Theil feinschiefriger Gneufs, zum Theil Thonschiefer ist.

Diese Blöcke vor Augen tritt er in Val Ferret hinein, das sich vom Wege nach dem grofsen St. Bernhard, gegen die Kette des Mont-Blanc heraufzieht, und diese auch wirklich in seinem obern Theile erreicht.

„*Je reconnus*, sagt er nun (§. 1022) *en remontant la vallée Ferret, l'ori-* „*gine des blocs de granit, qu'on trouve dans le lit de la Dranse. On n'en voit*

„pas un rocher en place, aux environs du St. Bernard. Mais en montant au Col „Ferret, je vis que la haute chaine du Mont Blanc, toute composée de granit, „s'avance jusqu'au dessus de la vallée, que je remontois alors, et dans laquelle on „trouve des blocs énormes de granit, évidemment détachés de cette chaine. Il y a „donc lieu de croire, qu'il y en eut, qui furent refoulés jusques dans le vallon de „la Dranse; et ce qui le prouve, c'est qu'on ne trouve pas un seul de ces blocs, „ni sur le glacier de la Valsorey, ni entre St. Pierre et le St. Bernard, ni „même à un quart de lieue au-dessus de Liddes.

Herr Murrith, Probst in Martigny, bestimmt diesen Abreifsungsort noch genauer, in einem Briefe an Saussure aus Liddes vom 18. Mai 1785.

„Il est vrai, que j'ai trouvé des gros blocs de granits à la montagne dite le „plan y beu, la plaine aux boeufs. Mais cette plaine est dominée par la pointe „d'Orni ou d'Ornex, qui fait partie de la chaine du Mont Blanc et qui est toute „entière de granit. Malgré le vuide qui se trouve entre cette pointe et le plan y „beu par la vallée d'Orsieres qui est intermédiaire, la direction de cet éboulement „de la pointe d'Ornex paroît d'autant plus vraisemblable, qu'on peut poursuivre le „granit depuis le plan y beu jusques au dessus de la chapelle, qui est à deux por- „tées de fusil au dessus de Liddes, et qu'au dessus de cet endroit on n'en trouve plus „ni dans la rivière, ni dans les ravins. On trouve une seconde preuve de cette dé- „bacle, dans la vallée de Champé, tendante aux Vallettes au-dessus de Mar- „tigny, où on voit le granit répandu dans la même directian, partant de la même „pointe d'Ornex, inonder la vallée jusqu'au bourg de Martigny.

So ist also gleichsam ein Strom von Blöcken von der Spitze von Ornex bis nach Martigny. Aber Martigny ist genau dem Jura gegenüber und genau den Bergen, an welchen die Granite ihre gröfste Höhe erreichen.

Dafs in dem letzten Ausgange des Rhonethals von Martigny bis Villeneuve gar keine Granitblöcke vorkommen, das ist völlig den vorigen Erscheinungen gemäfs. Denn der Weg von Martigny bis zum Genfer See, scheint ein ungeheuer tiefer, senkrecht eingeschnittener und gerader Canal, und wie in schnellfliefsenden Canälen das Wasser alle fremdartige Massen mit sich fortreifst und ihnen die Absetzung nicht erlaubt, so sind die Granitblöcke durch den grofsen Rhone-Canal fortgestofsen bis zum Jura hin, der sich in den Weg stellt und sie zur Absetzung zwingt. — So ist es also das letzte Vorgebirge des Mont Blanc, es ist die Spitze von Ornex, welche herabgeworfen und zerstört in Trümmern auf die Abhänge des Jura geschleudert und zerstreut worden ist.

Ich sah das Thal Ferret und die Spitze von Ornex im August 1810. Die Blöcke nach St. Branchier und aus dem Thale von Champeix hervor, bilden ganze Hügel am Fufs des schroffen Kegels der Catogne und nach Vence hinauf. Und ihr Gestein erinnert mit jedem Block an die Granite des Jura; es ist vollkommen dieselbe Zusammensetzung, dieselben Zufälligkeiten im Gemenge. Gegen den mächtigen Gletscher von Ornex, einen der gröfsten in der ganzen Kette des Mont Blanc, werden die Blöcke im Thale wie Felsen; endlich liegt wie ein kleines Gebirge die moraine des Gletschers quer durch das Thal. Noch jetzt scheint hier alles Verwüstung, und die schreckend kahlen und spitzen Felsen steigen so unerreichbar hoch und senkrecht aus den ewigen Eismassen, die sie umgeben, dafs man immer und fast im Augenblick eine neue Zusammenstürzung der Spitzen befürchtet. — Gletscher senken sich an Gletscher im Thale herunter; sie haben sich tiefe Spalten in den Wänden des Thales gerissen, durch welche sie immerfort Blöcke ohne Zahl von der Höhe herabstofsen, und durch welche herauf stets neue Felsenspitzen über der grofsen Eisfläche erscheinen.

Endlich bei dem Gletscher von Soulalie und bei den Sennhütten le grand Ferret, wendet sich das Thal Ferret von der Kette des Mont-Blanc weg gegen den grofsen Bernhard hin. Nun ist aber auch kein Stück Granit mehr im Thale; — alle Blöcke sind das Thal herunter, keiner hinaufgeführt worden. — Die ganze grofse Bewegung geht gegen das Rhonethal herunter und in den Strom gegen den Jura.

Das Ferret-Thal liegt auch noch beinahe völlig in der Richtung dieses Stroms, und das Thal von Champeix noch mehr. Allein beide Thäler biegen sich bei ihren Ausgängen auf mancherlei Weise zugleich mit dem Entremont-Thale, in welchem sie auslaufen, ehe sie das Rhone-Thal bei Martigny erreichen, und sehr ansehnliche Berge, wenn auch nicht von der Höhe der Spitze von Ornex, umschliefsen sie an den Seiten. Daher mag es wohl kommen, dafs so viel Blöcke an den Abhängen in Tiefen aufgehäuft sind, zu welchen sie am Jura kaum herabsinken. Zwischen den Bergen eingeengt, wird die Kraft des Stofses zersplittert, und die fortgeführten Massen sinken dann schnell bis zu Höhen, in denen ihnen schon, wenig von ihrem Ursprunge entfernt, aufhaltende Berge entgegen stehen. Den Ausgängen des Ferret-Thals unterhalb Orsieres liegen grofse Hügel von mehrern hundert Fufs Höhe gegenüber, die nur aus Produkten

der hohen Spitzen dieses Thales gebildet sind. Blöcke ohne Zahl stecken in den Sandschichten, und zum Theil von gewaltiger Gröfse. — Weiter hin in eben der Richtung erhebt sich, jenseits des grofsen Thales von Bagne, ein hoher Berg mit einem sonderbaren weit sichtbaren Felsen darauf, *la pierre à Voie*, bis viel über 7400 Fufs hoch. Sein Abhang gegen das Ferret-Thal ist ganz kahl, rauh, und wie ein Circus ausgehöhlt. Man glaubt in der Ferne die Wirkungen eines heftig dort anstofsenden und wirbelnd zurückprallenden Gewässers zu sehen. Und gerade an diesem Abhang in diesem wüsten Circus ist es, sagt mir Herr Murrith, in welchem Granitmassen in unbeschreiblicher Menge und bis zu ansehnlicher Höhe aufgehäuft sind. Hier kann durchaus kein Zweifel seyn, dafs ein Strom oder ein Stofs aus dem Ferret-Thale sie dorthin führte; denn nicht im Entremont-Thale, nicht im Val de Bagne, ja durchaus in keinem der unzähligen Thäler des Wallis sind noch ähnliche Granite zu finden.

Eben so ist es dem Thale von Champeix gegenüber. Die kleine Kette der *Pierre à Voie* senkt sich hier bis zu den engen Klüften der Drance, in denen dieser Flufs in fortgesetzten Wasserfällen von St. Branchier bis Martigny herabstürzt. Ungeachtet des steilen Abhanges über der Kluft hängen Granitblöcke überall in Menge bis oben auf der Fläche, auf welcher das Dorf Vence sich ausbreitet. Und Vence, wohl 800 Fufs über dem Rhonethal, ist ganz von Granitmassen umgeben. — Wie wenig diese Strömungen in der Richtung vom Hauptstrom gegen den Jura verschieden sind, lehrt ein Blick auf die Karte; und denkt man sich eine ähnliche Strömung das grofse Thal von Bagne herunter, wie doch kaum anders möglich ist, so wird der vereinte Strom aus allen Thälern vollkommen in die Richtung gebracht, mit welcher er den Jura erreicht.

Warum aber die Spitze von Ornex vorzüglich dieser Zerstörung und dieser Wegführung ausgesetzt gewesen seyn mag? Mehrere Thatsachen vereinigen sich, zum wenigsten einige Vermuthungen in dieser Hinsicht zu begründen. — Die Spitze ist die letzte der ungeheuern Pyramidenkette des Mont-Blanc; aber der Mont-Blanc und seine Fortsetzungen sind durch Lage, Form und Zusammensetzung ein ganz einziges Phänomen in der ganzen Reihe der Alpen. So wie mit der Spitze von Ornex, eben so steil, schroff und gewaltig endigt sich die Kette an ihrem östlichen Ende über den Pafs des Bonhomme und über das Thal von Monjoie. An keinem ihrer Endpunkte ist sie wirklich mit der übrigen Alpenkette verbunden; sie ist

gänzlich von dieser getrennt, und selbst die beiden Pässe zur Seite des Col Ferret und des Col de la Seigne erhalten zwischen beiden nur eine scheinbare Verbindung. Denn das Gestein dieser Pässe, gröfstentheils Thonschiefer, hat von dem der Mont-Blanc-Spitzen nichts ähnliches. — Auch in der Richtung correspondirt die Mont-Blanc-Kette mit den Alpen gar wenig. Vom Gotthardt bis zum grofsen St. Bernhardt unterbrechen zwar eine Menge von Pässen den unmittelbaren Zusammenhang der Spitzen, allein ihre Richtung bleibt doch fast unverändert. Plötzlich über das Thal von Aosta hört die ganze Kette auf, und man ist über ihren weitern Fortlauf verlegen. Da erscheint ihr im Norden und ganz vorliegend, ganz aufserhalb ihrer Richtung, die so scharf begrenzte, so mächtig hervorstehende Felsenreihe des Mont-Blanc. Solche Abstürze, solche Massen, solche Spitzen, Zacken, Grate, kühne und schreckende Formen sind an den Bernhardsbergen nirgends zu finden. Selbst die ungeheuern Eisberge, der Mont-Velan oder der Mont-Combin über das Thal von Bagne scheinen kaum rauh in ihren Formen gegen die Wildheit der Spitzen um den Mont-Blanc. An keiner Stelle in den ganzen fünf Meilen ihres Fortlaufs sinkt diese Reihe unter die Grenze des immerwährenden Schnees, und gröfstentheils erhält sie sich stets um viele tausend Fufs höher. Daher die Eismeere und Gletscher, welche mächtig und ewig an ihrer Zerstörung arbeiten und mit abgerissenen Felsen obere und untere Thäler erfüllen.

Nicht weniger unterscheidet ihre Zusammensetzung diese Höhen von den Bergen des Bernhardt. Der Mont-Velan besteht unter seiner hohen Schneedecke aus Glimmerschiefer, wie fast alle Berge, welche den Bernhardt umgeben. Aber am Mont-Blanc sind schiefrige Gesteine nur in der Tiefe. Die hohen Pyramiden bis auf die Gipfel sind von Granit, ganz dem ähnlich, wie in den Blöcken auf dem Jura. Andere Gesteine, Verbindungen von Hornblende und Feldspath, von Feldspath und Quarz, sind nur Lager in diesem Granit, wie selbst noch am letztern Felsen des Mont-Blanc-Gipfels, dessen Gestein man wohl zuweilen Hornblendschiefer oder Syenit nennt, weil man seine Natur als untergeordnetes Lager nicht gehörig beachtet. — Dieser Granit, immer etwas dem Gneufs ähnlich, ist deutlich geschichtet, und die Schichten stehen überall fast ganz aufgerichtet; höchstens nur wenig von der Verticallinie weg aus Süden gegen Norden geneigt; und ganz in eben der Richtung, wie die Kette selbst.

So stark erheben sich die Schichten der innern Kette der Alpen nicht, oder doch nur für kurze Ausdehnung.

Alle diese unterscheidenden Verhältnisse, Lage, Form, Richtung, Zusammensetzung und Schichtung, scheinen daher darauf hinzudeuten, dafs die Berge des Mont-Blanc eine Veränderung erlitten haben, welche auf andre Theile der Alpen nicht gewirkt hat. Vielleicht eine Umstürzung der anfänglich horizontalen Schichten, durch welche das Grundgestein der Alpen, der Granit, aus der Tiefe plötzlich bis zu den gröfsten Höhen erhoben worden ist. Das schien auch schon Saussure zu muthmafsen. Die Umstürzung hätte diesen ganzen Theil aus der Reihe der Alpen gerissen und daraus ein neues, vorliegendes Gebirge gebildet. Daher der Granit ohne Unterbrechung vom Fufs bis zum Gipfel und bis 14 tausend Fufs Höhe, da sonst in der ganzen Länge der Alpen bis jetzt nur ein einziger Ort bekannt ist, das Gasteren-Thal, an welchem der Granit sich der ewigen Schneeregion etwas nähert. — Daher denn auch die scharfen Grate und Spitzen. Sie sind ungeheure Splitter von den in der Tiefe des Aosta-Thals liegenden Schichten, denen sie einst angehörten. Auf solche kühne freistehende Wände und Spitzen mufs aber jede zerstörende Kraft unendlich mehr wirken, als auf die weit weniger schnell und scharf in die Höhe steigenden Gipfel der Alpenreihe. Jeder Stofs kann eine Pyramide zertrümmern, und sie in Blöcke zertheilen, welche dann die Strömung weit über Berge und Flächen entführt. Auch sind es gerade die beiden von den Endpunkten der Mont-Blanc-Kette ausgehenden Ströme, welche unter allen Ausbrüchen der Schweiz die meisten und die gröfsten Blöcke auf den Jura geführt haben, der Ausbruch des Wallis von der Spitze von Ornex aus, und derjenige der Arve, von den Nadeln über das Thal von Montjoie weg.

Ungeachtet der grofsen Mengen und der besondern Mannigfaltigkeit von andern Gesteinen, welche aufser den Graniten dem Wallis gegenüber die Juraabhänge bedecken, finden sich doch unter ihnen fast keine, welche nicht in den merkwürdigen Bergen, die den Ausgang des Wallis-Thals bilden, anstehend wären, und die auf diese Art sich genau den Resultaten anschliefsen, zu welchen die Betrachtungen über die Granitblöcke führen. Unter ihnen sind sogar einige, welche so unmittelbar nach bestimmten Punkten dieses Ausganges zurückweisen, dafs man gar nicht einmal versucht seyn kann ihren Ursprung an andern Orten zu suchen; denn an keinem andern Orte der Schweiz sind noch ähnliche Gesteine gesehen worden. Am

merkwürdigsten und am lehrreichsten von allen sind die sogenannten Conglomerate oder Poudingues vom Trient (*Poudingues de Valorsine*).

Man kennt sie wohl hinlänglich, was ihre Zusammensetzung betrifft; durch Saussure's schöne und genaue Beschreibung, und durch viele andere Naturforscher, die sie später sowohl bei dem Dorf Valorsine, als am Ausgange des Trientbachs auf der grofsen Strafse des Wallis beobachtet haben; allein die geognostischen Verhältnisse dieses Gesteins sind dadurch noch nicht aufgeklärt worden; noch weniger darf man sie für bestimmt halten, seit Herr Brochant und Herr von Raumer bewiesen haben, wie den Uebergangsgebirgsarten in Savoyen und in Sachsen wieder andere Gebirgsarten folgen können, welche nur durch ihre Lagerung, nicht durch ihre Form, von primitiven Gebirgsarten zu unterscheiden sind. Denn bis dahin war man wohl geneigt, den Gneufs, welcher deutlich die Trientconglomerate umschliefst, für ein Glied der primitiven Formation zu halten; und die Trümmergesteine darinnen für eine sonderbare Anomalie der Natur. Jetzt hingegen steht es wohl frei zu fragen, ob nicht aller Gneufs, der von Martigny bis Maurice das Grundgebirge bildet, durchaus den Uebergangsgebirgsarten angehöre? Herrn Brochants Beobachtungen in den Thälern der Tarantaise geben für diese Meinung Analogien genug. — Die Conglomerate erscheinen im Gneufse, mit gleicher Richtung und Neigung der Schichten, gerade dort, wo der Trientbach durch eine enge Spalte in das Rhonethal hervorkommt. — Grofse runde Geschiebe, oft wie Köpfe und gröfser, und kleinere bis zu Sandkörnern herunter, stecken in einer genauen, sehr festen, sehr glimmerreichen Hauptmasse, die selbst in der That nichts anders als Gneufs ist. Die Geschiebe bestehen aus kleinkörnigem Granit, mit wenig Glimmer und mit weifsem Feldspath, aus Quarz und aus grünlichgrauem dichten Feldspath, so wie er in der Nähe selbst und bei Martigny, auch als dem Gneufs untergeordnet, anstehend ist. Weder die Hauptmasse noch die Geschiebe enthalten je etwas kalkartiges: wohl aber erscheint oft der Glimmer und die ganze Hauptmasse schwarz gefärbt, und nicht selten liegen schwarze Thonschieferstücke im Gemenge. Sogar wirklicher Anthracit findet sich drinnen, Stücke dunkelschwarz, muschlig, glänzend im Bruch, nicht selten durch Amianthtrümmer mit den Geschieben verbunden. Werden die Geschiebe ganz klein, so nimmt die Masse an Schwärze zu, und verändert sich endlich zu Thonschiefer, der wirklich auf der Höhe über dem Dorfe Vernaies zu trefflichem Dach-

schiefer benutzt wird. Dann liegen auch wahre Schichten von Kohlenblende (Anthracit) nicht weit. Im Herbst 1810 hatte ein Bauer unter der Kirche von Salvent im Trientthale eine Anthracitschicht entblöfst, die er den Schmieden mit wenig Glück für Steinkohle anbot. — Aber über das Trientthal hinaus gegen den Wasserfall und das Thal der Pissevache verschwinden, man möchte fast sagen durch unmerkliche Uebergänge, diese Trientgesteine im Gneufs, der dann unvermengt noch bis zum Dörfchen Evionaz über St. Maurice fortsetzt. Man kann also durchaus nicht zweifeln, dafs die Conglomerate vom Trient, Thonschieferschichten und alles was man hier wohl manchmal, wiewohl fälschlich, Grauwacke nennt, mit diesem Gneufs zu derselben Formation gehöre. — Sie setzen weit fort. Ersteigt man die ersten Höhen des Rhonethals, nach dem Dorfe Salvent, fast auf dem Streichen der Schichten, so eröffnet sich dort oben das Thal des Trient, steile Abhänge und finstere Klüfte, in welche der vereinte Bach von Valorsine und von Trient herabstürzen. Bis auf die gröfste Höhe bleibt die Natur der Schichten unverändert, und bei dem Dorf Letro, jenseits des Thals, bei Finio diesseits, wechseln noch immer Conglomerate und schwarze Thonschiefer mit Gneufs. Sie hängen unmittelbar mit den *Poudingues de Valorsine* zusammen, und verlieren sich erst zwischen dem Buet und der Kette des Breven. Sie erreichen über Salvent, Finio und Valorsine eine Höhe von mehr als 7400 Fufs. — Das ist aber auch ihre ganze Ausdehnung, so weit die Schweiz bis jetzt noch bekannt ist.

Aber gerade diese so ausgezeichnete, so leicht wieder zu erkennende Conglomerate sind es, welche man in grofsen Blöcken und in Menge am Jura zerstreut sieht. Und, sehr merkwürdig, fast nur in der Tiefe, wenig in der Höhe; ganz dem Verhalten der Granitblöcke entgegengesetzt. Die Mauern der Weinberge von Auvernier, von Colombier und von Corcelles enthalten eine grofse Menge solcher Stücke, und viele liegen aufeinandergehäuft bei dem Dorf les Goulettes unweit St. Blaise. Nun fehlen sie aber auch nicht mehr, wie die Granite, in den Flächen des Pays de Vaud. Das kleine Gebirge der Jorat, zwischen Lausanne und Moudon, ist ganz mit Blöcken von diesen Gesteinen bedeckt. Sie finden sich über Vevay und bei Chatel St. Denis. Sie sind es auch vorzüglich, welche die Grenzen des Wallisausbruchs bestimmen. Denn es sind die ersten fremdartigen Gesteine, welche über dem grauen Sandstein, der Molasse

zerstreut vorkommen. Im Thale von Chateau d'Oex, im Gruyeres-Thal findet sich noch nicht ein Stück aus dem Wallis. Auch bei Bulles noch nicht. Aber kurz vor Massonens erscheinen die ersten Trientconglomerate; denn nun hindert der Molesson nicht mehr die Einsicht gegen das Rhone-Thal und nun vermehren sich auch die Wallisgeschiebe schnell, sowohl gegen Romont, als gegen Moudon hin. Und auch bei Payerne sind die ersten Stücke des Ausbruchs wieder solche Conglomerate, bei Cugi vorzüglich. Schön führt diese Grenzlinie von St. Blaise über die Gegend von Payerne Massonens, dem südlichen Fuſs des Molesson, gerade in das Trient-Thal und gerade dorthin, wo diese Gesteine anstehen. Da sie von weit geringern Höhen abgerissen sind, als die Granite, so haben sie auch früher die Fläche erreicht, und schon kleine Hügel des Pays de Vaud sind ihnen hindernde Wände gewesen. Auch ist ihre Ausdehnung, ihr Strahlenbüschel beschränkter, als der von den Graniten; denn die Karte zeigt, wie die hohe Dent de Midi den Weg aus dem Trient-Thale, von Finio, nur bis gegen Lausanne erlaubt; und auch nur bis dahin ungefähr liegen Trientconglomerate zerstreut. Bei Morges nicht mehr. Freilich sollten wohl diese Blöcke bei solcher Richtung und bei ihrer geringeren Höhe oft die hohen Berge von Aigle berühren, und, durch sie aufgehalten, an ihren Abhängen zurückbleiben. — Das findet sich auch in der That. Ueberall wo es möglich ist über die hohen Umgebungen der Pissevache oder der Dent de Midi hin die Gletscher vom Trient am Ende des Trientthals zu sehen, sind nicht wenig Blöcke zerstreut, und oft ungeheuer groſse. Viele liegen von Bex nach Frenieres hinauf in den Klüften des Avençon, vielleicht mehrere von oben heruntergerollt; viele gegen Gryon bis 1620 Fuſs über Bex, und eine Menge im Thal von Bevieux nach der Saline Devens. Andere stecken in den ungeheuren Geröllmassen, in denen die Gryonne von den Höhen sich viele hundert Fuſs eingräbt, unter den Dörfern Arveyes und Chezieres; und in welchen der Stollen aux Vauds bei Chezieres so beschwerlich völlige 1400 Fuſs hat hineingeführt werden müssen. Kaum ist zu zweifeln, daſs nicht diese Geröllberge selbst eine Folge des Stromes aus dem Trientthale sind; auch die Gneuſsblöcke, welche in groſsen Massen drinnen liegen, gleichen ganz dem Gneuſs, welcher die Conglomerate umschlieſst. Und diese groſsen Anschwemmungsmassen liegen ganz dem Trientthale gegenüber, aber nur wenige oder keine auf der entgegengesetzten, den Alpen abgewendeten

Seite. So auch die Blöcke selbst. Von Arveyes nach dem Stollen aux Fondemens herunter hängen Conglomeratstücke in Menge auf der rechten, wenige auf der linken Seite des Thals. Dafs aber die Kraft, die sie dorthin führte, nicht klein war, beweist ein Block hinter dem Steigerhause aux Vauds, der vierzig Fufs lang ist und in dem die einzelnen streifigen weifsen Granitgeschiebe selbst Blöcke zu seyn scheinen. — Nur grofse Höhen erreichen diese Blöcke hier nicht; über Arveyes hinaus, höher als 2300 Fufs über das Thal, sieht man keine mehr, und daraus ist wahrscheinlich, dafs sie von weit tieferen Orten abgerissen wurden, als die Stücke, welche den Fufs des Jura erreicht haben, oder die Geschwindigkeit ihres Fortstofses müfste ungeheuer gewesen seyn.

Die Schneegipfel und Gletscher, die bei Aigle und Bex das Daseyn oder den Mangel von Trientgesteinen bestimmen, dadurch, dafs sie in der Ferne sichtbar sind, oder von vorliegenden Bergen verdeckt werden, gehören wie die Spitze von Ornex, zur Kette des Mont-Blanc. Es sind die Gletscher und die Nadel von Trient, die von der Südseite unmittelbar mit der Ornex-Spitze zusammenhängen. Da aus dem Trientthale über die Berge der Pissevache hin ein so offenbarer Strom weggegangen ist, den man durch die Blöcke ununterbrochen bis zum Jura verfolgt, so wird es sehr wahrscheinlich, dafs auf diesem Wege Granitblöcke dem Jura zugeführt worden sind. Bis zum Dorfe Trient liegen auch im Thale Granitmassen genug.

Von der Trientspitze nach dem nordlichen Ende des Neuchateller Sees scheint die Verbindung leichter und freier als aus dem Ferretthale oder aus dem Thal von Champeix, und die Granite sind in allen diesen Thälern dieselben. — Auch mag ein mächtiger Granitblock an der Gryonne des Steigers Wohnung au Bouillet gegenüber wohl noch näher diese Abreifsung von der Trientspitze erweisen; denn nur nach diesem Thale hin ist ihm der Ausgang offen, aber verschlossen gegen den übrigen Theil des grofsen Wallisthals. Das ist aber auch der einzige Granitblock in den Engen zwischen Martigny und dem Genfer See.

Gneufs hingegen, von sehr verschiedener Zusammensetzung, liegt eben so wohl hoch an den Bergen des Jura, als auf den kleinen Abhängen, die dem Strome im Wallisthale entgegen stehen konnten. Aber von Sem Branchier bis Martigny, von hier bis St. Maurice, bestehen auch mächtige Berge aus Gneufs, und in diesen Bergen finden sich leicht alle

kleine Veränderungen dieser Gebirgsart, welche sich in den Stücken am Jura beobachten lassen. Die Gneufsblöcke, welche bei Neuchatel auf dem Chaumont-Bosset vorkommen in einer Höhe nahe an 2000 Fufs über dem See, müssen freilich bei Sem Branchier oder am Trient von einer Höhe abgerissen seyn, welche wenig unter der der Granite liegt; aber solcher hochliegender Blöcke giebt es in Vergleich mit den Graniten nur wenige. Die meisten bedecken die niederen Abhänge des Jura, die Weinregion, und auch da kann man sie, weder in Menge noch in Gröfse, mit den Granitblöcken vergleichen. Auf den Hügeln des Pays de Vaud sieht man nur wenige und bei weitem nicht so viel als Trientconglomerate; auch ist ihre Verbreitung weit mehr beschränkt.

Näher dem Gebirge an den Abhängen der Berge von Aigle würde man sie wohl häufiger sehen, wären nur diese dem Innern der Alpen entgegenstehende Abhänge von gröfserer Ausdehnung und die Berge nicht gröfstentheils wie nach der Regel hintereinandergesetzt. Wirklich fand ich Gneufsblöcke unter der Tour d'Ai im steil umgebenen Circus von Luan, sobald es nur möglich war, ins Innere des Wallis gegen Martigny heraufzusehen, 2080 Fufs über das Thal; und von da in Menge bis unter Borbeyrier. Selbst im oberen Yvorne stecken noch einige ungeheure Gneufsblöcke in den Mauern, doch sind diese wahrscheinlich von oben durch den Bergsturz heruntergebracht, welcher einst Yvorne zerstörte.

Noch merkwürdiger ist ihr Vorkommen an der Dent de Midi. Im Grunde des Thales bei St. Maurice sieht man nie andere als Geschiebe, welche die Rhone herabführt. Eine ganz senkrechte Mauer von schwarzem Kalkstein erhebt sich über St. Maurice. Man ersteigt sie auf Treppen 900 Fufs hoch und findet oben eine wenig geneigte Fläche, auf welcher sich das Dorf Verossa ausbreitet. Da erscheinen sogleich Gneufsblöcke überall in den Wiesen, wie die Häuser grofs, einige grobschiefrig mit ansehnlichen runden Feldspathnüssen darinnen, wie an der Jupitersäule auf dem grofsen St. Bernhardt; andere feinschiefrig mit grünlichgrauem fortgesetzten Glimmer, keine dem Granit der Ornex- oder Trient- Spitze ähnlich. Alle Häuser sind aus diesen Gesteinen gebaut. Ueber Verossa hinauf häufen sie sich in so unbeschreiblicher Menge, dafs man stets das Grundgestein, hier Grauwacke und Thonschiefer, ansehen mufs, um sich zu überzeugen, man gehe nicht auf Gneufsfelsen. Endlich bei 1540 Fufs Höhe findet man sie nicht mehr, und über Thonschiefer und Grauwacke kann

man jetzt den Gipfel der petite pointe de Verosse ersteigen, 6384 Fuſs über das Meer, ohne auch nur wieder ein einziges fremdartiges Stück anzutreffen. — Wäre von diesen Stücken genau der Abreiſsungsort zu bestimmen, so würde man eben so genau die Geschwindigkeit des Stoſses angeben können, welche sie zum Wallis herausführte; denn diese Geschwindigkeit würde sich aus der auf solche Art bekannten Fallhöhe beurtheilen lassen.

Eben so wenig ist es schwer, die ursprüngliche Lagerstätte fast aller anderen Geschiebe am Jura wieder aufzufinden, so mannichfaltig sie auch seyn mögen. Die schwarzen Kalksteine und die Grauwacken gehören den Bergen von Aigle, oder auch wohl den Abhängen der beiden Colosse der Dent de Midi und der Dent de Morcles. Und die so merkwürdigen und so auffallenden Blöcke von Jade und Smaragdit bei Lausanne, bei Moudon und am See von Neuchatel kommen wahrscheinlich, wie ihre Begleiter, die Serpentine, aus dem groſsen Bagnethal über Sem Branchier. Der verstorbene Marquis de Laizes hat wirklich, bei seinen Untersuchungen dieses Thales, Jade und Smaragditstücke darinnen gefunden und Serpentine am Gletscher von Durand. Das Bagnethal ist immer noch in der Richtung des Wallisausganges. — Vom Fuſs des Mont Rose, aus dem Saasserthale, wo diese Gesteine in hohen Bergen anstehend gesehn worden sind, kann man sie schwerlich weggeführt glauben; theils weil alle übrige fremdartige Gesteine auf dem Jura fast genau nur in der Richtung des letzten Theils vom Rhonelauf anstehend sind, theils weil sonst eben solche Jadeblöcke auf vielen Bergen des Wallis, die ihnen im Wege stehen, vorkommen müſsten. Aber man sieht sie nicht einmal Vispach gegenüber, wo das Saasser- und St. Nicolasthal rechtwinklich im Rhonethal auslaufen.

Alle Erscheinungen vereinigen sich daher, eine gewaltsame Strömung glaublich zu machen, die alles vor sich in gerader Linie wegstieſs, bis weithin nach entgegenstehenden Bergen. Und sehr geneigt könnte man seyn, Saussure's Meinung unmittelbar anzunehmen, daſs diese Begebenheit sich ereignete, als der Jura bei dem Fort de l'Ecluse unterhalb Genf durchbrochen ward. Allein man darf sich die groſsen Schwierigkeiten nicht verhehlen, welche sich dieser Annahme widersetzen. Hätte nur ein bis zu groſser Höhe eingeschlossenes und plötzlich freiwerdendes Gewässer die Blöcke fortgestoſsen, so würde diese Kraft wenig auf die hochliegenden, mäch-

mächtig auf die im Grunde vorkommende Gesteine gewirkt haben. So ist es doch in der Erfahrung nicht. Die Granite sind am weitesten fortgeführt, bei weitem in der gröfsten Menge, in den gröfsten Massen und bis zu den ansehnlichsten Höhen. Aber gerade die Granite finden sich an tiefen Punkten nirgends anstehend entblöfst. Kaum wird man in der Mont Blanc-Kette einen Granitfels niedriger als 7000 Fufs über die Meeresfläche aufsuchen können; auch nicht an den Spitzen von Ornex oder von Trient. Die niedriger vorkommenden Gebirgsarten sind hingegen am Jura in geringerer Menge und nie so weit fortgebracht worden. Die Fortstossungskraft scheint daher fast in der Höhe stärker, schwächer in den eingeengten Thälern gewirkt zu haben. — Und, was Saussure's Vermuthung fast gänzlich vernichtet, die Erscheinung des Hervorbrechens der Alpengeschiebe ist nicht blofs auf die Thäler eingeschränkt, welche durch den Ausbruch der Rhone unterhalb Genf einen Ablauf erhielten, sondern sie ist allgemein für alle gröfsere Thäler der Alpen, welche die innere primitive Centralkette berühren.

Untersucht man dabei die Gröfse dieses Stofses etwas genauer, so erschrickt die Einbildungskraft, und möchte dann sogleich alle Ideen von Stofs und Strömung wieder aufgeben, zu welcher doch alle Erscheinungen der Verbreitung der Blöcke so unmittelbar, fast so unwidersprechlich hinführen. — Denn die Entfernung der Spitze von Ornex vom Chasseron beträgt ungefähr 356117 Fufs; die Differenz ihrer Höhen ist etwa 5100 Fufs. Da nun der Stofs die Blöcke in derselben Zeit die Entfernung durchgeführt haben mufs, in welcher sie die Höhen-Differenz hätten durchfallen können, so bleibt ihnen zu ihren Wege bis zum Chasseron nur 18 Secunden; sie wären daher mit einer Geschwindigkeit von 19460 Fufs fortgeeilt. Das ist unglaublich. Eine Wassermasse von 5100 Fufs hoch, wäre sie plötzlich durchgebrochen, hätte den untern Blöcken, nicht einmal den obern, nur eine Geschwindigkeit von 553 Fufs mittheilen können. Um ihnen aber die Geschwindigkeit von 19460 Fufs zu geben, hätte eine Wasserhöhe von 6,311526 Fufs auf sie einwirken müssen, das ist eine Höhe, welche völlig den dritten Theil eines Erdhalbmessers beträgt. Daraus ist nun vollends klar, dafs die Erscheinung dieser Geschiebeverbreitung aus dem Wallis hervor noch von ganz andern Ursachen herrühren müsse, als von einem Ausbruch der Rhone durch den Jura oder durch die Berge von St. Maurice. Wahrscheinlich von einer weit allgemeineren.

Von den übrigen Ausbrüchen der Schweiz ist zwar keiner so ausgedehnt, so weit verbreitet, so mannichfaltig in seinen Produkten, diese in so grofser Höhe gelagert und durch so viele merkwürdige Erscheinungen bis zur ersten Lagerstätte zu verfolgen; aber alle tragen doch im Allgemeinen denselben Character. Sie gehen von Schneebergen aus, genau in gerader Linie durch die Thäler und über die Flächen hin, und verbreiten sich büschelförmig in Strahlen am Ausgang der Thäler. Und durch die verschiedenen Produkte jedes Ausbruches sind sie leicht von einander zu unterscheiden, selbst da, wo sich mehrere Ausbrüche berühren, ja an vielen Stellen in einander eingreifen, so wie der Wallisausbruch durch grofse Blöcke von Mont blancs Granite characterisirt ist, durch Jade und durch Serpentinstein; so ist es der Ausbruch der Aar von Thun über Bern gegen Biel und Solothurn durch körnige Granite, wie sie im Grindelwald vorkommen, oder durch Gneufs, wie am Fufse des Eigers. Der Ausbruch der Limmat hingegen über einen grofsen Theil des Cantons Zürich hin unterscheidet sich durch ein sonderbares rothes Conglomerat, welches mächtig hohe Berge in einem grofsen Theile des Cantons Glarus bildet. — Sie würden alle zuverlässig noch mehr Licht über die ganze auferordentliche Erscheinung verbreiten, wären die einzelnen Erscheinungen, welche sich bei ihnen beobachten lassen, nur genauer bekannt und mit einander in Verbindung gesetzt.

Der südlichste von den bis jetzt mit einiger Genauigkeit beobachteten ist der Ausbruch der Arve bei Genf. Sehr grofse Granite des Montblanc sind durch ihn fortgerissen worden, und zum Theil bis auf ansehnliche Höhen. Die südliche Seite des Saleve bei Genf ist ganz mit Blöcken bedeckt, bis beinahe auf die gröfste Höhe. Auch auf den Hügeln und auf dem Berge les Voirons liegen sie in Menge zerstreut. Da aber nur am südlichen, nicht am nördlichen Theil der Voirons Geschiebe vorkommen, ungeachtet der Abhang immer noch derselben Seite zugewandt bleibt, so ist hierdurch die nördliche Grenze des Arveausbruchs bestimmt. — Die Thäler gehen in mannichfaltigen Krümmungen gegen die Montblanc-Kette herauf. Daher ist zu vermuthen, dafs bei ihren Wendungen sich noch mancherlei von der Geschiebeabsetzung würde beobachten lassen. Aber darüber fehlen durchaus alle Nachrichten.

Der grofse Ausbruch des Wallis berührt nur wenig den vorigen; aber an den Ufern des Bieler Sees kommt er mit dem der Aare zusam-

men, so sehr, dafs ihre gegenseitige Grenzen noch nicht gehörig von einander geschieden sind.

Dieser Aarausbruch ist aber überhaupt noch gar wenig untersucht. Ist er dem Thunersee gleichlaufend oder dem Frutigenthale? Bei Bern sind schon nicht eben hohe Sandsteinhügel auf der Alpenseite mit Graniten und mit Gneufsblöcken bedeckt; bei Biel und Solothurn sind es die Abhänge des Jura, doch noch nicht bis zu bedeutenden Höhen.

Auf dem Brienig, dem Pafs von Meyringen nach Unterwalden, liegen grofse und viele Blöcke von Granit. Doch wohl kaum von andern Orten, als von der Grimsel herunter. Ist dieser Ausbruch dann vielleicht das Thal von Unterwalden heruntergegangen bis zum Rigi? In der That hängen an der südlichen Seite des Rigi nicht wenig Granitblöcke und von ansehnlicher Gröfse. Die ganze Kirche von Gersau ist im Jahr 1810 aus nicht mehr als zwei solchen Blöcken gebaut worden.

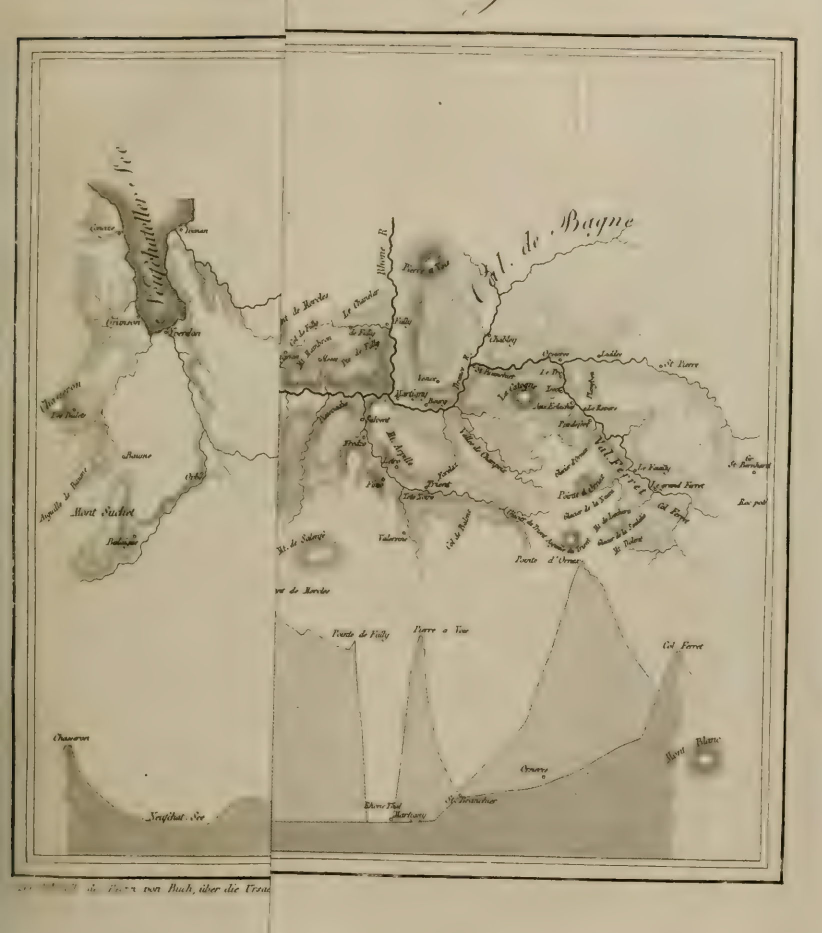
Ueber den Ausbruch der Reufs vom Gotthardt herunter hat Herr Ebell viel Beobachtungen gesammelt. Er ist nach dem Wallisausbruch der deutlichste und der bestimmteste in der Schweiz. Völlig in der Richtung des Reufslaufs und des Sees von Altorf bis Brunnen. Wo man diesen See heraufsehen kann, wie bei Steinen über Lowerz, da liegen Granitblöcke in Menge. Weniger am jenseitigen Abhange des Thals. Bei Zug, bei Bremgarten und Mellingen sind gar viele zerstreut und über Windisch am Jura hinauf, immer noch in derselben Richtung. In der Nähe von Zürich kommen, nach Herrn Escher's Beobachtungen, diese Granite aus dem kleinen Rienbachthale hinter dem Albis hervor, wodurch die Ausdehnung des Ausbruchs nach dieser Seite hin auf eine schöne Weise bestimmt ist. — Denn östlich des kleinen Thals ist auf den Züricher Flächen nicht ein Granitblock zu sehen. Westlich hingegen sehr viele. Er vermengt sich hier mit dem Ausbruch der Limmat, der aus Glarus hervor sich bis nach Kyburg und nahe gegen Winterthur hin verbreitet. Die rothen Conglomerate, die sogenannten Melser Mühlsteine, lassen ihn leicht unterscheiden, selbst da, wo beide Ausbrüche mit einander vereinigt sind.

Was aber an den Ausgängen des Rheinthals vielleicht über den Bodensee in Schwaben hinein beobachtet werden kann, ist noch völlig unbekannt.

Wer sich etwas mit den Blöcken beschäftigt hat, welche in so zahlloser Menge die Ebenen des nördlichen Europa bedecken, wird nicht

einen Augenblick zweifeln, daſs nicht auch in dieser Zerstreuung dasselbe Phänomen wiederholt ist, was in der Schweiz so auffallend wird. Wäre die Granitzone des Wallisausbruchs nicht von den Jurabergen zurückgehalten worden, so würde sie an den Ufern des Doux und der Saone eben so zerstreut über die Flächen gelagert seyn, eben so dicht wie in soviel Gegenden der Mark Brandenburg, von Pommern, Meklenburg, Holstein. Eben so wie im Pays de Vaud keine Granite liegen, weil der Stoſs sie über diese Gegenden hinführte, ohne daſs sie hindernde Abhänge berührten, eben so können die norddeutschen Granite über das baltische Meer hingeflogen seyn, — und eben so werden sie häufiger in einer gewissen Entfernung von der ersten Lagerstätte im südlichen Schweden vorkommen, als näher, wie etwa auf Dänischen Inseln. Die Massen gleichen den nordischen Gebirgsarten vollkommen, streifige Granite oder Gneuſse mit schuppigem Glimmer; aber gar nicht den sächsischen und schlesischen Gebirgsarten. Am Riesengebirge sind die Granite nicht streifig, die Gneuſse weit schiefriger als in den nordischen Blöcken. — Auch verschwinden die Blöcke lange ehe man diese Gebirge betritt. Schon in der Gegend von Leipzig sind sie sehr sparsam, bei Weimar und Erfurt durchaus gar nicht mehr. Und überhaupt fehlen sie aller Orten, wo selbst niedrige Harzberge die Verbindung gegen Norden hin abschneiden. Und sucht man die Grenzen der Erscheinung auf, so ziehen sich diese in einem ungeheuren Halbkreise um die letzte Spitze der nordischen Halbinsel. Sie durchschneiden das östliche England, gehen unterhalb Antwerpen herüber, kaum bis nach Brüssel; aber auf der Heide von Breda liegen noch viele und groſse Granitmassen und sehr groſse in Gröningen und Overyssel. Münster, Minden, Hildesheim, der Harz, Leipzig, die Ober- und Niederlausitzer Grenzen sind dann die äuſsersten Punkte ihres Vorkommens; und in Polen etwa die preuſsische Grenze. — In Ruſsland ſand Güldenstädt fremdartige Granitmassen bis an die Torschok nicht weit von der Twerza über Twer, aber nicht mehr südlich gegen Moscau hinab. (Reise II. 460.) — Das nordische Phänomen ist daher wohl bei weitem gröſser, als das schweizerische, allein von derselben Natur; und wahrscheinlich liegt ihm deswegen auch eine ähnliche Ursache zum Grunde. Eine Strömung, in welcher gewaltsame Stöſse erfolgten. Wie wenn diese heftigen Veränderungen und Zerstörungen mit denen zusammenſielen, welche die Elephanten auf der Erdfläche begruben? Die groſsen Ausbrüche aus den Gebirgen haben locale, aufgeschwemmte Gebirgsarten gebildet, und nur in aufgeschwemmten Gerüllmassen liegen die Elephantenreste, nie im ſesten Gestein allgemein verbreiteter Formationen.

…his und dem Jura



… von Buch, über die Ursa…

1 8 1 5.

Plan und Profil der Gegend zwischen dem Wallis und dem Jura

Gestochen v. C: Mare



vr Abhandl des Herrn von Buch, über die Ursachen der Verbreitung grosser Alpengeschiebe

Abhandlungen

der

mathematischen Klasse

der

Königlich-Preufsischen

Akademie der Wissenschaften

aus

den Jahren 1804 — 1811.

Berlin,

in der Realschul-Buchhandlung.

1815.

Inhalt.

Ueber

verschiedene Arten, die Logarithmen geometrisch darzustellen.

Zur Beantwortung der Frage:

Ob und in wiefern man Fragen aus der allgemeinen Gröfsenlehre nach geometrischen Constructionen beantworten könne?

Von Herrn E. G. Fischer. *)

§. 1. Der Streit über die Natur der Logarithmen negativer Gröfsen ist zu bekannt, als dafs es nöthig wäre, hier über die Geschichte desselben etwas zu sagen, oder die Meinungen und Gründe beider Partheien auseinander zu setzen. Euler hat in den Schriften unserer Akademie vom Jahr 1749 eine vortreffliche Abhandlung über diesen Gegenstand geliefert, und es ist mir nicht bekannt, dafs nach ihm Untersuchungen zum Vorschein gekommen wären, welche den Streit unwidersprechlich entschieden, oder auch nur der Entscheidung näher gebracht hätten. Eulers Abhandlung ist daher noch immer für diejenigen klassisch, welche sich über diesen sonderbaren Streit unterrichten wollen. Meine Absicht ist übrigens gar nicht, über diesen zum Ueberdrufs durchgearbeiteten und wiederholten Gegenstand meine Meinung zu sagen. Mein Zweck geht vielmehr auf etwas allgemeineres, auf eine kritische Beleuchtung einer Art von Schlüssen, deren man sich auf beiden Seiten in diesem Streite bedient hat, und welche auch bei unzähligen Untersuchungen anderer Art ihre Anwendung findet. Man hat sich nemlich von beiden Seiten öfters auf geometrische Darstellung der Logarithmen berufen; aber sonderbar genug ist es, dafs sich beide Partheien auf eine und dieselbe Construction stützen, indem z. B. die Vertheidiger

*) Gelesen den 19. April 1804.

der Unmöglichkeit der Logarithmen negativer Gröfsen sich auf die unter dem Namen Logistik bekannte krumme Linie berufen, die blofs Logarithmen positiver Gröfsen darstelle; die Vertheidiger der entgegengesetzten Meinung aber eben der krummen Linie noch einen zweiten Zweig für die Logarithmen negativer Gröfse aufzudringen suchen. Dieser Widerspruch hat mich zu der allgemeinen Untersuchung veranlafst: *in wiefern man berechtigt sei, über Fragen der allgemeinen Mathematik oder Analysis aus geometrischen Constructionen zu urtheilen.* Ich habe daher mehrere Arten, die Logarithmen geometrisch zu construiren, aufgesucht, und dabei Resultate gefunden, die auf den ersten Blick äufserst widersinnig scheinen; indem z. B. in gewissen Constructionen die Logarithmen aller positiven und negativen Brüche als möglich, dagegen die Logarithmen aller positiven und negativen Zahlen, die gröfser als Eins sind, als unmöglich erscheinen: in einer andern Construction erscheinen nicht nur die Logarithmen aller negativen Zahlen, sondern auch die Logarithmen aller positiven Brüche als unmöglich, und nur die Logarithmen solcher positiven Zahlen, die gröfser als Eins sind, stellen sich als möglich dar, u. d. g. m. Es lassen sich indessen die meisten dieser Paradoxien vollständig auflösen; aber sie lehren zugleich, wie sehr man gegen Täuschungen auf seiner Hut sein müsse, wenn man allgemeine Fragen aus geometrischen Constructionen entscheiden will.

Um der Uebersicht willen können wir die beiden bekanntesten Constructionen der Logarithmen nicht unerwähnt lassen.

§. 2. Wenn in einer Logistik FD (Figur 1.) B derjenige Punkt ist, wo die Tangente mit der Ordinate AB einen Winkel von 45° macht, und man setzt $AB = 1$, und nimmt A für den Anfangspunkt der Abscissen, so stellt jede Abscisse, wie AC oder AE, den natürlichen Logarithmus der zugehörigen Ordinate CD, oder EF vor. Es gehört also hier zu jeder positiven Zahl, sie sei gröfser oder kleiner als 1, ein möglicher Logarithmus. Dagegen zeigt sie gar keine Logarithmen negativer Gröfsen: denn die Unsicherheit der Schlüsse, durch welche Johann Bernoulli dieser Curve einen zweiten dem ersten gleichen Zweig aufdringen wollte, hat Euler hinlänglich dargethan, und würde sich, wenn es nöthig wäre, auf mehrere Arten deutlich machen lassen.

Ich bemerke hier übrigens, dafs in der Folge, so wie hier, nie von andern, als den natürlichen Logarithmen die Rede sein wird.

§. 3. Wenn B (Figur 2.) der Scheitel einer Hyperbel und AB der

Asymptote DJ parallel ist, so heifst bekanntlich $AB = CA$ die Potenz der Hyperbel. Setzt man diese $= 1$, und nimmt die Abscissen auf CE, die Ordinaten aber mit DJ parallel, so stellt der Flächenraum zwischen AB und irgend einer Ordinate EF oder GH den Logarithmus der zugehörigen Abscisse CE oder CG vor. Diese Construction stellt die Logarithmen aller positiven Zahlen, sie mögen gröfser oder kleiner sein als Eins, eben so vollständig und unzweideutig dar, als die Logistik. Aber auch die Logarithmen negativer Gröfsen erscheinen hier als möglich, aber wie es scheint, als unendlich. Denn vermöge des Gesetzes der Stätigkeit, das in der ganzen Mathematik, und besonders in der Geometrie, überall anwendbar sein mufs, gehört zu der negativen Abscisse CK der zwischen AB und KL enthaltene Flächenraum, d. h. der unendliche Raum $BACD$ *plus* dem gleichfalls unendlichen Raum $LKCJ$. Oder soll man den zuletzt genannten Raum in Vergleichung mit dem ersten für negativ halten? so würde, wie Johann Bernoulli behauptete, der Logarithmus von CK der Differenz beider Räume gleich, also endlich, und dem Logarithmus einer eben so grofsen positiven Abscisse gleich, aber entgegengesetzt sein. Aber es dürfte sich schwerlich ein völlig entscheidender Grund angeben lassen, den Flächenraum zwischen den negativen Schenkeln der Asymptoten für negativ zu halten; da überhaupt der Begriff des Positiven und Negativen, auf Flächen angewendet, in dornige Schwierigkeiten verwickelt.

Die Quadratur der Hyperbel stellt daher zwar die Logarithmen negativer Gröfsen dar, aber doch mit einer sehr wesentlichen Zweideutigkeit, die wir in der folgenden Construction wiederfinden werden.

Ich komme nunmehr zu zwei andern geometrischen Constructionen, zu welchen ich durch die obigen Betrachtungen veranlafst worden bin.

§. 4. Aufgabe. Eine Gleichung zu finden für eine Curve, deren Bogen die Logarithmen der zugehörigen Abscissen sind.

Auflösung. Der Bogen der Curve heifse β, die zugehörige Abscisse x, die Ordinate y. Die Aufgabe fordert, dafs $\beta = \text{Log.}\, x$; also $d\beta = \frac{dx}{x}$ sei. Da für jede Curve $d\beta = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$, so erhalten wir für unsern Fall

$$dx^2 + dy^2 = \frac{dx^2}{x^2}$$

und hieraus folgende Differentialgleichung für die gesuchte Curve

$$dy = dx\sqrt{\left(\frac{1}{xx} - 1\right)}.$$

Um sie auf dem kürzesten Wege zu integriren, setze man $x = \text{Cos.}\,\phi$, so wird $dx = -\text{Sin}\,\phi . d\phi$ und $\sqrt{\left(\frac{1}{xx} - 1\right)} = \text{Tang}\,\phi$; also

$$dy = -\text{Sin}\,\phi . \text{Tang}\,\phi . d\phi = -\frac{\text{Sin}\,\varphi^2}{\text{Cos}\,\varphi}\, d\phi = -\frac{d\varphi}{\text{Cos}\,\varphi} + \text{Cos}\,\phi\, d\phi$$

demnach $y = +\text{Log. Tang}\,(45^\circ - \frac{1}{2}\phi) + \text{Sin}\,\phi + C$

oder $y = \frac{1}{2}\,\text{Log.}\,\frac{1 - \text{Cos}\,\varphi}{1 + \text{Cos}\,\varphi} + \text{Sin}\,\phi + C$

oder wenn man x statt $\text{Cos}\,\phi$ und $\pm\sqrt{(1 - xx)}$ statt $\text{Sin}\,\phi$ setzt:

$$y = \frac{1}{2}\,\text{Log.}\,\frac{1 \mp \sqrt{(1 - xx)}}{1 \pm \sqrt{(1 - xx)}} \pm \sqrt{(1 - xx)} + C,$$

welches die gesuchte Gleichung ist.

Nimmt man den Anfangspunkt der Abscissen so, daſs für $x = 1$, $y = 0$ wird, so ist die hinzuzufügende Constante auch $= 0$.

§. 5. Die gefundene Gleichung zeigt, daſs die Curve transcendentisch ist. Um sie dem Auge darzustellen, habe ich folgende kleine Tabelle der Abscissen und Ordinaten berechnet.

Wenn $x =$	0,1	, so ist $y =$	$\pm$ 3,9892
- - -	0,2	- - -	$\pm$ 3,2776
- - -	0,3	- - -	$\pm$ 2,8272
- - -	0,4	- - -	$\pm$ 2,4830
- - -	0,5	- - -	$\pm$ 2,1829
- - -	0,6	- - -	$\pm$ 1,8842
- - -	0,7	- - -	$\pm$ 1,5955
- - -	0,8	- - -	$\pm$ 1,2932
- - -	0,9	- - -	$\pm$ 0,9072
- - -	1,0	- - -	$\pm$ 0,0000

Nach dieser Tabelle ist die beigefügte Figur 3. entworfen.

Die Curve besteht aus zwei gleichen Zweigen FAG und HBJ, weil die Gleichung für gleiche aber entgegengesetzte Werthe von x ungeändert bleibt. Diese Zweige durchschneiden die Abscissenlinie AB in zwei Punkten A und B, wo $x = \pm 1$. Eine winkelrechte Linie durch C, wo $x = 0$, ist eine Asymptote beider Zweige, weil y für $x = 0$, unendlich wird.

§. 6. Für $x > 1$, es sei positiv oder negativ, wird y, folglich auch der zugehörige Bogen, unmöglich, weil $\sqrt{(1 - xx)}$ unmöglich ist. Man

könnte beim ersten Blick vermuthen, dafs sich vielleicht das Unmögliche in den beiden Theilen des Werths von y heben dürfte: eine genauere Untersuchung aber zeigt das Gegentheil. Für den Fall $x > 1$ kann man nemlich die Formel (mit Beibehaltung blofs der obern Zeichen) folgendergestalt schreiben:

$$y = \frac{1}{2} \text{ Log. } \frac{1 - V(x^2 - 1) V - 1}{1 + V(x^2 - 1) V - 1} + V(x^2 - 1) \; V - 1$$

Man setze $V(x^2 - 1) = \text{Tang. } V$, so ist nach einem bekannten Satze

$$\frac{1}{2} \text{ Log. } \frac{1 - \textit{Tang. } V . V - 1}{1 + \textit{Tang. } V . V - 1} = V . V - 1$$

dadurch aber wird

$$y = V . V - 1 + \text{Tang. } V . V - 1$$
$$= (V + \text{Tang. } V) \; V - 1$$

welches offenbar imaginair ist.

§. 7. In dieser Curve sind nun die Bogen den Logarithmen der zugehörigen Abscissen proportional, wobei aber zu bemerken, dafs die Bogen immer von dem Durchschnittspunkt A der Curve mit der Abscissenlinie an gerechnet werden müssen, wo $x = + 1$ ist. Der Grund ist leicht einzusehen, denn aus

$$d\beta = \frac{dx}{x}$$

(woraus ursprünglich unsere Gleichung abgeleitet worden) folgt,

$$\beta = \text{Log. } x + \text{Const.}$$

Soll die Constante Null werden, so mufs zugleich Log. x und β Null sein; d. h. es mufs $x = + 1$, und $\beta = 0$ sein. Es ist also z. B. für $CK = + x$ der Bogen AL oder AM der zugehörige Logarithmus.

§. 8. Eine nähere Betrachtung unserer Curve zeigt mehr als eine Paradoxie.

Die auffallendste ist, dafs die Logarithmen aller Zahlen, die gröfser als Eins sind, als imaginair erscheinen. Dies Räthsel löset sich indessen leicht und vollständig auf, wenn man folgendes bemerkt. Das Differential einer Abscisse ist bei einem rechten Coordinatenwinkel eine senkrechte Linie zwischen zwei parallelen Ordinaten, also die kürzeste Linie, welche sich zwischen beiden ziehen läfst. Dieses Differential kann folglich nie kleiner sein, als das zugehörige Differential des Bogens. Sollen aber die Bogen Logarithmen der Abscissen sein, so mufs $d\beta = \frac{dx}{x}$ sein. Dies geht

an, so lange x nicht gröſser als Eins ist: denn alsdann ist $\frac{dx}{x} > dx$, also auch $d\beta > dx$. Wird aber $x > 1$, so ist $\frac{dx}{x} < dx$, oder $d\beta < dx$, welches in einer solchen Construction unmöglich ist. Soll also der Logarithmus in der Gestalt eines Bogens dargestellt werden, so wird für $x > 1$ sein Differential, folglich der Bogen selbst unmöglich.

§. 9. Eine zweite Paradoxie ist, daſs zu jeder Abscisse CK, zwei gleiche, aber entgegengesetzte Bogen AL und AM gehören; also, wie es scheint, zu jeder Zahl, zwei gleiche, aber entgegengesetzte Logarithmen. Auch dieses Räthsel löst sich auf, wenn man auf die Entstehung der Gleichung für unsere Curve zurückgeht. Wir haben nemlich selbst stillschweigend die Bedingung solcher doppelten Logarithmen hineingetragen.

Wir fingen damit an, daſs wir annahmen, es sollte $\beta = \text{Log.}\, x$ sein. Hätten wir gesetzt $\beta = -\text{Log.}\, x$, so wäre keine andere Gleichung gefunden worden. Unsere Voraussetzung war also eigentlich $\beta = \pm\,\text{Log.}\, x$, und dieser Voraussetzung gemäſs muſste die Curve ausfallen, ohne daſs wir dadurch berechtigt werden, jeder Zahl entgegengesetzte Logarithmen, in einem und demselben System beizulegen.

§. 10. Eine dritte Paradoxie endlich betrifft die Logarithmen negativer Gröſsen, die hier als reell, obgleich wie bei den Hyperbeln als unendlich erscheinen. Denn da der Anfangspunkt der Bogen in A ist, so gehört zu der negativen Abscisse CP, der ganze erste und unendliche Zweig AF, nebst dem unendlichen Stück HQ des zweiten Zweiges, als Bogen, oder auch $AG + JR$.

Aber es zeigt sich hier dieselbe Zweideutigkeit, als bei der Hyperbel, indem man die Frage aufwerfen kann, ob der zweite Zweig der Curve vielleicht als negativ anzusehen sei? wozu ich indessen in der Construction gar keinen hinreichenden Grund finde.

§. 11. Aufgabe. Eine Gleichung zu finden für eine Curve, deren Abscissen die Logarithmen der zugehörigen Bogen sind.

Auflösung. Der Bogen heiſse hier wieder β, Abscisse und Ordinate x und y; so soll

$$x = \text{Log.}\, \beta; \text{ d. i. } \beta = e^x$$

sein, wenn e, wie gewöhnlich, die Basis des natürlichen Logarithmensystems ist. Daraus folgt, $d\beta = e^x\, dx$; also

$$V(dx^2 + dy^2) = e^x\, dx$$

$$\text{und } dy = dx\, V(e^{2x} - 1).$$

Um diese Gleichung zu integriren, setze man $e^x = \text{Sec } z$, also

$$x = \text{Log. Sec } z, \text{ so wird } dx = \text{Tang } z \, . \, dz; \text{ und}$$

$$\sqrt{(e^{2x} - 1)} = \sqrt{(\text{Sec } z^2 - 1)} = \text{Tang } z.$$

daher $dy = \text{Tang } z^2 . \, dz = \frac{\text{Sin } z^2}{\text{Cos } z^2} dz$, oder $dy = \frac{dz}{\text{Cos } z^2} - dz$.

Folglich

A) $y = \text{Tang } z - z.$

Da aber $\text{Tang } z = \sqrt{(\text{Sec } z^2 - 1)} = \sqrt{(e^{2x} - 1)}$, und $z = \text{Arc. Sec } e^x$, so erhält man

B) $y = \sqrt{(e^{2x} - 1)} - \text{Arc. Sec } e^x$

oder auch

C) $y = \sqrt{(\text{Num. Log } 2x - 1)} - \text{Arc. Sec. } (\text{Num. Log } x)$,

welches in allen drei mit *A*, *B*, *C* bezeichneten Formen die verlangte Gleichung ist.

§. 12. Den Anfangspunkt der Abscissen nehme man da, wo $y = 0$ ist, so wird auch die hinzuzufügende Constante $= 0$. Unter dieser Voraussetzung durchschneidet die Curve die Abscissenlinie im Anfangspunkt der Abscissen. Für ein unendliches x wird auch y unendlich. Für jedes negative x ist y unmöglich, weil e^{-2x} kleiner als Eins, also $e^{-2x} - 1$ negativ ist.

Die Curve läuft also vom Anfangspunkt der Abscissen an gegen die positive Seite in einem unendlichen Zweige aus. Sie hat aber unter der Abscissenlinie einen zweiten, dem ersten völlig gleichen Zweig. Denn in $x = \text{Log. Sec } z$ wird nichts geändert, man mag z positiv oder negativ nehmen. Ist aber z negativ, so verwandelt sich die Gleichung (A)

$$y = \text{Tang. } z - z$$

$$\text{in } y = - \text{Tang. } z + z$$

welches dem vorigen gleich, aber entgegengesetzt ist.

§. 13. Zur Berechnung einer Tabelle für die Construction ist es am bequemsten, z willkührlich anzunehmen, und daraus y (durch die Gleichung $y = \text{Tang. } z - z$), und x (durch die Formel $x = \text{Log. Sec. } z$) zu bestimmen; wobei wir noch anmerken, daſs bei dieser Methode, auſser der leichten Rechnung, noch der Vortheil erreicht wird, zu jedem x und y auch den zugehörigen Bogen β durch die Formel $\beta = e^x$, und $e^x = \text{Sec. } z$ unmittelbar aus den trigonometrischen Tafeln finden zu können. Den ganzen Erfolg der Rechnung zeigt nachstehende kleine Tafel.

z	Tang z	Sec $z = \beta$	$x =$ Log. Sec z	$y =$ Tang $z - z$
0° = 0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000
10° = 0,1745	0,1763	1,0154	0,0153	0,0018
20° = 0,3491	0,3640	1,0642	0,0622	0,0149
30° = 0,5236	0,5773	1,1547	0,1438	0,0537
40° = 0,6981	0,8391	1,3054	0,2665	0,1410
50° = 0,8727	1,1917	1,5557	0,4419	0,3190
60° = 1,0172	1,7320	2,0000	0,6931	0,6848
65° = 1,1345	2,1445	2,4114	0,8802	1,0100
70° = 1,2217	2,7475	2,9238	1,0729	1,5258
80° = 1,3963	5,6712	5,7588	1,7507	4,2749
90° = 1,5708	unendlich	unendlich	unendlich	unendlich

Nach dieser Tafel ist die beigefügte 4. Figur gezeichnet.

In dieser Curve stellen also die Abscissen die Logarithmen der zugehörigen Bogen vor; doch ist bei dieser Vergleichung, wenn sie richtig sein soll, allezeit zu dem Bogen noch die beständige Gröfse — 1 hinzuzufügen, indem z. B. nicht $AE =$ Log. AF, sondern $AE =$ Log. $(AF + 1)$. Denn wollte man unsere Curve auf dem gewöhnlichen Wege rectificiren, so würde man zuletzt auf die Differentialgleichung $d\beta = e^x\, dx$, von der wir ausgegangen sind, zurückkommen. Aus dieser müfste man alsdann schliefsen

$$\beta = e^x + \text{Const.}$$

Nun ist aber für $x = 0$, auch der Bogen $\beta = 0$, da wir ihn bis jetzt immer von A aus genommen haben. Wir hätten also für diese Werthe von x und β

$$0 = 1 + \text{Const.}$$

$$\text{und Const.} = -1$$

Also die Gleichung zwischen Bogen und Abscisse

$$\beta = e^x - 1;\ \text{oder}\ e^x = \beta + 1$$

$$\text{oder}\ x = \text{Log.}\ (\beta + 1)$$

Ich habe daher in der Zeichnung, AB der Einheit gleich gemacht, nach welcher die Zeichnung gemacht worden, so dafs z. B.

$$AE = \text{Log.}\ (AF + AB)$$

Auch diese Curve zeigt einiges Auffallende. Zuerst erscheinen zu jedem Logarithmus zwei zugehörige Zahlen, indem z. B. AE der Logarithmus ist,

ist, sowohl von $AF + 1$ als von $AG + 1$. Ein Zweig der Curve ist also, in sofern sie eine Darstellung eines einzigen Logarithmen-Systems sein soll, wenigstens überflüfsig.

Zweitens giebt es zu keinem einzigen negativen x ein mögliches y; weil für jedes negative x, sowohl $V(e^{2x} - 1)$ als Arc. Sec. e^x unmöglich wird. Dürfte man also von dieser Curve einen allgemeinen Schlufs machen, so würden zu negativen Logarithmen blofs unmögliche Zahlen gehören, und so würden sogar die Logarithmen positiver Brüche unmöglich sein.

§. 16. Die sämmtlichen erörterten Constructionen zeigen sehr deutlich, wie unrichtig der Schlufs von einer Unmöglichkeit, die sich in einer geometrischen Construction zeigt, auf eine Unmöglichkeit in dem allgemeinen Begriff sei. In der dritten Figur erscheinen die Logarithmen, selbst aller positiven Zahlen die gröfser als Eins sind, als unmöglich. Wir haben aber deutlich gezeigt, was es mit dieser Unmöglichkeit für eine Bewandnifs habe, und dafs aus ihr nichts weiter folgt, als, dafs die geometrische Darstellung solcher Logarithmen unmöglich werde, wenn man die Bedingung macht, dafs die Logarithmen unter der Gestalt von Bogen, die zugehörigen Zahlen aber unter der Gestalt der zugehörigen Abscissen dargestellt werden sollen. Eine ähnliche Bewandnifs hat es mit der vierten Figur, wo die Logarithmen selbst positiver Brüche, als unmöglich erscheinen, woraus aber wieder nichts weiter folgt, als dafs ihre geometrische Darstellung *unter dieser Form* unmöglich sei.

§. 17. *Der Schlufs von einer Unmöglichkeit in einer geometrischen Construction auf eine Unmöglichkeit im Begriff, ist also nie gültig.* Eine geometrische Construction ist nemlich im Grunde nichts anders als die Darstellung eines Begriffs an einem bestimmten Object. Der Begriff kann an sich vollkommen logisch richtig, also ohne allen Widerspruch sein, aber in dem Wesen des bestimmten Objects kann etwas liegen, was dem Begriff ganz oder zum Theil widerspricht, und daher seine Darstellung *durch dieses Object* ganz, oder zum Theil unmöglich macht.

§. 18. *Aber sollte der Schlufs von einer Möglichkeit in einer Construction auf die Möglichkeit im Begriff, nicht unbedingt gültig sein?* Ohne Zweifel! denn der logische Kanon, dafs das, was in einem einzelnen Falle als wirklich erscheint, auch möglich sein müsse, kann unmöglich falsch sein. Und doch zeigen die obigen Constructionen, dafs man selbst bei dieser unbestreitbar richtigen Art zu schliefsen, Täuschungen ausgesetzt sei. Die dritte

Figur giebt jedem Bruch zwei gleiche aber entgegengesetzte Logarithmen, und doch ist es falsch, dafs es sich im allgemeinen so verhalte: aber wir haben auch den Grund dieser Erscheinung deutlich entwickelt. Er lag darin, dafs wir stillschweigend diese doppelten Logarithmen in die Bedingungen der Aufgabe gebracht hatten, so dafs die Construction in ihren obern und untern Zweigen, eigentlich die Logarithmen zweier Systeme darstellt, wovon das eine die Basis e, das andere die Basis e^{-1} hat. Jeder geübte Analytiker weifs, dafs sehr oft weit mehr in einer Aufgabe liegt, als man sich bei Abfassung derselben bewufst ist, und diese, wenn ich so sagen darf, unsichtbaren Bedingungen, welche oft vermöge der Natur der Dinge von der Aufgabe gar nicht getrennt werden können, sind im Stande, Erscheinungen hervorzubringen, die in dem Begriff, welchen man construiren wollte, gar nicht liegen.

§. 19. Ich bin zweifelhaft, ob der Grundsatz des vorigen §. auch auf die Logarithmen negativer Gröfsen, die in der zweiten und dritten Figur auf eine sehr gleichförmige Art, als möglich erscheinen, anwendbar sein dürfte. Zwar habe ich bis jetzt in den Aufgaben, aus welchen sie entspringen, solche versteckte Bedingungen, welche eine solche Möglichkeit, die aufser dem eigentlichen bestimmten Begriff eines einzigen Logarithmensystems läge, herbeiführen könnten, nicht auffinden können; aber es scheint mir eine unbestreitbare Folge aus allem bisher vorgetragenen zu sein: dafs geometrische Constructionen nicht der rechte Weg sind, Fragen dieser Art zu entscheiden; sondern dafs die Entscheidung unmittelbar aus den Begriffen, um welche sich der Streit dreht, abgeleitet werden müsse.

Dafs übrigens die geometrische Construction analytischer Begriffe ihren anderweitigen wichtigen Nutzen hat, bleibt natürlich unbestritten.

Behandlung einiger Aufgaben,

die bei gröfsern trigonometrischen Messungen vorkommen.

Von Herrn Tralles. *)

Die Operationen, welche die Bestimmung der Gröfse und der Figur der Erde zum Gegenstande hatten, haben nicht nur genaue Aufnahmen grofser Länder veranlafst, sondern auch für dieselben als Muster gedient, so dafs sie gegenwärtig den besondern Zweck jener in sich schliefsen können. Beträchtliche Erweiterungen der Erdkunde darf man um so eher hoffen, da grofse Staaten, aufser dem staatswirthschaftlichen und militairischen Nutzen genauer Ländervermessungen, auch das wissenschaftliche Interesse derselben erkennen und zu befördern trachten. Es mag daher nicht überflüfsig sein, zu noch bevorstehenden Unternehmen dieser Art einiges beizutragen, was zu ihrer gröfsern Genauigkeit dienen kann. Im gegenwärtigen Zustande der Wissenschaft dürfen eben so wenig die Mittel, genaue Data zu erhalten, ungebraucht bleiben, als man es sich erlauben darf, irgend etwas in der theoretischen Behandlung, was zu schärfern Resultaten leitet, zu vernachlässigen, da die Kunst des Instrumentenverfertigers jene geben und diese vom Geometer gefordert werden können.

Obwohl sich manches über die Vervollkommnung der Werkzeuge und ihren Gebrauch sagen liefse, so ist dies doch gegenwärtig mein Zweck nicht. Ich werde mich aufs theoretische beschränken, ohne doch einen vollständigen Lehrbegriff desjenigen zu geben, was bei gröfsern Messungen zu wissen erforderlich ist, und anderer Orten von demjenigen, der es bedarf, gefunden werden kann.

§. 1. Die Dreiecke, welche auf der Oberfläche der Erde zur Bestimmung der Lage der aufzunehmenden Punkte gemacht werden, liegen

*) Vorgelesen den 29. November 1804.

in einer ellipsoidischen Fläche. Man kann sich aber begnügen, die einzelnen Dreiecke zu betrachten als in einer sphärischen Fläche beschrieben, deren Halbmesser dem mittlern Krümmungshalbmesser der ellipsoidischen Fläche in der Gegend des Dreiecks gleich ist. Man mufs zu dem Ende diese krumme Fläche kennen. Ich setze, sie sei ein rundes Ellipsoid, auch wird sich für jede Gegend eines annehmen lassen, welches da der wirklichen Gestalt der Erde, das ist der Fläche, auf welcher alle Vertikalen rechtwinklicht sind, am nächsten kömmt.

Der Meridian dieser krummen Fläche sei die Ellipse, deren eine Axe $2b$, die andere $2b(1+\alpha)$ ist. Erstere sei diejenige Axe, um welche sich die Ellipse dreht, die runde Oberfläche zu erzeugen, von welcher hier die Rede ist. Die Gröfse α pflegt man die Abplattung zu nennen; sie ist sehr klein, nach den bisherigen Erfahrungen aller Orten positiv, und, wenn man die Figur der Erde im Ganzen betrachtet, bekanntlich $\frac{1}{334}$.

Es sei K das Komplement der Breite eines Ortes, also der Winkel der Vertikalen mit der Drehungsaxe des Meridians oder ihr parallelen Linie; r sei der Halbmesser der Krümme des Meridians in dieser Breite, und A der Winkel irgend einer durch die Vertikale gelegten Ebene mit der Ebene des Meridians. Der Durchschnitt der Oberfläche des Ellipsoids und jener Vertikalebene ist eine Ellipse, für welche an diesem Ort der Radius der Krümme r' heifsen soll, und man hat:

$$r' = r\,\frac{1+(2\alpha+\alpha^2)\,\sin^2 K}{1+(2\alpha+\alpha^2)\,\sin^2 K\,\cos^2 A}.$$

Ich enthalte mich des Beweises dieser Formel, der etwas weitläuftig ist. Für gegenwärtigen Zweck ist es zureichend, statt jenes genauen Ausdrucks den genäherten zu setzen:

$$r' = r\,(1+2\alpha\,\sin^2 K\,\sin^2 A).$$

$$\text{oder } r' = r\,(1+\alpha\,\sin^2 K-\alpha\,\sin^2\cos 2A).$$

Ich multiplizire diese Gleichung mit dA und integrire, indem ich blofs A und r' als veränderlich betrachte, so wird erhalten:

$$\int r'\,dA = r\,(1+\alpha\,\sin^2 K)\,A-\alpha\,\sin^2 K\,\sin 2A+C.$$

Dies Integral von $A=0$ bis $A=\pi$, dem halben Kreisumfang, genommen, giebt:

$$\int r'\,dA = (1+\alpha\,\sin^2 K)\,\pi r.$$

Es ist aber $\int r'\,dA$ in jenen Gränzen genommen der Summe aller r' proportional. Setzt man daher ein beständiges r°, so dafs $\int r^\circ\,dA = r^\circ\,\pi = \int r'\,dA$,

also $r^\circ = r(1 + \alpha \sin^2 K)$, so ist dieses r° derjenige Krümmungshalbmesser, welcher die mittlere Gröfse zwischen allen veränderlichen hat.

Dieser genäherte Werth des mittlern Krümmungshalbmessers in der Kolatitude K ist aber gleich demjenigen, welcher auf der Oberfläche der Erde wirklich in derjenigen Richtung statt hat, die mit dem Meridian einen Winkel macht, der Hälfte eines rechten gleich. Ein Resultat, welches sich vermuthen liefs.

§. 2. Wenn man nach genau geometrischer Methode eine Messung auf der Erde vornehmen wollte, ohne irgend eine Bekanntschaft mit der Figur ihrer Oberfläche vorauszusetzen oder in Betrachtung ziehen zu wollen; so müfsten die Dreiecke zur Verbindung der zu bestimmenden Punkte angelegt, auch in Rücksicht der Lage ihrer Ebenen gegen einander bestimmt werden, um endlich alle Punkte in Ferne und in Richtung von irgend einem anzugeben. Diese im Raum überhaupt bestimmten Punkte könnten dann nach irgend einem Gesetz zum Behuf einer Karte, wenn es darum zu thun wäre, auf einer Ebene entworfen werden. Um die Lage der Ebene eines Dreiecks gegen ein angränzendes zu bestimmen, dürfte nur der Winkel gemessen werden, welchen eine Seite des einen Dreiecks mit der Ebene des angränzenden macht, dies läfst sich aber praktisch nicht mit grofser Genauigkeit verrichten. Noch weniger würde man seinen Zweck erreichen durch die Messung der beiden an einander stofsenden Dreieckswinkel und des Winkels zwischen den beiden nicht zu demselben Dreieck gehörigen Linien, obwohl, theoretisch genommen, diese drei Winkel hinlängliche Data gäben. Die Vertikalebene in dem beiden Dreiecken gemeinschaftlichen Winkelpunkt und durch ihre gemeinschaftliche Seite gehend, giebt hierzu das beste Mittel. Man findet den Winkel der Ebene jedes der beiden Dreiecke mit dieser sie trennenden Vertikalebene, aus den Winkeln zwischen den zwei Seiten, und denen, welche jede Seite mit der Vertikallinie macht. Die Summe der Winkel jeder Dreiecksebene mit der Vertikalebene wäre der Winkel beider Dreiecksebenen, der gesucht ist. So würde fernerhin bei jeder Verknüpfung zweier Dreiecke, die Vertikalebene blofs als vermittelnde Hülfsebene dienen, ohne selbst gebraucht zu werden. Auch würde man für jedes Paar Dreiecke zweimal den Winkel ihrer Ebenen erhalten, wenn man an jeden Endpunkt der gemeinschaftlichen Seite die dazu nöthigen Beobachtungen anstellte. Nichts hindert, statt der wirklichen Ebene eines der Dreiecke, eine ideale anzunehmen,

wie z. B. die horizontale Ebene irgend eines Winkelpunktes der Dreiecke, und auf diese am Ende alles zu beziehen. Allein die Atmosphäre hindert uns, mit diesem Verfahren alle Vortheile, deren es sonst fähig sein möchte, zu erreichen; wie eine weitere Ueberlegung der Sache leicht ergeben würde, die aber zu geometrischen Betrachtungen führen, die kein besonderes mathematisches Interesse versprechen. Man ist daher gewohnt, das Gesetz der Oberfläche anzunehmen, um mit weniger Schwierigkeit oder Weitläuftigkeit die Berechnungen führen zu können.

§. 3. Noch pflegte man die einzelnen Dreiecke auf der Erde als geradlinigte zu berechnen. Der Herr Le Gendre hat (in den *Mém. de l'Acad. des Sciences* 1787.) gezeigt, dafs auf die Weise, wie man dies vornahm, indem man die Summe der drei horizontalen Winkel jedes Dreiecks zweien rechten gleichsetzte, unwissend einem Fehler ausgewichen wurde, welchen man ehemals auch wissentlich zu begehen nicht gefürchtet hätte, der aber heut zu Tage nicht gestattet werden darf, da die Werkzeuge jene Genauigkeit gebieten können, welche durch die Betrachtung der Dreiecke als sphärische noch gewonnen wird. In England hat der General Roy zuerst den Exzefs der drei beobachteten horizontalen Winkel eines terrestrischen Dreiecks nicht aufser Acht gelassen, und an Genauigkeit in der Verkettung der Dreiecke gewonnen. Sein Nachfolger in der Fortsetzung der englischen Vermessung hat aus den beobachteten horizontalen Winkeln die Chordenwinkel mühsam berechnet, und so auch wissend den einzelnen Dreiecken gröfsere Genauigkeit gegeben. Indessen hatte man schon doch seit geraumer Zeit darauf geachtet, dafs die auf den Horizont reduzirten Dreiecke als sphärische berechnet werden müfsten, allein was davon abhielt, wirklich so zu verfahren, war die Schwierigkeit, aus den Tafeln mit hinlänglicher Leichtigkeit und Genauigkeit die Logarithmen der Sinusse und der Tangenten kleiner Winkel zu nehmen. Diese Schwierigkeit, welche man auch aus den Einleitungen zum Gebrauch solcher Tafeln abnehmen kann, zu heben, wird daher mehr als gegenwärtiger besonderer Absicht angemessen sein. Für das Geographische entsteht der Vortheil, dafs man nicht, wie nach der Methode von Le Gendre, für denselben Winkel zweierlei Werthe zu gebrauchen hat, welches neben der Unbequemlichkeit auch zu Irrungen Anlafs geben kann, denen man nur zu sehr in solchen mechanischen Rechnungen ausgesetzt ist.

Es ist $\sin\varphi = 2^n . \sin\frac{\varphi}{2^n} \cos\frac{\varphi}{2} \cos\frac{\varphi}{4} \ldots\ldots \cos\frac{\varphi}{2^n}$. Man erhält diesen Ausdruck für $\sin\varphi$, wenn man in dem bekannten $\sin\varphi = 2 \sin\frac{\varphi}{2} \cos\frac{\varphi}{2}$, statt $\sin\frac{\varphi}{2}$ setzt $2 \sin\frac{\varphi}{4} \cos\frac{\varphi}{4}$, und statt $\sin\frac{\varphi}{4}$, $2 \frac{\sin\varphi}{2^3} \cos\frac{\varphi}{2^3}$ u. s. w. Allein der Faktor $2^n \sin\frac{\varphi}{2^n}$ nähert sich desto mehr dem Bogen φ, je gröfser n wird. Also hat man endlich:

$$\sin\varphi = \varphi \cos\frac{\varphi}{2} \cos\frac{\varphi}{4} \cos\frac{\varphi}{8} \ldots\ldots\ldots$$

Wenn man nun bedenkt, dafs in unsern gewöhnlichen Tafeln die Logarithmen um zehn Einheiten zu grofs sind, wenn man nemlich den wahren Radius für die trigonometrischen Funktionen zu 1 annimmt, so ist:

$$\log\sin\varphi = 10 + \log\varphi - (10 - \log\cos\frac{\varphi}{2}) - (10 - \log\cos\frac{\varphi}{4}) - \text{u. s. w.}$$

Ist φ kein grofser Winkel, so lassen sich die arithmetischen Complemente der Tafellogarithmen für die Cosinusse des halben, viertel, achtel Bogen u. s. w. sichtlich aus den Tafeln nehmen, und man hat nur die Subtraktion der Summe von sehr wenig Ziffern zu verrichten.

Der $\lg\varphi$ findet sich ebenfalls leicht. Denn wenn φ'' die Zahl der Sekunden ist, die der Winkel φ enthält; so ist $\lg\varphi = \lg\varphi'' + \lg \text{arc } 1''$ und für $\lg \text{arc } 1''$ kann man setzen $\lg\sin 1'' - 10$, selbst wenn mit zehn Dezimalen gerechnet wird.

Also: $\lg\sin\varphi = \lg\varphi'' + \lg\sin 1'' - (10 - \lg\cos\frac{\varphi}{2}) - (10 - \lg\cos\frac{\varphi}{4}) - \text{u.s.w.};$

$$\lg \text{tang}\,\varphi = \lg\varphi'' + \lg\sin 1'' + 10 - \lg\cos\varphi - (10 - \log\cos\frac{\varphi}{2}) - \text{u.s.w.}$$

Sind die Winkel hinlänglich klein, dafs, wenn $\lg\sin\varphi$ oder $\lg \text{tang}\,\varphi$ gegeben sind, aus der Tafeln Ansicht φ selbst genau genug sich findet, um nur des entsprechenden logarithmischen Cosinus arithmetisches Complement, das von halben, viertel u. s. w. Bogen zu nehmen: so findet man aus den Logarithmen der Zahlen die Zahl von Sekunden und Dezimaltheilen des Winkels φ (nachdem entweder der Logarithmus des Sinus oder der Tangente des gesuchten Bogens gegeben war) nach den Formeln:

$$\lg\varphi'' = \lg\sin\varphi - \lg\sin 1'' + (10 - \lg\cos\frac{\varphi}{2}) + \text{u. s. w.},$$

$$\lg\varphi'' = \lg \text{tang}\,\varphi - \lg\sin 1'' - 10 + \lg\cos\varphi + (10 - \lg\cos\frac{\varphi}{2}) + \text{u. s. w.}$$

In der Anwendung wird diese Weise zum gegebenen Bogen, den Logarithmen des Sinus oder der Tangente oder umgekehrt zu finden, viel bequemer, als es zufolge dieser Formeln erscheint. Sie haben überdem noch eine Abkürzung, die im Gesetze, nach welchem die Logarithmen der Sekanten, d. i. der arithmetischen Complemente der Cosinusse kleiner Bogen fortschreiten, ihren Grund hat.

Es ist nach bekannter Reihe:

$$\operatorname{tang}\varphi = \varphi + \tfrac{1}{3}\varphi^3 + \frac{2}{3.5}\varphi^5 + \frac{17}{3.3.5.7}\varphi^7 + \ldots$$

und da $-\operatorname{tang}\varphi\, d\varphi = d \lg\cos\varphi$, so darf man nur jene Reihe mit $-d\varphi$ multipliziren und nachher integriren, so erhält man:

$$\lg\cos\varphi = -\frac{\varphi^2}{2} - \frac{\varphi^4}{3.4} - \frac{2\varphi^6}{3.5.6} - \frac{17\varphi^8}{3.3.5.7.8} - \ldots$$

Das Glied rechter Hand mufs mit $\varphi = 0$ verschwinden; da dies geschieht, so ist weiter keine Constante nöthig.

Setzt man in dieser Gleichung successive $\frac{\varphi}{2}, \frac{\varphi}{4}, \frac{\varphi}{8}$ u. s. w. statt φ, so erhält man:

$$\lg\cos\tfrac{1}{2}\varphi = -\frac{\varphi^2}{2.2^2} - \frac{\varphi^4}{3.4.2^4} - \frac{2\varphi^6}{3.5.6.2^6} - \frac{17\varphi^8}{3.3.5.7.8.2^8} - \text{u. s. w.}$$

$$\lg\cos\tfrac{1}{4}\varphi = -\frac{\varphi^2}{2.4^2} - \frac{\varphi^4}{3.4.4^4} - \frac{2\varphi^6}{3.5.6.4^6} - \frac{17\varphi^8}{3.3.5.7.8.4^8} - \text{u. s. w.}$$

etc. etc.

und addirt; so wird $\lg(\cos\tfrac{1}{2}\varphi\ \cos\tfrac{1}{4}\varphi\ \ldots.)$

$$= -\frac{\varphi^2}{2}\left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \ldots\right)$$
$$- \frac{\varphi^4}{3.4}\left(\frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^{12}} + \ldots\right)$$
$$- \frac{2\varphi^6}{3.5.6}\left(\frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^{12}} + \frac{1}{2^{18}} + \ldots\right)$$
$$- \frac{17\varphi^8}{3.3.5.7.8}\left(\frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^{16}} + \frac{1}{2^{24}} + \ldots\right)$$
$$- \text{etc.}$$

$$= -\frac{1}{2^2-1}\frac{\varphi^2}{2} - \frac{1}{2^4-1}\frac{\varphi^4}{3.4} - \frac{1}{2^6-1}\frac{2\varphi^6}{3.5.6} - \frac{1}{2^8-1}\frac{17\varphi^8}{3.3.5.4.8} - \text{u. s. w.}$$

Hierzu den $\lg\varphi$ addirt, so hat man:

$\lg(\varphi\cos\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{4}\ldots)$ oder

$$\lg\sin\varphi = \lg\varphi - \frac{1}{2^2-1}\frac{\varphi^2}{2} - \frac{1}{2^4-1}\frac{\varphi^4}{3.4} - \frac{1}{2^6-1}\frac{2\varphi^6}{3.5.6} - \ldots$$

sub-

subtrahirt man von dieser Reihe lg cos φ, so erhält man:

$$\lg \tang \varphi = \lg \varphi + \frac{2^2-2}{2^2-1}\frac{\varphi^2}{2} + \frac{2^4-2}{2^4-1}\frac{\varphi^4}{3.4} + \frac{2^6-2}{2^6-1}\frac{2\varphi^6}{3.5.6} + \frac{2^8-2}{2^8-1}\frac{17\varphi^8}{3.3.5.7.8} + \text{u.s.w.}$$

Die Differenziation dieser beiden Reihen giebt noch:

$$\cot.\varphi.\ \text{und } 2\ \text{cosec.}\ 2\varphi,\ \text{also leicht cosec.}\ \varphi.$$

Ich hätte mich begnügen können, die ersten Glieder der Reihe für den Logarithmen des Cosinus eines Bogens nachzuweisen und anzuführen, ich habe aber, da es so kurz geschehen konnte, den nahen Zusammenhang anderer Reihen mit derjenigen, nach welcher die Tangente eines Winkels durch den Bogen ausgedrückt wird, zeigen wollen. Das Gesetz der Coeffizienten dieser letztern bleibt in jenen immer sichtlich.

Wenn der Bogen φ klein genug ist, um die Gröfsen, die von dessen vierter und höhern Potenzen abhängen, vernachlässigen zu dürfen, so ist also:

$$\lg\left(\cos\frac{\varphi}{2}\ .\ \cos\frac{\varphi}{4}\ldots\right) = -\frac{1}{2^2-1}\frac{\varphi^2}{2} = -\frac{1}{3}\frac{\varphi^2}{2}$$

In dem Falle aber ist auch $-\frac{1}{3}\frac{\varphi^2}{2} = \frac{\lg\cos\varphi}{3}$, folglich auch für gewöhnliche Logarithmen:

$$\lg\sin\varphi = \lg\varphi'' + \lg\text{arc } 1'' - \left(10 - \frac{\lg\cos\varphi}{3}\right)$$

$$\lg\tan\varphi = \lg\varphi'' = \lg.\ \text{arc } 1'' - \left(10 + \tfrac{2}{3}\lg\cos\varphi\right)$$

Formeln, die auch umgekehrt, einen gleich leichten Gebrauch haben. Diese besondere Vorschrift für Logarithmen der Sinusse und Tangenten kleiner Winkel findet sich ohne Beweis in der Vorrede zu den grofsen Taylorschen Tafeln.

In jedem Falle aber hat man die genaue Gleichung:

$$\lg\sin\varphi = \lg\varphi + \lg\cos\frac{\varphi}{2} + \lg\cos\frac{\varphi}{4} + \ldots + \lg\cos\frac{\varphi}{2^n} + \tfrac{1}{3}\lg\cos\frac{\varphi}{2}.$$

$$\lg\tang\varphi = \lg\varphi - \lg\cos\varphi + \lg\cos\frac{\varphi}{2} + \ldots + \lg\cos\frac{\varphi}{2^n} + \tfrac{1}{3}\lg\cos\frac{\varphi}{2^n}.$$

wenn nemlich $\frac{\varphi}{2^n}$ klein genug, dafs in der Rechnung $\frac{\varphi^4}{2^{4n}}$ keine Dezimalstellen mehr hineinbringt die man mitzunehmen Willens wäre. Beim Gebrauch der Logarithmen mit 7 Dezimalen kann man setzen:

$$\lg\sin 3^\circ = \lg 10800 + \lg.\sin 1'' - \tfrac{1}{3}\left(10 - \lg\cos 3^\circ\right)$$

und in Tafeln mit zehn Dezimalen:

$$\lg\sin 0^\circ\, 30' = \lg 1800 + \lg\sin 1'' - \tfrac{1}{3}\ \text{Ar Compl. cos. } 0^\circ\, 30',$$

ohne um eine Einheit in der letzten Dezimalstelle zu irren.

§. 4. Die Dreiecke auf der Oberfläche der Erde werden angesehen, als auf die Oberfläche einer Kugel beschrieben, deren Halbmesser der Krümmungshalbmesser der ellipsoidischen Fläche für 45 Grad Azimuth ist. Dieser mufs eigentlich zur Berechnung des Ueberschusses der drei Winkel eines bestimmten Dreiecks über zwei rechte angewendet werden, um die Summe der beobachteten auf den Horizont reduzirten Winkel genau zu erhalten. Die Berechnung der Seiten eines solchen Dreiecks, oder auch eines Netzes, hat keine Schwierigkeit. Die erste Seite oder Basis darf nicht einmal erst als ein Bogen ausgedruckt werden, wenn man es nicht bequem findet. Man mufs nur bemerken, dafs wenn man den Logarithmen der Basislänge B nach einem bekannten Maafse in Rechnung genommen, statt des Sinus des Bogens, welcher die Länge B, den mittlern Radius der Krümmung r°, zum Halbmesser hat, dieser Logarithme um $(\lg r^\circ + \lg \frac{B}{r^\circ} - \lg \sin \frac{B}{r^\circ}$; oder) $\lg r^\circ + \frac{1}{3}$ A. c. $\lg \cos \frac{B}{r^\circ}$ gröfser ist, als wenn man (wie es eigentlich geschehen sollte) $\lg \sin \frac{B}{r^\circ}$ zum Grunde gelegt hätte. Folglich mufs, wenn genau zu irgend einem Logarithmen einer Dreiecksseite die Länge gesucht wird, von demselben die beständige Zahl $\lg r^\circ + \frac{1}{3}$ a. c. $\lg \cos \frac{B}{r^\circ}$ subtrahirt, und zum Rest als lg Sinus die entsprechende Correction gesucht werden, um den Logarithmen des Bogens zu erhalten, zu welchem $\lg r^\circ$ addirt, den Logarithmen der gesuchten Seite für die Zahl der enthaltenden Längeneinheiten giebt.

Ist ein solcher Logarithme L, so erhält man die Logarithme der Längenzahl der Seite, wenn man demselben zusetzt ein Drittel des arithmetischen Complements des Logarithmen Cosinus eines Winkels, dessen Logarithme vom Sinus gleich $L - \lg r^\circ$ ist und $\frac{1}{3}$ a. c. $\lg \cos \frac{B}{r^\circ}$ wegnimmt. Wenn die Auflösung der kleinen sphärischen Dreiecke die Tangenten der Seiten zu gebrauchen fordert, so wird das für die Sinusse bemerkte hinreichen, um zu wissen, wie man in diesem Falle verfahren müsse.

§. 5. Von den in einer Messung aufgenommenen Punkten werden am Ende die Unterschiede der Breite und Länge berechnet. Den Abstand dieser Punkte von zwei auf einander rechtwinklichten Linien zu berechnen, ist eine überflüfsige Operation, wenn man nichts besonders dadurch beabsichtiget, und wie sie gewöhnlich vollführt wird, da man die Dreiecke als in einer Ebene liegend ansieht, offenbar wenig genau, und ungeschickt zu

einem weitern genauen Calcul. Diese Methode schreibt sich aus den Zeiten her, wo sie zulässig war, jetzt darf sie nur zum Entwurfe geringerer Distrikte dienen, und nur wenn keine besondere Genauigkeit erforderlich ist, auf grofse Weiten sich erstrecken.

Um die Differenz der Breiten und Längen der verschiedenen Dreieckspunkte zu berechnen, bedarf man bekanntlich nur die Breite von einem der Punkte A und die Richtung einer von diesem Punkte ausgehenden Seite AB gegen den Meridian zu kennen.

Es sei PN die Axe der Erde Fig. 1., $AN = N$, die Normale auf der Oberfläche für den Punkt A, $AO = r'$ der Radius der Krümme der Erdoberfläche für die Vertikalebene ANB, in welcher AB liegt, also $AO = BO$ und AB ist als Bogen oder als Chorde aus den Dreiecken gegeben. AO und AN sind es nach der angenommenen Hypothese der Erdfigur der bekannt gesetzten Breite vom Punkte A oder der Kolatitude $K = PNA$, und des bekannten Azimuths A der Vertikalebene ANB; mithin können die Winkel AOB, ANB nach den Lehren der ebenen Trigonometrie gefunden werden, letzteren nenne ich γ.

Die drei Linien PN, AN, BN, welche sich im Punkte N vereinigen, bilden ein sphärisches Dreieck, in welchem nunmehr gegeben sind: der Winkel ANB oder Seite AB (Fig. 2.) $= \gamma$, der Winkel PNA oder Seite PA $= K$ und der Winkel der Ebenen ANB und ANP oder der Winkel A des sphärischen Dreiecks, welches das Azimuth von B aus A ist.

Es sei BD rechtwinklicht auf PA, so ist nach den bekannten Gleichungen für sphärische Dreiecke

$$\cos A \operatorname{tang} \gamma = \operatorname{tang} AD = \operatorname{tang} q \text{ gesetzt}$$
$$\sin A \sin \gamma = \sin BD = \sin p$$
$$\frac{\operatorname{tang} p}{\sin (K - q)} = \operatorname{tang} APB = \operatorname{tang} \lambda$$

q, p, λ können nach obigen so scharf man will gefunden werden. λ ist die wahre Differenz der Länge der Punkte A und B.

$\cos DBP = \sin \lambda \cos (P - q)$ sey gleich $\sin c$, so ist $c = 90 - DBP$ $= PDB - DBP$.

c ist, was man die Convergenz des Meridians durch B in dessen Parallel mit dem Meridian von A nennt.

Weil aber $\operatorname{tang} \frac{BP - DP}{2} = \operatorname{tang} \frac{1}{2} p \operatorname{tang} \frac{1}{2} c$, so ist:

$$PB - PA = - q + 2 \text{ arc tang} (\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} p \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} c).$$

Den Winkel ABP zu finden, darf man nur den Ueberschufs der drei Winkel des Dreiecks ABD über zwei rechte suchen, er sei $= \omega$, so ist

$$ABP = 180° - A + \omega - c.$$

Diese Auflösung des sphärischen Dreiecks gewährt eine sehr scharfe Berechnung, sobald man die Logarithmen der Sinusse und Tangenten kleiner Winkel, und umgekehrt aus ihnen die Winkel mit erforderlicher Genauigkeit auffinden kann, wie gezeigt worden, und deswegen ist sie hier aufgestellt. Sonst dürfte man das Dreieck PAB nur unmittelbar nach allen zu suchenden Theilen auflösen, und man hätte, die vorigen Hauptbenennungen beibehalten,

$$\frac{\sin A \operatorname{tang} \gamma}{\sin K} \left(\frac{1}{1 - \cot K \cos A \operatorname{tang} \gamma} \right) = \operatorname{tang} \lambda$$

$$\cot \tfrac{1}{2} A \, \frac{\sin \frac{1}{2} (K - \gamma)}{\sin \frac{1}{2} (K + \gamma)} = \operatorname{tang} \frac{B - \lambda}{2}$$

mithin B bekannt, und dann:

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} \gamma \, \frac{\sin \frac{1}{2} (A - B)}{\sin \frac{1}{2} (A + B)} = \operatorname{tang} \frac{PB - PA}{2}$$

Auch hier kommen kleine Winkel vor, aber wegen der zweiten Gleichung wird die Berechnung ängstlich, um den Winkel B genau zu erhalten. Die erste Gleichung ist mit Vorsatz so gewählt, da sie λ am schärfsten giebt. Wenn man hiernach rechnen will, so mache man, nachdem A spitz oder stumpf ist,

$$\tfrac{1}{2} \lg (\cot K \cos A \operatorname{tang} \gamma) = \lg \sin x, \text{ oder } = \lg \operatorname{tang} x$$

und man erhält im ersten Falle:

$$\lg \operatorname{tang} \lambda = \lg \frac{\sin A \tan \gamma}{\sin K} - 2 \lg \cos x;$$

im andern:

$$\lg \operatorname{tang} \lambda = \lg \frac{\sin A \tan \gamma}{\sin K} + 2 \lg \cos x.$$

Nach diesen Formeln geht die Rechnung besser von statten, als wenn man für tang λ eine nach Potenzen von tan γ fortschreitende Reihe gebraucht, die aus des Bruches $\frac{1}{1 - \cot K \cos A \operatorname{tang} \gamma}$ Entwickelung entsteht.

Es ist nicht jedes Mal von besonderm Vorzug, Gröfsen in Reihen gestellt zu haben, indessen obwohl man sie für die Anwendung auf die gegenwärtige Abhandlung hinausgeht, entbehren kann, darf ich mir doch erlauben, hier ein paar anzuführen, die in unmittelbar theoretischer Verbindung stehen. Im vorigen ist die Differenz von PA und PB abhängig vom

Winkel P und andern Vorbestimmungen gefunden, sie läfst sich aber unmittelbar angeben. Ich schreibe nur noch für PA den Buchstaben C.

Es ist nach den Gleichungen der sphärischen Trigonometrie

$$\sin\tfrac{1}{2}C = \sin\frac{K-\gamma}{2}\sqrt{\left(1+\frac{\sin K\ \sin\gamma}{\sin^2\frac{K-\gamma}{2}}\sin^2\tfrac{1}{2}A\right)} \text{ und}$$

$$\cos\tfrac{1}{2}C = \cos\frac{K-\gamma}{2}\sqrt{\left(1-\frac{\sin K\ \sin\gamma}{\cos^2\frac{K-\gamma}{2}}\sin^2\tfrac{1}{2}A\right)}$$

folglich $\sin\tfrac{1}{2}(C-K+\gamma) =$

$$\tfrac{1}{2}\sin(K-\gamma)\left(\sqrt{1+\frac{\sin K\sin\gamma\sin^2\frac{1}{2}A}{\sin^2\frac{K-\gamma}{2}}}-\sqrt{1-\frac{\sin K\sin\gamma\sin^2\frac{1}{2}A}{\cos^2\frac{K-\gamma}{2}}}\right).$$

Hieraus erhält man nach gehöriger Entwickelung, und wenn man um abzukürzen, δ statt $\frac{4\sin K\sin\gamma\sin^2\frac{1}{2}A}{\sin^2 K-\gamma}$ schreibt,

$$\sin\frac{C-K+\gamma}{2} = \tfrac{1}{2}\sin(K-\gamma)\Big[\delta+\left(\sin^4\frac{K-\gamma}{2}-\cos^4\frac{P-\gamma}{2}\right)\frac{\delta^2}{2.4}$$
$$+\left(\sin^6\frac{K-\gamma}{2}+\cos^6\frac{K-\gamma}{2}\right)\frac{3.\delta^3}{2.4.6}+\left(\sin^8\frac{K-\gamma}{2}-\cos^8\frac{K-\gamma}{2}\right)\frac{3.5.\delta^4}{2.4.6.8}$$
$$+\left(\sin^{10}\frac{K-\gamma}{2}+\cos^{10}\frac{K-\gamma}{2}\right)\frac{3.5.7.\delta^5}{2.4.6.8.10}+\text{etc.}\Big]$$

Hiemit wäre durch eine schnell genug convergirende Reihe, um sich an den ersten drei Gliedern begnügen zu können, der Sinus und mithin auch der Bogen $\frac{C-K+\gamma}{2}$ bekannt, von welchem man nur den bekannten Bogen $\frac{\gamma}{2}$ subtrahiren darf, um $\frac{C-K}{2}$ mit aller verlangten Schärfe zu haben.

Eine Art ähnlicher Reihe findet man für den Sinus der halben Differenz des Winkels und entgegenstehender Seite eines sphärischen Dreiecks. Es seien, da die Benennungen hier sich nicht aufs vorige beziehen dürfen, a, b, c die drei Seiten des sphärischen Dreiecks, C der der Seite c entgegenstehende Winkel.

Da nun: $\sin\tfrac{1}{2}C = \sqrt{\dfrac{\sin^2\frac{c}{2}-\sin^2\frac{a-b}{2}}{\sin a\ \sin b}}$

und auch: $\cos\tfrac{1}{2}C = \sqrt{\dfrac{\cos^2\frac{c}{2}-\cos^2\frac{a+b}{2}}{\sin a\ \sin b}}$; so ist

$$\sin\frac{C-c}{2}=\frac{\sin c}{2\sqrt{\sin a\ \sin b}}\left(\sqrt{\left(1-\frac{\sin^2\frac{a-b}{2}}{\sin^2\frac{c}{2}}\right)}-\sqrt{\left(1-\frac{\cos^2\frac{a+b}{2}}{\cos^2\frac{c}{2}}\right)}\right)$$

setzt man nun $\frac{a-b}{2}=d$ und $\frac{a+b}{2}=s$ und entwickelt jenen Werth von $\sin\frac{C-c}{2}$ so erhält man

$$\sin\frac{C-c}{2}=\frac{\sin c}{2\sqrt{\sin a\sin b}}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\cos^2 s}{\cos^2\frac{c}{2}}-\frac{\sin^2 d}{\sin^2\frac{c}{2}}\right)+\frac{1.1}{2.4}\left(\frac{\cos^4 s}{\cos^4\frac{c}{2}}-\frac{\sin^4 d}{\sin^4\frac{c}{2}}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{1.1.3}{2.4.6}\left(\frac{\cos^6 s}{\cos^6\frac{c}{2}}-\frac{\sin^6 d}{\sin^6\frac{c}{2}}\right)\text{ etc.}\right)$$

Eine bequeme Formel für die Reduction der in einer schiefen Ebene gemessenen Winkel auf die horizontale. In diesem Falle sind nemlich $\cos s$, $\sin d$ sehr klein, dafs man sich häufig mit dem ersten Gliede der Reihe begnügen, und auch noch oft $\sqrt{\sin a\ \sin b}=1$ setzen darf. In welchem Falle dann die nicht unbekannte Formel erscheint:

$$\sin\frac{C-c}{2}=\frac{1}{2}\text{tang}\,\frac{1}{2}c\cos^2\frac{a+b}{2}-\frac{1}{2}\cot\frac{1}{2}c\sin^2\frac{a-b}{2}$$
$$\frac{C-c}{2}=\frac{1}{2}\text{tang}\,\frac{1}{2}c\left(\frac{\pi-a-b}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\cot\frac{1}{2}c\left(\frac{a-b}{2}\right)^2.$$

Es ist noch ein Weg übrig, $C-K$ unmittelbar im Bogen zu erhalten, welchen man in vielen ähnlichen Fällen betreten kann. Die Gleichung

$$\cos C=\cos K\cos\gamma+\sin K\sin\gamma\cos A$$

differenzire man, indem man blofs C und γ als veränderlich betrachtet, so findet man daraus den Werth von $\frac{dC}{d\gamma}$; man sehe $d\gamma$ als beständig an, differenzire den Werth von $\frac{dC}{d\gamma}$ und dividire mit $d\gamma$. Für das in $\frac{ddC}{d\gamma^2}$ vorkommende $\frac{dC}{d\gamma}$, setze man den Werth, welcher zuvor dafür gefunden, und mache auf ähnliche Weise $\frac{d^3C}{d\gamma^3}$ etc. Man mache dann in diesen Differenzialwerthen $\gamma=0$ und $C=K$, so hat man

$$C-K=\frac{dC}{d\gamma}\gamma+\frac{ddC}{d\gamma^2}\frac{\gamma^2}{2}+\frac{d^3C}{d\gamma^3}\frac{\gamma^3}{2.3}+\text{etc.}$$

Im gegenwärtigen Fall wird erhalten

$$C-K=-\cos A.\gamma+\cot K\sin^2 A.\frac{\gamma^2}{2}+\cos A\sin^2 A\,(1+3\cot^2 K)\frac{\gamma^3}{2.3}+\text{etc.}$$

Man könnte auch die von Herrn de la Grange gegebenen Reihenwerthe für Winkel und Seiten sphärischer Dreiecke in diesem Falle anwenden; diesen zufolge ist

$$\lambda = \left(\text{tang}\,\frac{K}{2} + \cot\frac{K}{2}\right)\sin A\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\gamma - \left(\text{tang}^2\,\frac{K}{2} - \cot^2\frac{K}{2}\right)\frac{\sin 2A\,\tan^2\tfrac{1}{2}\gamma}{2}$$
$$+ \left(\text{tang}^3\,\frac{K}{2} + \cot^3\frac{K}{2}\right)\frac{\sin 3A\,\tan^3\tfrac{1}{2}\gamma}{3}\ \text{etc.}$$

$$B = \pi - A + \left(\text{tang}\,\frac{K}{2} - \cot\frac{K}{2}\right)\sin A\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\gamma - \left(\tan^2\frac{K}{2} + \cot^2\frac{K}{2}\right)\frac{\sin 2A\,\tan^2\tfrac{1}{2}\gamma}{2}$$
$$+ \left(\tan^3\frac{K}{2} - \cot^3\frac{K}{2}\right)\frac{\sin 3A\,\tan^3\tfrac{1}{2}\gamma}{3}\ \text{etc.}$$

$$\frac{C-K}{2} = \tfrac{1}{2}\gamma - \text{tang}\,\tfrac{1}{2}B\cot\tfrac{1}{2}A\sin\gamma + \tan^2\tfrac{1}{2}B\cot^2\tfrac{1}{2}A\sin^2\gamma - \tan^3\frac{B}{2}\cot^3\frac{A}{2}\sin^3\gamma\ \text{etc.}$$

Allein der Werth für $\frac{C-K}{2}$ ist nicht in diesem Falle brauchbar.

§. 6. Der gefundene Winkel B ist nicht das wahre Azimuth von A, wie es auf der ellipsoidischen Fläche in B beobachtet werden würde. Auch ist C nicht die wahre Colatitude von B, denn die Normale in B ist nicht mehr BN sondern Bn (Fig. 3.). Wenn α die Abplattung,

so ist: $Nn = -\dfrac{(2\alpha + \alpha^2)\ N\sin K\,.\,\Delta K}{1 + (2\alpha + \alpha^2)\sin^2 K}$

oder blofs $-(2\alpha + \alpha^2)\,N\sin K\,(C-K)$

mithin der Winkel $NBn = -(2\alpha + \alpha^2)\sin^2 K\,(C-K)$

Dies ist die Correction der Differenz der sphärisch gefundenen Breite. Sie ist jedesmal positiv zu nehmen und mufs zu der gefundenen sphärischen Breitendifferenz $C-K$ hinzugesetzt werden.

Denkt man sich (Fig. 4.) durch B eine Linie Bt rechtwinklicht auf BN in der Ebene des Meridians, so machen die drei in B zusammentreffenden Linien tB, AB, NB ein sphärisches Dreieck, in welchem die Seiten tBN, ABN (in Fig. 5. tN, NA) rechte Winkel sind; der davon eingeschlossene Winkel, der Winkel der Ebenen tBN, NBA (der Winkel N Fig. 5.) ist das gefundene sphärische Azimuth B. Nun ändert sich NB und geht in nB über, also ändert sich im sphärischen Dreieck tNA (Fig. 5.) die tN in tn, und der Winkel der Ebenen tBn, nBA (in der Figur 5. der Winkel tnA) ist das wahre Azimuth.

Nun ist Nn (Fig. 5.) gleich dem oben bemerkten Winkel NBn (Fig. 3. und 4.), und da

$$\operatorname{tang} NnA = \frac{\operatorname{tang} B}{\cos Nn}, \text{ so ist}$$

$$NnA - B = \frac{\sec Nn - 1}{\sec Nn + 1} \sin 2B + \text{etc.}$$

$$= \tfrac{1}{4}(2\alpha + \alpha^2)^2 \sin^4 K.(C - K)^2 \sin 2B$$

die Correction des Azimuths. Das Zeichen von sin $2B$ entscheidet, ob sie zum Winkel B addirt oder davon subtrahirt werden mufs, um das wahre Azimuth zu erhalten.

§. 7. Die Breitenbestimmungen hat man in der letzten französischen Gradmessung, so wie in der neulich in Lappland wiederholten, durch den Polarstern mit glücklichem Erfolg bewerkstelliget. Wenn auch dieses Mittel in den dem Aequator nahe gelegenen Ländern nicht sicher genug sein kann, weil man mehr von der Refraction zu fürchten hätte, so verdient doch die Vorzüglichkeit dieser Methode für die andern Erdzonen die gröfste Aufmerksamkeit, da der Gebrauch des Wiederholungskreises so allgemein wird. Ohne dies Instrument wäre jene Methode nie in Ausübung gekommen, wenigstens nicht bei höchst genauen Beobachtungen. Indessen hat man bisher zur Bestimmung der Polhöhe nur die Beobachtungen der gröfsten und kleinsten Höhe gebraucht, oder vielmehr die in der Nähe der obern und untern Culmination gemessene Zenitentfernungen auf jene reduzirt. Hierdurch wird der Vortheil erhalten, unabhängig von jedem andern Beobachter und vorzüglich unabhängig vom Einflusse der Vorrückung der Nachtgleichen, der Nutation und vielleicht auch nach der eignen Bewegung des Sterns, die Polhöhe zu bestimmen.

Diese Vortheile sind viel zu wichtig, als dafs man sie aus den Augen verlieren und der Bequemlichkeit aufopfern dürfe. Indessen ist die Jahrszeit, in welcher man diesen Stern in seiner gröfsten und kleinsten Höhe beobachten kann, in unsern nördlichern Klimaten sehr ungünstig, selbst für den, in seiner für beständig angelegten Sternwarte, beobachtenden Astronomen. Es kann daher nicht ganz gleichgültig sein, eine Beobachtungsmethode dieses Sterns zu kennen, welche die Vortheile jener hat, und in andern Zeitperioden, als im Anfange des Winters, vorgenommen werden kann. Das Gefühl dieses Bedürfnisses hat mich ganz natürlich auf die Idee gebracht, dafs nicht nur in der obern und niedern Culmination, sondern überhaupt zwei, zwölf Sternstunden von einander entfernte Höhenbeobachtungen, denselben Zweck zu erreichen hinlänglich sind. Man darf hiebei

hiebei keinesweges auf die Vervielfältigung der Zenitabstände Verzicht thun, der etwas zusammengesetztere Calcul aber kann keinem Geographen als ein Hindernifs der Anwendung dieser Methode erscheinen.

Es sei die Colatitude eines Ortes K, des Sterns Polardistanz D, Zenitdistanz Z im Moment, wo dessen Stundenwinkel t ist, so hat man

$$\cos Z = \cos D \cos K + \sin D \sin K \cos t.$$

Zwölf Sternstunden hernach, wo statt t gesetzt werden mufs $\cos 180 + t = -\cos t$ und des Sterns Zenitentfernung Z'

$$\text{ist also: } \cos Z' = \cos D \cos K - \sin D \sin K \cos t$$

$$\text{also: } \cos Z + \cos Z' = 2 \cos D \cos K;$$

$$\frac{\cos Z - \cos Z'}{\cos t} = 2 \sin D \sin K;$$

$$\cos (D + K) = \tfrac{1}{2} \cos Z \left(1 - \frac{1}{\cos t}\right) + \frac{\cos Z'}{2} \left(1 + \frac{1}{\cos t}\right);$$

$$\cos (D - K) = \tfrac{1}{2} \cos Z \left(1 + \frac{1}{\cos t}\right) + \frac{\cos Z'}{2} \left(1 - \frac{1}{\cos t}\right);$$

aus welchen Gleichungen man so wohl D als K erhält.

Hiezu aber wäre erforderlich, dafs t bekannt wäre; t aber als absoluter Stundenwinkel hängt von der scheinbaren Rectascension des Sterns ab. Nun läfst sich zwar t bestimmen, wenn nemlich ζ und ζ' noch zwei Zenitabstände wären für die Stundenwinkel $t + \vartheta$ und $180 + t + \vartheta$. Wo ϑ unmittelbar durch die Uhr bekannt ist. Nun hätte man nach

$$\frac{\cos \zeta - \cos \zeta'}{\cos (t + \vartheta)} = 2 \sin D \sin K$$

$$\text{also } \frac{\cos \zeta - \cos \zeta'}{\cos (t + \vartheta)} = \frac{\cos Z - \cos Z'}{\cos t}$$

eine Gleichung, aus welcher sich t und mithin das obige bestimmen läfst.

Nicht selten geschieht es, dafs das Praktische wegen unausweichlichen, sonst auch gar nicht erheblichen Fehlern doch nicht erlaubt, aus gewissen Beobachtungen Folgen zu ziehen, in welchen jene Irrthümer zu grofsen Einflufs haben. Dies würde hier wenigstens bei der Anwendung auf den Polarstern der Fall sein. Ich verweile daher nicht bei jener Entwickelung, da wirklich die Gröfse t mehr als hinlänglich genau durch die nach den Astronomen bestimmte Rectascension des Sterns ausgemittelt werden kann, in so fern sie hier nöthig ist.

In der That darf man sich nur an die erste Gleichung halten, worin t gar nicht vorkömmt, wenn es blofs darum zu thun ist, die Breite zu fin-

den. Denn man hat selbst D genau genug bekannt, um es in der Gleichung $\frac{\cos Z + \cos Z'}{2 \cos D} = \cos K$ gebrauchen zu dürfen. Denn den Fehler in D, dD gesetzt, so hat man

$$dK = \cot K \tang D . dD$$

Man sieht aus dieser Formel, daſs der Fehler der Deklination des Sterns einen unbedeutenden Einfluſs auf die zu bestimmende Breite hat, indem jener zu diesem im Verhältniſs der Cotangente der Breite zur Tangente der Poldistanz des Sternes steht. Es ist nicht sehr wahrscheinlich, daſs man je an Orten, wo der Fehler der Deklination des Sterns durch diese Methode nicht hinlänglich in der Breite verringert würde, Beobachtungen dieser Art anstellen werde. Unter dem Polarkreise beträgt der Fehler der Breite $\frac{1}{14}$, und unter dem 45sten Grade der Breite $\frac{1}{33}$ des Fehlers der Deklination des Sterns.

Es läſst sich leicht vermuthen, daſs die Fehler in den beobachteten Zenitentfernungen wenig anders nachtheilig als bei wirklichen Meridianbeobachtungen wirken. Setzt man Z, Z' und K veränderlich, so hat man:

$$dK = \frac{\sin Z . dZ + \sin Z' dZ'}{2 \sin K \cos D},$$ wenn beide Fehler in demselben Sinne liegen. Und da Z, Z' nicht sehr von K verschieden sind, $\cos D$ beinahe Eins ist; so sieht man, daſs dK beinahe gleich $\frac{dZ + dZ'}{2}$ wie bei den Meridianbeobachtungen, daſs also, auch wenn die Fehler der Beobachtungen gleich und im entgegengesetzten Sinne liegen, sie sich beinahe aufheben.

Kennte man den Gang der Uhr nicht hinlänglich genau, so daſs der Zwischenraum von 12 Sternstunden nach der Uhr fehlerhaft wäre, so würde in der Formel

$$\cos Z' = \cos D \cos K + \sin D \sin K \cos (180 + t)$$

die Gröſse $180 + t = 180 + \omega + t$ sein, und man erhielte

$$dZ' = - \frac{\sin D \sin K \sin t . \omega}{\sin Z'}$$

Da aber Z von diesem Fehler frei, also in Beziehung auf den Gang der Uhr $dZ = o$ gesetzt werden muſs, so hat man vermöge der vorigen Gleichung:

$$dK = - \tfrac{1}{2} \tang D \sin t . \omega$$

Diesem Irrthum auszuweichen steht aber gänzlich in der Macht des Beobachters. Man darf den Mangel der Kenntniſs des Ganzen der Uhr um

so weniger voraussetzen, da nicht nur die Zeitbestimmung an sich so leicht ist, sondern auch Breitenbeobachtungen, wenn man auf die gröſste Genauigkeit Anspruch macht, wenigstens mehrere Tage dauern, daſs es also zu jenem Zwecke nicht an Gelegenheit fehlen kann. Die auseinandergesetzte Methode hat übrigens nicht zur ausschlieſslichen Bedingung, daſs die Beobachtungen nur um 12 Sternstunden von einander verschieden seien, sondern es kann auch irgend ein ungerades Vielfaches dieser Zeit sein. Dann muſs aber auch für die Aenderung der Aberration und Nutation Rechnung getragen werden, nicht allein für die Deklination sondern auch wegen Bestimmung des Stundenwinkels in Beziehung auf die Rectascension, und es ist wohl überflüssig zu erinnern, daſs für beträchtliche Zeiträume zwischen den Beobachtungen dasselbe nicht ganz genau ein ungerades Vielfaches von 12 Sternstunden sein muſs, da der Stern eigentlich unter Stundenwinkeln, die 180 Grade von einander verschieden sind, zu beobachten ist.

Der Gebrauch des Wiederholungskreises zu diesen Beobachtungen erfordert die Reduktion der in verschiedenen wenig von einander entfernten Zeitpunkten geschehenen Beobachtungen auf denselben Moment. Für diese Reduktion nun ist eigentlich nur die Kenntniſs des Stundenwinkels des Sterns nöthig. Es sei t derjenige auf welchen alle Messungen bezogen werden sollen. In diesen Zeitpunkt sei der Zenitabstand des Sterns z, z' aber in den Zeitpunkt wo der Stundenwinkel t' geworden. So ist:

$$\cos z - \cos z' = \sin D \sin K (\cos t - \cos t'); \text{ und}$$

$$\sin \frac{z'-z}{2} = \frac{\sin D \sin K \sin \frac{t'+t}{2} \cdot \sin \frac{t'-t}{2}}{\sin \frac{z'+z}{2}} = \frac{k}{\sin \frac{z'+z}{2}} \text{ gesetzt,}$$

$$\text{so ist: } \operatorname{tang} \frac{z'-z}{2} = \frac{k + (k - \cos z) \operatorname{tang}^2 \frac{z'-z}{2}}{\sin z}$$

wodurch sich also $\frac{z'-z}{2}$ Näherungsweise mit willkührlicher Genauigkeit finden läſst.

Setzt man nemlich nach $\frac{k}{\sin z} = l$, so hat man:

$$\operatorname{tang} \frac{z'-z}{2} = l - \cot z \cdot l^2 + (1 + 2 \cot^2 z) l^3 - \text{etc.}$$

Dies ist nur eine Form dieser Rechnung; andere lassen sich nachweisen und auch aus den in dieser Abhandlung vorkommenden herleiten.

Ueber

den Druck belasteter Balken auf ihre Unterstützungen, wenn deren mehr als zwei sind.

Von Herrn Eytelwein. *)

§. 1.

Unter die vielen Gegenstände über welche der Architekt noch vergeblich Belehrung von Seiten der Mechanik sucht, gehört auch die Bestimmung des Drucks, welchen die Belastung eines Gebäudes auf einzelne Unterstützungen verursacht. Es ist kaum glaublich, daſs diese dem Anscheine nach mit wenig Schwierigkeiten verbundene Untersuchung, bis jetzt für den Architekten ganz unbefriedigend ausgefallen ist, so bald verlangt wird, den Druck auf mehr als zwei in einer graden Linie liegende Unterstützungen anzugeben. Die bedeutende Belastung bei Magazinen und ähnlichen Gebäuden, erfordert unstreitig, wenn alle Theile der Unterstützungen verhältniſsmäſsig tragen sollen, daſs die Vertheilung des Drucks bekannt sei, um hiernach die möglichst solide Konstrukzion des Gebäudes anzuordnen. Es scheint mir daher von Wichtigkeit zu sein, über den Druck, welchen einzelne Stützen eines Balkens leiden, einige Untersuchungen anzustellen, da L. Euler in seiner Abhandlung von dem Druck auf unbiegsame Flächen **), diesen Fall ganz unbestimmt gelassen, und d'Alembert ***) diese schwierige Aufgabe besonders empfiehlt, nachdem er zuvor das Unbestimmte derselben gezeigt hat.

Zur Erleichterung der Untersuchung wird anfänglich vorausgesetzt werden, daſs die belastete Linie fest, unbiegsam und ohne Schwere sei,

*) Gelesen den 10ten Januar 1805.

**) De Pressione ponderis in planum cui incumbit. Auct. L. Eulero. Novi Commentarii Acad. scient. Petropolit. Tom. XVIII pro Anno 1773. p. 289. etc.

***) Opuscules mathématiques. Par M. d'Alembert. Tom. VIII. Paris 1780. p. 36. etc.

weil es weiterhin leicht ist, die noch erforderlichen Bedingungen hinzu zu fügen.

§. 2. Eine grade, feste, unbiegsame Linie AC (Figur 1.) welche hier wagerecht und ohne Schwere angenommen wird, sei in den Punkten A, B, C, so unterstützt, daſs die höchsten Punkte der Unterlagen in eine grade Linie fallen, und in G sei ein Gewicht P aufgehängt; man sucht die Pressungen Q, Q', Q'' auf die Unterstützungen bei A, B, C.

Es sei $AG = a$, $AB = c$, $AC = e$; so erhält man nach statischen Gründen für das Gleichgewicht, wenn anstatt der Pressungen auf A, B, C, die Kräfte Q, Q', Q'' senkrecht auf den Hebel angebracht werden:

$$\text{(I)} \quad P = Q + Q' + Q'' \text{ und}$$
$$\text{(II)} \quad aP = cQ' + eQ''$$

und mehr als diese beiden Gleichungen, lassen sich nach statischen Gründen aus den Bedingungen der Aufgabe für die drei unbekannten Gröſsen Q, Q', Q'' nicht ableiten, woraus auf die Unbestimmtheit der Aufgabe geschlossen werden kann. Denn aus der Verbindung vorstehender Gleichungen erhält man:

$$Q' = \frac{(e-a)P - eQ}{e-c} \text{ und}$$
$$Q'' = \frac{(a-c)P + cQ}{e-c}.$$

Wird daher Q willkührlich angenommen, so läſst sich daraus Q' und Q'' bestimmen; woraus folgt, daſs wegen der unendlichen Menge von verschiedenen Werthen, die Q erhalten kann, die Auflösung unbestimmt ist und daſs nothwendig eine dritte Gleichung zwischen den unbekannten Gröſsen erfordert wird, wenn der Druck auf jede Unterstützung einen bestimmten Werth erhalten soll.

Weil die Statik keine Hülfsmittel darbietet, um zu einer dritten Gleichung zu gelangen, so muſs irgend eine Voraussetzung aufgesucht werden, welche der Natur des Gegenstandes angemessen ist.

§. 3. Unter mehreren Voraussetzungen zur Erreichung des vorgesetzten Zwecks, scheint die von L. Euler Aufmerksamkeit zu verdienen, wenn man annimmt:

daſs jede Unterstützung einen sehr geringen Eindruck in den Boden macht, und daſs die Tiefe des Eindrucks mit dem Druck auf die Stütze im Verhältniſs stehet.

Die Folge wird lehren, in wie fern hierdurch Resultate erhalten werden, welche gegen diese Hypothese keine Zweifel übrig lassen.

Gesetzt, die Stützen bei A, B, C (Figur 2.) hätten jede um irgend einen unendlich kleinen Theil AA', BB', CC' dem Druck, welcher von P entstehet, nachgegeben, die feste unbiegsame Linie AC sei also in die unendlich nahe Lage $A'C'$ gekommen, und die Tiefen AA', BB', CC' verhielten sich wie die Pressungen Q, Q', Q''; man ziehe $C'A''$ mit CA parallel, so verhält sich, weil $A'C'$ eine grade unbiegsame Linie ist:

$$A'A'' : B'B'' = A''C' : B''C' \text{ oder}$$
$$Q-Q'' . Q'-Q'' = e : e-c.$$

Hieraus erhält man

$$Q = \frac{eQ' - cQ''}{e-c}.$$

Nach §. 2. (I.) ist ferner

$$Q = P - Q' - Q'', \text{ daher}$$
$$Q' = \frac{(e-c)P + (2c-e)Q''}{2e-c}.$$

Ferner ist nach §. 2. (II.)

$$Q' = \frac{aP - eQ''}{c}$$

folglich der gesuchte

$$\text{Druck auf } A, \text{ oder } Q = \frac{c^2 + e^2 - ac - ae}{2(c^2 + e^2 - ce)} P$$

$$\text{Druck auf } B, \text{ oder } Q' = \frac{e^2 + 2ac - ae - ce}{2(c^2 + e^2 - ce)} P$$

$$\text{Druck auf } C, \text{ oder } Q'' = \frac{c^2 + 2ae - ac - ce}{2(c^2 + e^2 - ce)} P.$$

Um die Folgerungen aus diesen Ausdrücken besser zu übersehen, werde vorausgesetzt, dafs die zweite Stütze bei B in die Mitte zwischen die beiden äufsersten fällt, so ist $e = 2c$ und man erhält

$$Q = \frac{5c - 3a}{6c} P$$
$$Q' = \tfrac{1}{3} P$$
$$Q'' = \frac{3a - c}{6c} P.$$

Wird $a = \frac{1}{3} c$ angenommen, so wird

$$Q = \tfrac{2}{3}P;\ Q' = \tfrac{1}{3}P \text{ und } Q'' = 0.$$

Es soll also in diesem Falle die dritte Stütze gar keinen Druck leiden, ungeachtet die Linie AC vollkommen fest und unbiegsam vorausgesetzt ist.

Nimmt man an, dafs die Last P unmittelbar über dem Punkte A aufgehängt wird, so sollte man für diesen Fall erwarten, dafs die übrigen Stützen B, C keinen Druck leiden, da die Linie AC ohne Schwere vorausgesetzt wird. Die gefundenen allgemeinen Ausdrücke geben aber für diesen Fall, wenn $a = o$ gesetzt wird

$$Q = \tfrac{5}{6} P;\ Q' = \tfrac{2}{6} P \text{ und } Q'' = -\tfrac{1}{6} P$$

wobei nicht wohl zu erklären ist, wie auf den Punkt B ein Druck entstehet, und noch weniger, was es bei der festen unbiegsamen Linie für eine Bewandnifs hat, dafs der Druck auf C negativ wird. Noch befremdender wird dieser Ausdruck, wenn man den Hebel CA bis F (Figur 3) verlängert, $FA = AC$ nimmt und an jedem Ende der unbiegsamen Linie FC, die Last $\frac{1}{2} P$ aufhängt, weil auch in diesem Falle die Stütze bei C, über welcher unmittelbar die Last $\frac{1}{2} P$ aufgehängt ist, einen negativen Druck $= -\frac{1}{6} P$ leiden soll.

Wenn die ganze Last P über der mittelsten Stütze B (Figur 2) aufgehängt wird, so findet man

$$Q = Q' = Q'' = \tfrac{1}{3} P$$

also leidet jede andere Stütze einen eben so grofsen Druck als diejenige, über welcher sich die ganze Last befindet? —

§. 4. Um noch mehr die Folgerungen zu übersehen, welche aus der im vorigen §. angeführten Eulerschen Hypothese entspringen, sei die feste unbiegsame Linie AD (Figur 4) in vier Punkten A, B, C, D unterstützt und in G eine Last P angebracht. Die Pressungen welche hiervon auf A, B, C, D entstehen, sollen durch Q, Q', Q'', Q''' ausgedrückt und die Entfernungen $AG = a$, $AB = CD = c$ und $AC = e$ gesetzt werden, so erhält man aus ähnlichen Gründen wie im vorigen §.

$$P = Q + Q' + Q'' + Q'''$$
$$aP = cQ' + eQ'' + (c + e)\,Q'''$$
$$Q - Q' : Q'' - Q''' = c : c$$
$$Q - Q'' : Q'' - Q''' = e : c$$

daher

$$Q''' = P - Q - Q' - Q'' = \frac{aP - cQ' - eQ''}{c + e} = Q'' + Q' - Q = \frac{(c+e)\,Q''' - cQ}{e}$$

$$Q'' = \tfrac{1}{2} P - Q' = \frac{(c + e - a)\,P - (c + e)\,Q - eQ'}{c} = \frac{eQ' - (e - c)\,Q}{c}$$

$$Q' = \frac{\tfrac{1}{2} cP + (e - c)\,Q}{e + c} = \frac{(c + e - a)\,P - 2cQ}{2e}$$

Es ist folglich der

$$\text{Druck auf } A, \text{ oder } Q = \frac{e^2 - (c-a)(c+e)}{2(c^2+e^2)} P$$

$$\text{Druck auf } B, \text{ oder } Q' = \frac{e^2 - a(e-c)}{2(c^2+e^2)} P$$

$$\text{Druck auf } C, \text{ oder } Q'' = \frac{c^2 + a(e-c)}{2(c^2+e^2)} P$$

$$\text{Druck auf } D, \text{ oder } Q''' = \frac{a(e+c) - ce}{2(c^2+e^2)} P$$

Zur bessern Uebersicht nehme man an, dafs die Stützen gleich weit von einander entfernt sind, so wird $e = 2c$, also in diesem Falle

$$Q = \frac{7c - 3a}{10c} P$$

$$Q' = \frac{4c - a}{10c} P$$

$$Q'' = \frac{c + a}{10c} P$$

$$Q''' = \frac{3a - 2c}{10c} P.$$

Wird die Last P unmittelbar über der zweiten Stütze bei B angebracht, so ist $a = c$, also

$$Q = \tfrac{4}{10}P;\ Q' = \tfrac{3}{10}P;\ Q'' = \tfrac{2}{10}P;\ Q''' = \tfrac{1}{10}P$$

woraus der sonderbare Satz folgt, dafs die entfernte Stütze A stärker gedrückt wird als die Stütze B über welcher sich die Last unmittelbar befindet.

Etwas ähnliches wird erhalten, wenn man $a = \frac{4}{3}c$ setzt, alsdann ist

$$Q = \tfrac{9}{30}P;\ Q' = \tfrac{8}{30}P;\ Q'' = \tfrac{7}{30}P \text{ und } Q''' = \tfrac{6}{30}P;$$

also wenn gleich die Last zwischen den beiden mittelsten Stützen angebracht ist, so soll dennoch die entferntere äufsere Stütze einen gröfsern Druck leiden, als jede der inneren, welche der Last am nächsten liegen.

Wegen dieser sonderbaren Resultate, auf welche die im vorigen §. gemachte Voraussetzung führt, und die unmittelbare Folgen dieser Hypothese sind, wird es nothwendig sein, eine andere Voraussetzung anzunehmen, da es durchaus nicht begreiflich ist, wie eine von der Last weiter entferntere Stütze einen gröfsern Druck leidet, als die näher gelegene.

§. 5. Unter die Voraussetzungen, von welchen sich Resultate erwarten lassen, die wenigstens einen höhern Grad von Wahrscheinlichkeit für sich haben, als die vorhin gefundenen, scheint mir diejenige zu gehören, nach welcher man annehmen kann,

dafs

dafs die Stützen in dem Verhältnifs wie sie weiter von der Last entfernt sind, weniger gedrückt werden, oder dafs sich die Pressungen auf die Stützen, umgekehrt wie ihre Entfernungen von der Last verhalten.

Mit Beibehaltung der §. 2. angenommenen Bezeichnung (Figur 1.) ist nach statischen Grundlehren

$$P = Q + Q' + Q'' \text{ und}$$
$$aQ = (c-a)\,Q' + (e-a)\,Q''$$

nach der Voraussetzung verhält sich aber

$$Q' : Q'' = GC : GB \text{ oder } = e-a : c-a, \text{ daher ist}$$
$$(c-a)\,Q' = (e-a)\,Q'' \text{ also}$$
$$aQ = 2\,(e-a)\,Q''.$$

Mit Hülfe dieser Gleichungen findet man

$$Q'' = P - Q - Q' = \frac{c-a}{e-a}\,Q' = \frac{aQ}{2(e-a)} \text{ also}$$
$$Q' = \frac{e-a}{c+e-2a}(P-Q) = \frac{aQ}{2\,(c-a)} \text{ folglich ist der}$$
$$\text{Druck auf } A, \text{ oder } Q = \frac{2(c-a)(e-a)}{2ce-ac-ae}\,P$$
$$\text{Druck auf } B, \text{ oder } Q' = \frac{a(e-a)}{2ce-ac-ae}\,P$$
$$\text{Druck auf } C, \text{ oder } Q'' = \frac{a(c-a)}{2ce-ac-ae}\,P.$$

Fällt die Stütze B in die Mitte zwischen die beiden äufsersten, so ist $e = 2c$ also

$$Q = \frac{2\,(c-a)\,(2c-a)}{c\,(4c-3a)}\,P$$
$$Q' = \frac{a\,(2c-a)}{c(4c-3a)}\,P$$
$$Q'' = \frac{a\,(c-a)}{c\,(4c-3a)}\,P.$$

Für $a = \frac{1}{3}c$ wird $Q = \frac{20}{27}P$; $Q' = \frac{5}{27}P$; $Q'' = \frac{2}{27}P$
anstatt dafs nach §. 3. $Q'' = 0$ werden sollte.

Wird die Last über der ersten Stütze A angebracht, so ist $a = 0$ also

$$Q = P;\; Q' = 0;\; Q'' = 0.$$

Die Stütze A mufs also die ganze Last tragen und die übrigen beiden leiden keinen Druck, anstatt dafs nach §. 3.

$$Q = \tfrac{5}{6}P;\; Q' = \tfrac{2}{6}P \text{ und } Q'' = -\tfrac{1}{6}P \quad \text{werden sollte.}$$

Fällt die Last über die mittelste Stütze, so ist $a = c$, also

$$Q = 0;\; Q' = P;\; Q'' = 0$$

wogegen nach §. 3. alle Stützen gleichen Druck leiden sollen.

§. 6. Eben so leicht kann nach den im vorigen §. angenommenen Grundsätzen, der Druck auf vier und mehrere Stützen vertheilt werden. Bei vier Stützen erhält man mit Beibehaltung der §. 4. angenommenen Beziehung (Figur 4.) zuerst

$$P = Q + Q' + Q'' + Q''' \text{ und}$$

$$aQ + (a - c)\, Q' = (e - a)\, Q'' + (e + c - a)\, Q'''.$$

Ferner: $Q : Q' = a - c : a$ oder $aQ = (a - c)\, Q'$ und

$Q'' : Q''' = e + c - a : e - a$ oder $(e - a)\, Q'' = (c + e - a)\, Q'''$

Aus der Verbindung dieser Gleichungen erhält man, den

Druck auf A, oder $Q = \dfrac{(a - c)\,(e - a)\,(c + e - a)}{e\,(2a - c)\,(c + e) - 2a^2 e}\, P$

Druck auf B, oder $Q' = \dfrac{a\,(e - a)\,(c + e - a)}{e\,(2a - c)\,(c + e) - 2a^2 e}\, P$

Druck auf C, oder $Q'' = \dfrac{a\,(a - c)\,(c + c - a)}{e\,(2a - c)\,(c + e) - 2a^2 e}\, P$

Druck auf D, oder $Q''' = \dfrac{a\,(a - c)\,(e - a)}{e\,(2a - c)\,(c + e) - 2a^2 e}\, P.$

Sind die Stützen gleich weit von einander entfernt, also $e = 2c$, so wird

$$Q = \frac{(a - c)\,(2c - a)\,(3c - a)}{6c^2(2a - c) - 4a^2 c}\, P$$

$$Q' = \frac{a\,(2c - a)\,(3c - a)}{6c^2\,(2a - c) - 4a^2 c}\, P$$

$$Q'' = \frac{a\,(a - c)\,(3c - a)}{6c^2\,(2a - c) - 4a^2 c}\, P$$

$$Q''' = \frac{a\,(a - c)\,(2c - a)}{6c^2\,(2a - c) - 4a^2 c}\, P.$$

Für den Fall, daſs die Last P unmittelbar über der zweiten Stütze angebracht wird, erhält man $a = c$, also

$$Q' = P \text{ und } Q = Q'' = Q''' = 0,$$

anstatt daſs nach §. 4. die entfernte Stütze B einen gröſsern Druck als P leiden sollte.

Nimmt man $a = \frac{4}{3}c$, so ist

$$Q = \tfrac{10}{78}P;\; Q' = \tfrac{40}{78}P;\; Q'' = \tfrac{20}{78}P;\; Q''' = \tfrac{8}{78}P$$

wogegen nach §. 4. Q gröſser als Q' seyn sollte.

Fällt P in die Mitte von AD, so wird $a = \frac{3}{2}c$, also

$$Q = \tfrac{1}{8}P;\; Q' = \tfrac{3}{8}P;\; Q'' = \tfrac{3}{8}P;\; Q''' = \tfrac{1}{8}P.$$

§. 7. So viel Vorzüge nun auch die zuletzt angenommene Hypothese gegen die §. 3. in Absicht der weit wahrscheinlicheren Resultate zu haben

scheint, so tritt doch auch bei ihr der Fall ein, dafs bei drei Stützen, wenn die Hälfte der Last auf den beiden äufsersten Stützen angebracht wird, alsdann nur die mittelste Stütze den ganzen Druck leiden, der Druck auf die äufsersten Stützen aber = o sein soll. Es scheint daher als wenn eine dritte Hypothese auf wahrscheinlichere Resultate führen müfste, wenn man annimmt, dafs jede besondere Last, welche sich zwischen zwei Stützen befindet, nur auf diese allein Druck äufsere, ohne auf die entferntern Stützen zu wirken. Allein es wird nicht nöthig sein, noch mehrere willkührliche Annahmen aufzustellen um die Unzulänglichkeit derselben für die Anwendung auf vorkommende Fälle zu zeigen, weil allen diesen Voraussetzungen eine Bedingung zum Grunde liegt, welcher alle Wirklichkeit widerspricht und weshalb durchaus keine für die Ausübung brauchbare Resultate zu erwarten sind. Dies ist die Voraussetzung, dafs die belastete Stange vollkommen unbiegsam sei, da doch keine Materie bekannt ist, aus welcher dergleichen Körper gebildet werden könnten, die in ihrer Mitte belastet sich nicht wenigstens etwas, sei es auch noch so wenig, biegen sollten, da dies selbst bei langen Werkstücken, wenn sie auf einige Weite frei liegen, der Fall ist. Wenn nun auch nur die allergeringste Biegsamkeit des einzeln unterstützten und belasteten Körpers vorausgesetzt wird, so müssen nothwendig die Resultate ganz anders ausfallen, als bei der vollkommen unbiegsamen Stange; daher läfst sich auf dem bisherigen Wege der Zweck nicht erreichen, und man mufs diesen Weg ganz verlassen, um der Wirklichkeit näher zu treten.

Die gewöhnlichen Baukörper sind von der Beschaffenheit, dafs wenn sie noch für den Architekten brauchbar bleiben sollen, sie auf die Länge, in welcher sie frei liegen und belastet werden, sich nur unmerklich biegen dürfen, weshalb bei der folgenden Auseinandersetzung durchaus angenommen wird, dafs die Körper durch die angebrachte Last nur wenig gebogen werden, obgleich der verschiedene Grad der Biegsamkeit von der besondern Eigenschaft der Materie abhängt, woraus die Körper gebildet sind. So wie nun jedem festen Körper, wenigstens ein äufserst geringer Grad von Biegsamkeit zugeschrieben werden kann, so läfst sich auch für jeden derselben, ein gewisser Grad von Elasticität annehmen, so gering derselbe auch sein mag.

Damit sich aber in diese für die Anwendung bei vorkommenden Fällen so wichtigen Materie, keine Voraussetzung einschleiche, welche einer

nachtheiligen Einfluſs auf die Resultate haben könnte, so halte ich es für nothwendig, die Prinzipien, nach welchen dies Gebäude aufgeführt wird, umständlich auseinander zu setzen.

§. 8. Von den Fibern prismatisch geformter mehr oder weniger elastischer Körper von einerlei Materie, können folgende beide Sätze, in Absicht der Ausdehnung oder Zusammendrückung gleicher Fibern bewiesen werden, vorausgesetzt, daſs nur von sehr kleinen Ausdehnungen oder Zusammendrückungen die Rede ist.

I. Fibern von gleichen Querschnitten und ungleichen Längen, werden von gleichen Kräften, nach Verhältniſs ihrer Längen, ausgedehnt oder zusammen gedrückt.

II. Fibern von gleichen Längen, aber ungleichen Querschnitten, werden durch Kräfte welche diesen Querschnitten proportional sind, gleich viel ausgedehnt oder zusammen gedrückt.

Der erste Satz ist gleich einleuchtend, weil bei einer doppelt so groſsen Länge, nochmal so viel Theile sind welche ausgedehnt werden; da nun dies eben so von jedem andern Verhältniſs der Längen gilt, so müssen sich überhaupt unter übrigens gleichen Umständen, die Zunahmen an Länge oder die Ausdehnungen, wie die Längen verhalten; daher muſs dieser Satz auch für die Zusammendrückungen, oder die Abnahmen der Länge elastischer Körper gelten.

Der zweite Satz ist eben so einleuchtend, weil zwei gleiche Fibern, gleich viel auszudehnen, offenbar doppelt so viel Kraft erfordert als eine, u. s. w., woraus die Richtigkeit des zweiten Satzes folgt.

Bezeichnen nun für drei prismatische elastische Körper

A, B, C welche aus gleicher Materie bestehen

α, α', α' die Ausdehnungen (oder Zusammendrückungen) nach der Länge

β, β, β' die Querschnitte der Körper

λ, λ', λ' die Längen im natürlichen Zustande, und

q, q, q' die Kräfte, welche die Ausdehnungen (oder Zusammendrückungen) nach der Länge dieser Körper bewirken, so verhält sich für A und B nach I

$$\alpha : \alpha' = \lambda : \lambda'$$

und nach II. für die Körper B und C

$$\beta : \beta' = q : q' \text{ daher}$$

$$\alpha\beta : \alpha'\beta' = \lambda q : \lambda' q' \text{ oder}$$

$$\alpha = \frac{\alpha'\beta'}{\lambda' q'} \cdot \frac{\lambda q}{\beta}$$

Ist nun für irgend eine Materie aus Versuchen bekannt, wie groſs bei einem Körper C, dessen Querschnitt β' und Länge λ' ist, die Ausdehnung α' bei einer Kraft q' wird, so läſst sich daraus der Werth $\frac{\alpha'\beta'}{\lambda' q'}$ finden, welcher eine beständige Gröſse ist und $= n$ gesetzt werden kann; woraus sich für jeden andern Körper A die Ausdehnung α leicht bestimmen läſst, weil

$$\alpha = n \frac{\lambda q}{\beta} \text{ ist.}$$

Hierbei muſs aber als nothwendige Bedingung angenommen werden, daſs α gegen λ nur sehr klein sei. Man sehe hierüber *Jaques Bernoulli*, *véritable hypothèse de la résist. des solides. Mém. de l'Acad. de Paris*, *année* 1705.

§. 9. In der vertikalen Wand CG (Figur 5.) sei ein elastischer Balken ohne Schwere so befestiget, daſs er in seinem natürlichen Zustande, nach einer auf CG willkührlichen Richtung CC' stehe. Dieser Balken sei dadurch aus der Richtung CC' in die Lage $CDEF$ gekommen, daſs am Ende desselben ein Gewicht Q aufgehangen worden, welches nach vertikaler mit CG paralleler Richtung wirkt. Dadurch daſs der Balken gebogen ist, muſs ein Theil seiner Fibern ausgedehnt, ein anderer zusammengedrückt werden. Zwischen diesen muſs eine Fiber liegen, welche weder ausgedehnt noch zusammengedrückt wird und durch welche die Linie BMA gezogen werden kann. Es sei ferner AG horizontal und MP darauf senkrecht. Für den Punkt M sei $AP = x$, der Bogen $AM = s$ und das Differenzial dieses Bogens oder $MN = ds$. Die zum Bogen AM in M gehörige Tangente sei MT und werde von der verlängerten Richtung der Kraft Q in A' geschnitten; zerlegt man nun Q nach der Tangente in eine Tangentialkraft T, und darauf senkrecht in die Normalkraft V, so ist, wenn der Winkel, welchen die Tangente mit der Ordinate einschlieſst, oder $PMT = \varphi$ gesetzt wird

$$T = Q \cos\varphi \text{ und } V = Q \sin\varphi.$$

Die Wirkung dieser beiden Kräfte auf das Element MN des Balkens ist dieselbe, wenn man sich statt des übrigen Theils NB des Balkens, in $N'N''$ eine feste Wand denkt, in welche der Balken befestiget ist, so wie auch die Wirkung der Kräfte T, V so angesehen werden kann, als wenn solche an der festen unbiegsamen Linie MT in A' angebracht wären. Von diesen Kräften strebt T das Element MN zu verlängern, ohne es zu biegen, wogegen V eine Biegung des Elements des Balkens bewirkt, wodurch der obere Theil $N'M'$ ausgedehnt, der untere $N''M''$ aber zusammen gedrückt wird. Man

ziehe durch M die Linie mn mit $N'N''$ parallel, so wird der Obertheil $NMM'N'$ des Balkenelements um das Dreiek $MM'm$ ausgedehnt, der Untertheil $MNN''M''$ aber um das Dreieck $MM''n$ zusammengedrückt. Ferner sei des Balkens Höhe oder Dicke $CF = M'M'' = h$, die Breite $= b$ und $MM' = f$. Man verlängere $N'N''$, $M'M''$ bis R, so ist $RN = r$ der Krümmungshalbmesser für das Bogenelement NM. Für die mit MN parallele Fiber vw, sei $Mw = u$, so ist die Dicke derselben $= du$, also ihr Querschnitt $b\,du$, und ww' ist der Theil um welchen sie verlängert ist, oder ihre Ausdehnung. Diese $= \alpha$ gesetzt, so ist, weil $b\,du = \beta$ (§. 8.)

$$ww' = \alpha = n \frac{ds}{b\,du} q$$

wo q die Kraft bezeichnet, mit welcher die Fiber vw angespannt wird.

Das Dreieck NRM ist Mww' ähnlich, daher verhält sich

$$RN : NM = Mw' : ww' \text{ oder}$$

$$r : ds = u : \alpha \text{ also}$$

$$\alpha = \frac{u\,ds}{r} \text{ daher } q = \frac{b}{nr} u\,du.$$

Für das Gleichgewicht mit der Kraft V wird erfordert, dafs das Moment derselben, der Summe aller Momente mit welchen die einzelnen Fibern gespannt und zusammengedrückt werden, gleich sei, wenn die Abstände der Kräfte vom Punkt M gemessen werden. Für die Fiber vw ist das Moment

$$Mw \,.\, q = \frac{b}{nr} u^2\,du$$

also die Summe der Momente von M bis $w =$

$$\frac{b}{nr} \int u^2\,du = \frac{b\,u^3}{3nr}$$

wo keine Constante hinzu kömmt, weil mit $u = o$, die Momente verschwinden müssen. Für $u = MM' = f$ erhält man die Summe der Momente von M bis M'

$$= \frac{bf^3}{3nr}.$$

Weil nun aufser dem Theil der Kraft V, welcher auf die Ausdehnung des Stücks MN' verwandt wird, der übrige Theil, zur Zusammendrückung von MN'' erforderlich ist, und weil der Untertheil MN'' der Zusammendrückung auf eine ähnliche Art widersteht, wie der Obertheil der Ausdehnung, so erhält man aus ähnlichen Gründen für $MM'' = h - f$ die Summe der Momente von M bis $M'' =$

$$\frac{b(h-f)^3}{3nr}.$$

Diese beide Summen müssen dem Momente $MA' . V$ gleich seyn. Nun ist $V = Q \sin\varphi$ und $MA' = \frac{AP}{\sin\varphi} = \frac{x}{\sin\varphi}$ daher das Moment

$$NA' . V = xQ = \frac{bf^3}{3nr} + \frac{b(h-f)^3}{3nr} \text{ oder}$$

$$r . xQ = \frac{b}{3n}[f^3 + (h-f)^3].$$

Auf die ganze Länge des Balkens sind die Werthe von b, f, h, n einerlei, daher ist $\frac{b}{3n}[f^3 + (h-f)^3]$ eine beständige Zahl. Wird diese $= E$ gesetzt, so ist ganz allgemein für einerlei Balken

$$r . xQ = E$$

oder *für jeden Punkt eines gebogenen Balkens, sind die Producte aus dem Krümmungshalbmesser in das zugehörige Moment der Kraft, einander gleich.*

§. 10. Nach bekannten geometrischen Lehren ist, wenn dx constant gesetzt wird, für jede Curve der Krümmungshalbmesser

$$r = \frac{-ds^3}{dx\, d^2y}$$

und es ist bekannt, wie aus der Verbindung dieser Gleichung mit der zuletzt gefundenen, die Gleichung für die elastische Curve erhalten wird, wobei man gewöhnlich als Hypothese voraussetzt, dafs rxQ einen unveränderlichen Werth habe.

Bei der Untersuchung des Drucks belasteter Balken auf ihre Unterlagen, kann nur von einer sehr geringen Biegung der Balken die Rede sein, weil sie sonst die Fähigkeit als zweckmäfsige Baukörper verlieren; es läfst sich daher für einen nur wenig gebogenen Balken die Voraussetzung ohne Nachtheil annehmen, dafs die Länge s desselben mit der Abscisse x beinahe zusammen fällt; und dafs $ds = dx$ gesetzt werden kann. Hiernach erhält man

$$r = \frac{-dx^2}{d^2y}$$

und wenn das Moment $xQ = M$ gesetzt wird, $E = rM$, also

$$E = -M\frac{dx^2}{d^2y} \text{ oder}$$

$$E\frac{d^2y}{dx} = -M\,dx.$$

§. 11. In der festen vertikalen Wand CG (Figur 6.) sei in C ein durchaus gleichartiger gewichtloser Balken so befestiget, daſs er in seinem natürlichen Zustande in die grade Linie $C\,C'$ fällt; auch soll derselbe auf der einen Seite der Wand CG gebogen werden können, ohne daſs solches auf die Biegung der andern Seite Einfluſs habe. Durch die Gewichte Q, Q' in A, B werde der Balken aus der Lage $C\,C\,C'$ in die Lage $A\,C\,B$ gebracht, und man nehme an, daſs sich die Gewichte umgekehrt wie ihre Abstände von der vertikalen Wand verhalten, oder wenn $AD = x$ und $BD = x'$ ist, daſs $x\,Q = x\,Q'$ sei. Für den Balken AC sei r der Krümmungshalbmesser bei C und für BC, r' auf der andern Seite der Wand CG bei C, so ist §. 9.

$$E = r x Q \text{ und } E' = r' x' Q'.$$

Weil aber für einerlei Balken $E = E'$ ist und überdem $x\,Q = x'\,Q'$, so ist $r = r'$, also der Balken AB auf beiden Seiten unmittelbar an der Wand CG, auf einerlei Weise gekrümmt; es müssen sich daher die Spannungen der Fibern bei C von beiden Seiten im Gleichgewichte halten, und wenn der Balken nur in einem einzigen Punkt bei C so befestiget wird, daſs er sich um denselben frei herum drehen kann, ohne auszuweichen, so kann die Wand CG weggenommen werden, und Q bleibt noch im Gleichgewicht mit Q' oder der Balken behält seine vorherige Krümmung. Der feste Punkt bei C leidet vertikal unterwärts einen Druck $= Q + Q'$, und wenn die Enden A und B durch Stifte befestiget und die Gewichte Q, Q' weggenommen werden, so leidet A einen vertikalen Druck Q aufwärts und B einen Druck Q' nach paralleler Richtung. Anstatt des Stifts bei C, welcher mit der Kraft $Q + Q'$ unterwärts gedrückt wird, kann man nun eine Kraft $P = Q + Q'$ vertikal aufwärts anbringen, und es muſs noch alles im Gleichgewichte bleiben.

Denkt man sich nun den Balken AB umgedreht, so daſs derselbe nach unten gebogen ist, so sind A, B die Unterstützungspunkte des Balkens, an welche derselbe befestiget ist, und in C hängt abwärts eine Last $P = Q + Q'$ welche auf das Ende bei A den vertikalen Druck Q und bei B den vertikalen Druck Q' verursacht. Hieraus folgt, daſs wenn ein an beiden Enden unterstützter Balken in irgend einem Punkt belastet ist, so wird derselbe eben so gebogen, als wenn an den Enden desselben Kräfte angebracht wären, welche den Pressungen auf die Unterstützungspunkte gleich sind.

§. 12. *Aufgabe.* Ein Balken $A\,D'\,B$ (Figur 7.) dessen Dicke und Gewicht hier noch bei Seite gesetzt wird, ist an seinen Enden A, B, welche

in

in einerlei Horizontallinie liegen, unterstützt und bei D' mit einem Gewicht P so belastet, daſs derselbe hierdurch nur wenig gebogen werde; man sucht die Gestalt der Curve $AD'B$.

Auflösung. Es sei $AD = a$, $AB = c$; $AP = x$, $PM = y$. Durch D' sei die Tangente $D'T$ gezogen, welche die verlängerte Axe AB bei T unter dem Winkel $ATD' = \varphi$ schneidet. Der Druck auf A sei Q, auf B $= Q'$, so werden gleiche Kräfte in A und B vertikal aufwärts angebracht, die Stützen entbehrlich machen, und man kann sie wegnehmen. Alsdann ist nach statischen Lehren:

$$P = Q + Q'$$
$$aP = cQ' \text{ und}$$
$$(c - a)\, P = cQ.$$

Für irgend einen Punkt M ist

$$\frac{E\,d^2y}{dx} = -Mdx. \quad (\text{§. 10.}) \quad \text{Aber}$$
$$M = xQ = \frac{c-a}{c}\, xP, \text{ daher}$$
$$E\frac{d^2y}{dx} = -\frac{c-a}{c}\, xPdx$$

dieses integrirt giebt

$$E\frac{dy}{dx} = -\frac{c-a}{2c}\, x^2P + \text{Const.}$$

$$\text{Für } x = a \text{ wird } \frac{dy}{dx} = \text{Tgt}\,\varphi, \text{ daher}$$

$$Edy = [\frac{c-a}{2c}\, a^2\, P - \frac{c-a}{2c}\, x^2\, P + E\,\text{Tgt}\,\varphi]\, dx.$$

Wird nochmals integrirt, so ist

$$Ey = \frac{c-a}{2c}\, a^2xP - \frac{c-a}{6c}\, x^3\, P + xE\,\text{Tgt}\,\varphi,$$

wo keine Constante hinzukommt, weil y mit x zugleich verschwindet.

Es sei $DD' = v$, so wird für $x = a$, $y = v$, also

$$Ev = \frac{c-a}{3c}\, a^3\, P + aE\,\text{Tgt}\,\varphi \quad (\text{I.})$$

Nun sei ferner $DP' = x'$, $P'M' = y'$, so erhält man für den Punkt M' das Moment

$$M = P'B \cdot Q' = (c - a - x')\, Q' = \frac{a(c-a-x')}{c}\, P, \text{ also (§. 10.)}$$

$$E\frac{d^2y'}{dx'} = -\frac{a(c-a-x')}{c}\, Pdx', \text{ davon das Integral}$$

$$E\frac{dy'}{dx'} = -\frac{a(c-a-\frac{1}{2}x')\,x'}{c}\, P + \text{Const}$$

Für $x' = 0$ wird $\frac{dy'}{dx'} = \text{Tgt}\,\varphi$, also

$$E dy' = E dx' \,\text{Tgt}\,\varphi - \frac{a(c - a - \frac{1}{2}x')}{c}\, x' P dx',$$

und wenn nochmal integrirt wird

$$E y' = E x' \,\text{Tgt}\,\varphi - \frac{a(c - a - \frac{1}{3}x')}{2c}\, x'^2 P + \text{Const.}$$

Für $x' = 0$ wird $y' = v$, also Const $= E v$, daher

$$E y' = E v - \frac{a(c - a - \frac{1}{3}x')}{2c}\, x'^2 P + E x' \,\text{Tgt}\,\varphi$$

und für $x' = c - a$ wird $y = 0$, daher

$$E v = \frac{a}{3c}(c - a)^3 P - (c - a) E \,\text{Tgt}\,\varphi.$$

Diesen Ausdruck mit (I.) verbunden, giebt

$$E \,\text{Tgt}\,\varphi = \frac{a(c - a)(c - 2a)}{3c} P \text{ und}$$

$$E v = \frac{a^2 (c - a)^2}{3c} P.$$

Für einerlei Balken sind a, c, E unveränderliche Gröfsen, es ist daher *die Senkung des Balkens oder die Abweichung v, dem Gewichte P proportional, welches den Balken belastet.* Auch kann, wenn durch einen Versuch P, v bekannt ist, daraus leicht E gefunden werden.

Mit Hülfe der zuletzt gefundenen Ausdrücke erhält man, wenn v bekannt ist, nachstehende Gleichungen zur Bestimmung der Linie, nach welcher der Balken gebogen wird:

$$y = \frac{2c - a}{2a(c - a)}\, v x - \frac{v x^3}{2a^2 (c - a)}$$

$$y' = v + \frac{(c - 2a) v}{a(c - a)}\, x' - \frac{3v}{2a(c - a)}\, x'^2 + \frac{v}{2a(c - a)^2}\, x'^3$$

$$\text{Tgt}\,\varphi = \frac{c - 2a}{a(c - a)}\, v$$

Bei dem Gebrauche dieser Gleichungen ist noch zu merken, dafs x nicht gröfser als a und x' nicht gröfser als $c - a$ genommen werden darf, wie es die Bedingungen der Gleichungen erfordern.

§. 13. Hängt das Gewicht P in der Mitte des Balkens, so ist $c = 2a$ also

$$y = \frac{3v}{2a}\, x - \frac{v}{2a^3}\, x^3 \text{ und}$$

$$y' = v - \frac{3v}{2a^2}\, x'^2 + \frac{v}{2a^3}\, x'^3$$

Setzt man $a - x'$ statt x, so wird ebenfalls

$$y = v - \frac{3v}{2a^2} x'^2 + \frac{v}{2a^3} x'^3,$$

woraus folgt, dafs beide Schenkel $D'A$ und $D'B$ (Figur 7.) einander gleich und ähnlich sind, und dafs für $c = 2a$ die Gleichung

$$y = \frac{3v}{2a} x - \frac{v}{2a^3} x^3$$

zur Bestimmung der Natur der Curve, allein hinreichend ist.

§. 14. Um denjenigen Punkt des belasteten Balkens zu finden, welcher am *schwächsten* ist, oder wo der Balken am meisten in Gefahr steht zu zerbrechen, darf man nur ausmitteln, welcher Punkt der Curve $AD'B$ (Figur 7.) am weitesten von der Horizontale AB entfernt ist, welches durch die Ausmittelung der gröfsten Ordinate geschehen kann. Es ist

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2c-a}{2a(c-a)} v - \frac{3vx^2}{2a^2(c-a)}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{3vx}{a^2(c-a)}$$

$$\frac{dy'}{dx'} = \frac{c-2a}{a(c-a)} v - \frac{3vx'}{a(c-a)} + \frac{3vx'^2}{2a(c-a)^2}$$

$$\frac{d^2y'}{dx'^2} = \frac{3vx'}{a(c-a)^2} - \frac{3v}{a(c-a)}.$$

Da nun $\frac{d^2y}{dx^2}$ und $\frac{d^2y'}{dx'^2}$ für jeden positiven Werth von x und x' negativ werden, indem x' nicht gröfser als $c - a$ werden kann, so geben die für x und x' zu bestimmende Werthe, Maxima für y und y'.

Die erste Gleichung giebt für das Maximum von y

$$x = \sqrt{\left[\frac{a(2c-a)}{3}\right]}$$

und weil x nicht gröfser als a werden kann, so giebt es nur ein Maximum für y wenn $\frac{2c-a}{3}$ nicht gröfser als a, oder wenn c nicht gröfser als $2a$ ist; wogegen für $c > 2a$, oder wenn der Punkt D (Figur 7.) näher bei A als bei B liegt, zwischen AD kein Maximum fällt.

Für das Maximum von y' erhält man:

$$x' = (c-a) \pm \sqrt{[\tfrac{1}{3}(c-a)(c+a)]}$$

weil nun x' nicht gröfser als $c - a$ werden darf, so mufs das Zeichen vor der Wurzel negativ sein; damit aber x' nicht negativ werde, so mufs $\frac{1}{3}(c+a)$ nicht gröfser als $(c-a)$ oder a nicht gröfser als $\frac{1}{2}c$ werden. Es kann da-

her nur ein Maximum zwischen D und B Statt finden, wenn a nicht gröſser als $\frac{1}{2}c$ ist.

Hieraus folgt überhaupt, daſs *der tiefste Punkt des gebogenen Balkens oder die schwächste Stelle, allemal zwischen den Aufhängepunkt und denjenigen Unterstützungspunkt fallt, welcher am weitesten vom Aufhängepunkt entfernt ist.*

Fällt die Last P in die Mitte zwischen die Unterstützungspunkte, so ist für das Maximum von y und y', weil $c = 2a$ ist

$$x = a \text{ und } x' = 0$$

oder die schwächste Stelle fällt alsdann in die Mitte des Balkens.

§. 15. *Aufgabe.* Man sucht die krumme Linie eines durch sein eigenes Gewicht gebogenen Balkens, wenn derselbe sonst durch kein anderes Gewicht belastet ist.

Auflösung. Weil hier nur eine geringe Biegung vorausgesetzt wird, so sei das Gewicht der einzelnen Längen des Balkens $AD'B$ (Figur 8.) den zugehörigen Längen der Horizontallinie AB proportional. Ist nun G das Gewicht von jedem Fuſs des Balkens und man setzt $AP = x$, $PM = y$, $AB = c$, so ist das Gewicht von $AM = xG$ und das Gewicht des ganzen Balkens $= cG$.

Die Stützen bei A und B werden jede mit dem halben Gewicht des Balkens gedrückt; man kann daher die Stütze bei B wegnehmen, wenn an ihre Stelle die Kraft $\underset{\smile}{Q} = \frac{1}{2}cG$ vertikal aufwärts angebracht wird und das andere Ende bei A unterstützt bleibt. Weil alle Kräfte im Gleichgewicht sind, so muſs dies auch noch bestehen, wenn der Punkt M befestigt wird. Alsdann strebt das Gewicht des Bogens $MB = (c - x)G$, dessen Moment $\frac{1}{2}(c - x)^2 G$ ist, den Balken MB nach einer Seite, und die Kraft $\underset{\smile}{Q} = \frac{1}{2}cG$ nach der entgegengesetzten Seite zu drehen, es sind daher die Momente der Kräfte für den Punkt M oder

$$M = \tfrac{1}{2}c(c - x)G - \tfrac{1}{2}(c - x)^2 G = \tfrac{1}{2}x(c - x)G, \text{ also}$$

$$E\frac{d^2y}{dx^2} = -\tfrac{1}{2}(c - x)xG. \quad \text{Dies integrirt giebt}$$

$$E\frac{dy}{dx} = (\tfrac{1}{6}x^3 - \tfrac{1}{4}cx^2)G + \text{Const.}$$

Für $x = c$ sei $\frac{dy}{dx} = \text{Tgt}\,\varphi$, so ist

$$E\frac{dy}{dx} = (\tfrac{1}{6}x^3 - \tfrac{1}{4}cx^2 + \tfrac{1}{12}c^3)G + E\,\text{Tgt}\,\varphi.$$

Wird nochmals integrirt, so ist

$$Ey = (\tfrac{1}{24}x^4 - \tfrac{1}{12}cx^3 + \tfrac{1}{12}c^3x)\,G + xE\,\mathrm{Tgt}\,\varphi$$

wo keine Constante hinzu kommt, weil y mit $x = 0$ verschwindet. Für $x = c$ wird $y = 0$ also $E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi = -\tfrac{1}{24}c^3$, daher

$$Ey = \tfrac{1}{24}(x^4 - 2cx^3 + c^3x)\;G.$$

Ist nun für $x = \tfrac{1}{2}c$, $y = v$, so wird

$$Ev = \frac{5c^4}{384}\,G,\ \text{also}\ E = \frac{5c^4}{384v}\,G,\ \text{daher}$$

$$y = \tfrac{16}{5}(x^4 - 2cx^3 + c^3x)\,\frac{v}{c^4}.$$

Wird in diese Gleichung $c - x$ satt x gesetzt, so erhält y eben denselben Werth, als wenn x unverändert stehen bleibt; es folgt also, dafs die Axe DD' die Kurve $AD'B$ in zwei gleiche und ähnliche Schenkel $D'A$ und $D'B$ theilt.

§. 16. Vergleicht man die Kurve, welche entsteht, wenn ein Balken ohne Schwere in seiner Mitte durch ein Gewicht gebogen wird, mit denjenigen, welche ein unbelasteter Balken durch sein eigenes Gewicht bildet, so findet sich, dafs beide für gleiche Belastung, von einander verschieden sind. Ist P das Gewicht welches an dem Balken ohne Schwere in der Mitte aufgehängt ist, und cG das Gewicht des schweren Balkens, so ist für den Fall dafs $cG = P$ gesetzt gesetzt wird, für den schweren Balken die gröfste Senkung

$$v = \frac{5c^4}{384\,E}\,G = \frac{5a^3}{48\,E}\,P$$

und nach §. 12. für den gleich grofsen gewichtlosen Balken, an welchem das Gewicht P aufgehängt ist

$$v = \frac{a^2(c-a)^2}{3cE}\,P = \tfrac{8}{48}\,\frac{a^3}{E}\,P.$$

Es folgt also hieraus, dafs der mit einem Gewichte belastete Balken in seiner Mitte, um $\tfrac{1}{16}$ mehr von seiner ursprünglichen Lage abgebeugt wird, als ein anderer Balken von gleichen Abmessungen, dessen Gewicht auf seine ganze Länge gleichförmig vertheilt ist, oder *wenn man die Last auf einem Balken gleichförmig vertheilt, so kann derselbe unter übrigens gleichen Umständen $\tfrac{1}{16}$ mehr tragen, als wenn die Last in seiner Mitte angebracht wird.* Es kann daher bei diesen Untersuchungen, nicht eben so wie bei andern statischen Lehren, der mathematische in einem Punkt belastete Hebel, statt eines physischen gesetzt werden, auf welchem dasselbe Gewicht so verbreitet ist, dafs sein Schwerpunkt mit dem des mathematischen Hebels überein kommt.

§. 17. Mit Hülfe der vorhergegangenen Untersuchungen, läfst sich nun der Druck bestimmen, welchen mehrere Unterstützungspunkte eines elastischen Balkens leiden, wenn derselbe mit Gewichten belastet ist und zugleich auf sein eigenes Gewicht Rücksicht genommen wird.

Der Balken $A\,D'\,B\,F'\,C$ (Figur 9.) sei in den drei Punkten A, B, C unterstützt und in D' und F' mit Gewichten P und P' belastet. Jeder Fufs von der Länge des Balkens wiege G Pfund und es sei der Druck auf $A = Q$, auf $B = Q'$, auf $C = Q''$. Ferner $A\,D = a$, $A\,F = b$, $A\,B = c$, $A\,C = e$; der Winkel welchen die zum Punkt D' gehörige Tangente $D'\,T$ mit der Verlängerung von $A\,C$ bildet, oder $D'\,T\,C = \varphi$; eben so für den Punkt F' der Winkel $F'\,T'\,C = \varphi'$ und der Winkel unter welchem die zum Punkt B gehörige Tangente der Kurve, die Linie $A\,C$ schneidet $= \psi$. Man nehme für die unbestimmten Punkte M, M', M'', M''' der Bogen $A\,D'$, $D'\,B$, $B\,F'$, $F'\,C$ die senkrechten Coordinaten $A\,P = x$, $P\,M = y$; $D\,P' = x'$; $P'\,M' = y'$; $B\,P'' = x''$; $P''\,M'' = y''$; $F\,P''' = x'''$; $P'''\,M''' = y'''$.

Das ganze Gewicht des Balkens sei $e\,G$ also des Theils $M\,C = (e - x)\,G$. Werden nun die Unterstützungen in B und C weggenommen, und statt derselben die Kräfte Q' und Q'' angebracht, welche mit P, P' und $(e - x)\,G$ nach entgegengesetzten Richtungen wirken, so kann der ganze Balken so angesehen werden, als wenn derselbe in A uud M befestiget wäre und die Kräfte Q', Q''; P, P', $(e - x)\,G$ müssen noch im Gleichgewichte bleiben. Für den Punkt M findet man daher die Momente dieser Kräfte oder

$$M = (c - x)\,Q' + (e - x)\,Q'' - (a - x)\,P - (b - x)\,P'' - \tfrac{1}{2}\,(e - x)^2\,G.$$

Nun ist nach statischen Lehren:

$$\text{(I.)}\quad Q + Q' + Q'' = P + P' + e\,G \text{ und}$$

$$\text{(II.)}\quad c\,Q' + e\,Q'' = a\,P + b\,P' + \tfrac{1}{2}\,e^2\,G$$

daher $M = x\,(Q - \frac{1}{2}\,x\,G)$, folglich (§. 10.)

$$E\,\frac{d^2\,y}{d\,x^2} = \tfrac{1}{2}\,x^2\,G - x\,Q, \text{ davon das Integral}$$

$$E\,\frac{d\,y}{d\,x} = \tfrac{1}{6}\,x^3\,G - \tfrac{1}{2}\,x^2\,Q + \text{Const.}$$

Für $x = a$ wird $\frac{d\,y}{d\,x} = \text{Tgt}\,\varphi$, also

$$E\,\frac{d\,y}{d\,x} = \tfrac{1}{6}\,(x^3 - a^3)\,G - \tfrac{1}{2}\,(x^2 - a^2)\,Q + E\,\text{Tgt}\,\varphi$$

und wenn integrirt wird

$$\text{(III.)}\quad E\,y = \tfrac{1}{2}\,(a^2 - \tfrac{1}{3}\,x^2)\,x\,Q - \tfrac{1}{6}\,(a^3 - \tfrac{1}{4}\,x^3)\,x\,G + x\,E\,\text{Tgt}\,\varphi$$

wo keine Constante hinzukommt, weil y mit x verschwindet.

Für $x = a$ werde $y = v$, so ist

$$\text{(IV.)} \quad Ev = \tfrac{1}{3} a^3 Q - \tfrac{1}{8} a^4 G + aE \,\mathrm{Tgt}\,\varphi.$$

Denkt man sich nun eben so wie vorher bei M, jetzt den Punkt M' befestiget, so findet man die Momente der Kräfte für diesen Punkt oder

$$M = (c-a-x')\,Q' + (e-a-x')\,Q'' - (b-a-x')\,P' - \tfrac{1}{2}(e-a-x')^2 G$$

oder nach I. und II.

$$M = (a+x')\,Q - x'P - \tfrac{1}{2}(a+x')^2 G, \text{ daher (§. 10.)}$$

$$E\frac{d^2y'}{dx'^2} = x'P + \tfrac{1}{2}(a+x')^2 G - (a+x')\,Q. \quad \text{Dies integrirt giebt}$$

$$E\frac{dy'}{dx'} = \tfrac{1}{2}x'^2 P + \tfrac{1}{2}x'(a^2 + ax' + \tfrac{1}{3}x'^2)\,G - x'(a + \tfrac{1}{2}x')\,Q + \text{Const.}$$

Für $x' = 0$ wird $\frac{dy'}{dx'} = \mathrm{Tgt}\,\varphi$, also

$$E\frac{dy'}{dx'} = \tfrac{1}{2}x'^2 P + \tfrac{1}{2}x'(a^2 + ax' + \tfrac{1}{3}x'^2)\,G - x'(a + \tfrac{1}{2}x')\,Q + E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi$$

nochmals integrirt, giebt

$$Ey' = \tfrac{1}{6}x'^3 P + \tfrac{1}{2}x'^2(\tfrac{1}{2}a^2 + \tfrac{1}{3}ax' + \tfrac{1}{12}x'^2)\,G - \tfrac{1}{2}x'^2(a + \tfrac{1}{3}x')\,Q + x'E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi + \text{Const}$$

Für $x' = 0$ wird $y' = v$, also

$$\text{(V.)} \quad Ey' = \tfrac{1}{6}x'^3 P + \tfrac{1}{2}x'^2(\tfrac{1}{2}a^2 + \tfrac{1}{3}ax' + \tfrac{1}{12}x'^2)\,G - \tfrac{1}{2}x'^2(a + \tfrac{1}{3}x')\,Q + x'E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi + Ev$$

Für $x' = c - a$ wird $y' = 0$, also

$$\text{(VI.)} \quad 0 = \tfrac{1}{6}(c-a)^3 P + \tfrac{1}{4}(c-a)^2(\tfrac{1}{2}a^2 + \tfrac{1}{3}ac + \tfrac{1}{6}c^2)\,G - \tfrac{1}{6}(2a+c)(c-a)^2 Q + (c-a)E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi + Ev.$$

Für $x' = c - a$ wird $\frac{dy'}{dx'} = \mathrm{Tgt}\,\psi$, daher

$$\text{(VII.)} \quad E\,\mathrm{Tgt}\,\psi = \tfrac{1}{2}(c-a)^2 P + \tfrac{1}{3}(c-a)(a^2 + ac + c^2)\,G - \tfrac{1}{2}(c-a)(c+a)\,Q + E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi$$

Für den Punkt M'' erhält man die Momente

$$M = (e-c-x'')\,Q'' - (b-c-x'')\,P' - \tfrac{1}{2}(e-c-x'')^2 G, \text{ daher}$$

$$E\frac{d^2y''}{dx''^2} = (b-c)\,P' - x''P' + \tfrac{1}{2}(e-c-x'')^2 G - (e-c)\,Q'' + x''Q'';$$

dies integrirt giebt

$$E\frac{dy''}{dx''} = (b-c)\,x''P' - \tfrac{1}{2}x''^2 P' + \tfrac{1}{2}(e-c)^2 x''G - \tfrac{1}{2}(e-c)\,x''^2 G + \tfrac{1}{6}x''^3 G - (e-c)\,x''Q'' + \tfrac{1}{2}x''^2 Q'' + \text{Const.}$$

Für $x'' = 0$ wird $\frac{dy''}{dx''} = \mathrm{Tgt}\,\psi$ also Const $= E\,\mathrm{Tgt}\,\psi$.

Diesen Werth in die Gleichung gesetzt und integrirt, giebt

$$\text{(VIII.)} \quad Ey'' = \tfrac{1}{2}(b-c)\,x''^2 P' - \tfrac{1}{6}x''^3 P' + \tfrac{1}{4}(e-c)^2 x''^2 G - \tfrac{1}{6}(e-c)\,x''^3 G + \tfrac{1}{24}x''^4 G - \tfrac{1}{2}(e-c)\,x''^2 Q'' + \tfrac{1}{6}x''^3 Q'' + x''E\,\mathrm{Tgt}\,\psi$$

wo keine Constante hinzukommt. Für $x'' = b - c$ werde $y'' = w$, so ist

(IX.) $E w = \frac{1}{3}(b-c)^3 P' + (b-c)^2 [\frac{1}{4}(e-c)^2 + \frac{1}{24}(b-c)^2 - \frac{1}{6}(b-c)(e-c)] G$
$- \frac{1}{2}(e-c)(b-c)^2 Q'' + \frac{1}{6}(b-c)^3 Q'' + (b-c) E \,\mathrm{Tgt}\,\psi.$

Für $x'' = b - c$ wird $\frac{dy''}{dx''} = \mathrm{Tgt}\,\varphi'$, daher

(X.) $E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi' = \frac{1}{2}(b-c)^2 P' + \frac{1}{2}(b-c)[\frac{1}{3}(b-c)^2 + (e-b)(e-c)] G - (e-c)(b-c) Q''$
$+ \frac{1}{2}(b-c)^2 Q'' + E\,\mathrm{Tgt}\,\psi.$

In Beziehung auf den Punkt M''' erhält man das Moment der Kräfte $= (e-b-x''') Q'' - \frac{1}{2}(e-b-x''')^2 G$, also

$$E \frac{d^2 y'''}{dx'''^2} = \frac{1}{2}(e-b-x''')^2 G - (e-b-x''') Q''.$$

Dies integrirt, giebt

$$E \frac{dy'''}{dx'''} = \frac{1}{2} x''' [(e-b)^2 - (e-b) x''' + \frac{1}{3} x'''^2] G - (e-b) x''' Q'' + \frac{1}{2} x'''^2 Q'' + \text{Const.}$$

Für $x''' = 0$ wird $\frac{dy'''}{dx'''} = \mathrm{Tgt}\,\varphi'$, also Const $= E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi'$. Diesen Werth in die vorstehende Gleichung gesetzt und nochmals integrirt, so ist

$E y''' = x'''^2 [\frac{1}{4}(e-b)^2 - \frac{1}{6}(e-b) x''' + \frac{1}{24} x'''^2] G - \frac{1}{2}(e-b) x'''^2 Q'' + \frac{1}{6} x'''^3 Q''$
$+ x''' E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi' + \text{Const.}$

Für $x''' = 0$ wird $y''' = w$, daher

(XI.) $E y''' = x'''^2 [\frac{1}{4}(e-b)^2 - \frac{1}{6}(e-b) x''' + \frac{1}{24} x'''^2] G - \frac{1}{2}(e-b) x'''^2 Q''$
$+ \frac{1}{6} x'''^3 Q'' + x''' E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi' + E w.$

Für $x''' = e - b$ wird $y''' = 0$, daher

(XII.) $0 = \frac{1}{8}(e-b)^4 G - \frac{1}{3}(e-b)^3 Q'' + (e-b) E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi' + E w.$

Aus VI. erhält man, wenn statt $E v$ aus IV. sein Werth gesetzt und abgekürzt wird:

(XIII.) $- c E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi = \frac{1}{6}(c-a)^3 P + \frac{1}{6} c (\frac{1}{4} c^3 - a^3) G + \frac{1}{2} c (a^2 - \frac{1}{3} c^2) Q.$

Wird in die Gleichung XII. der Werth von $E w$ aus IX. gesetzt, so erhält man daraus $(e-b) E\, Tgt\, \varphi'$, und wenn die Gleichung X. mit $(e-b)$ multiplizirt wird, so giebt dies gleichfalls einen Ausdruck für $(e-b) E\, Tgt\, \varphi'$. Werden nun beide gefundene Werthe einander gleich gesetzt, so erhält man, wenn die Glieder, welche sich aufheben, weggelassen, und sämmtliche Glieder mit $6c$ multiplizirt werden,

$$6c(e-c) E\,\mathrm{Tgt}\,\psi = c(b + 2c - 3e)(b-c)^2 P' + \frac{3}{4} c (e-c)^4 G + 2c(e-c)^3 Q''.$$

Aus VII. erhält man durch die Multiplication mit c den Werth von $c E\, Tgt\, \psi$, und wenn statt $c E\, Tgt\, \varphi$ der Werth aus XIII. gesetzt wird, und sämmt-

sämmtliche Glieder nach gehöriger Abkürzung den Factor 6 $(e-c)$ erhalten, so wird

$$6c(e-c)E\,\mathrm{Tgt}\,\psi = (a+2c)(e-c)(c-a)^2P + \tfrac{3}{4}(e-c)c^4G - 2c^3(e-c)Q.$$

Aus der Zusammenstellung dieser beiden letzten Gleichungen, erhält man endlich:

$$\text{(XIV.)}\quad (a+2c)(e-c)(c-a)^2P + c(3e-2c-b)(b-c)^2P' + \tfrac{3}{4}ce(e-c)(e^2-3ce+3c^2)G = 2c^3(e-c)Q + 2c(e-c)^3Q''.$$

Die Verbindung dieser Gleichung mit I. und II. giebt ganz allgemein den Druck auf die Unterlagen A, B, C, wenn aufser der eigenen Last des Balkens zugleich auf die daran hängende Gewichte P, P', Rücksicht genommen wird, und es ist

$$Q = \frac{(c-a)(e-c)(2ce-ac-a^2)P + c(b-c)(e-b)(b+c-2e)P' + \tfrac{1}{4}ce(e-c)(c^2+3ce-e^2)G}{2c^2e(e-c)}$$

$$Q' = \frac{c(e-c)(2ce-a^2-c^2)P + c(e-b)(2be-b^2-c^2)P' + \tfrac{1}{4}ce(e-c)(e^2+ce-c^2)G}{2c^2(e-c)^2}$$

$$Q'' = \frac{c(b-c)(3be-bc-ce-b^2)P' - a(c+a)(c-a)(e-c)P + \tfrac{1}{4}ce(e-c)(3e^2-5ce+c^2)G}{2ce(e-c)^2}$$

Woraus folgt, dafs der lothrechte Druck auf die einzelnen Unterstützungen, unabhängig von der Elastizität oder der Biegsamkeit des Balkens ist, oder *dafs dieser Druck unverändert bleibt, die Elastizität des Balkens mag grofs oder klein sein.* Auch läfst sich hieraus die leichte Anwendung der gefundenen Ausdrücke, zur Bestimmung des Drucks auf die Unterlagen eines Balkens übersehen, weil dazu nichts weiter erfordert wird, als dafs das Gewicht und die Länge des Balkens nebst den Belastungen und ihren Entfernungen von den Unterlagen, bekannt sind.

§. 18. Wird das Gewicht des Balkens bei Seite gesetzt und nur auf die Belastung durch die Gewichte P, P' Rücksicht genommen, so ist

$$Q = \frac{(c-a)(e-c)(2ce-ac-a^2)P + c(b-c)(e-b)(b+c-2e)P'}{2c^2e(e-c)}$$

$$Q' = \frac{a(e-c)(2ce-a^2-c^2)P + c(e-b)(2be-b^2-c^2)P'}{2c^2(e-c)^2}$$

$$Q'' = \frac{c(b-c)(3be-bc-ce-b^2)P' - a(c+a)(c-a)(e-c)P}{2ce(e-c)^2}$$

und wenn der Balken nur durch sein eigenes Gewicht belastet wird, so erhält man

$$Q = \frac{c^2+3ce-e^2}{8c}G$$

$$Q' = \frac{e(e^2 + ce - c^2)}{8c(e-c)} G$$

$$Q'' = \frac{3e^2 - 5ce + c^2}{8(e-c)} G.$$

§. 19. In denjenigen Fällen wo die mittlere Stütze bei B (Figur 9.), von den beiden übrigen gleich weit absteht, also $AB = BC$ oder $e = 2c$ ist, erhält man

$$Q = \frac{(c-a)(4c^2 - ac - a^2)P - (b-c)(2c-b)(3c-b)P' + \frac{3}{2}c^4 G}{4c^3}$$

$$Q' = \frac{a(3c^2 - a^2)P + (2c-b)(4bc - b^2 - c^2)P' + \frac{5}{2}c^4 G}{2c^3}$$

$$Q'' = \frac{(b-c)(5bc - 2c^2 - b^2)P' - a(c+a)(c-a)P + \frac{3}{2}c^4 G}{4c^3}.$$

Sind die Gewichte in der Mitte zwischen den gleich weit von einander entfernten Stützen angebracht, also $AD = DB = BF = FC$ oder $c = 2a$, $b = 3a$, $e = 4a$, so erhält man

$$Q = \frac{13P - 3P' + 6eG}{32}$$

$$Q' = \frac{11P + 11P' + 10eG}{16}$$

$$Q'' = \frac{13P' - 3P + 6eG}{32}.$$

Wäre die Last P so grofs wie das doppelte Gewicht des Balkens mit dem $4\frac{1}{3}$fachen der Last P' zusammen genommen, so wird die dritte Stütze oder der Punkt C gar keinen Druck leiden, oder $Q'' = 0$. Und wenn $P > 4\frac{1}{3}P' + 2eG$, so wird der Druck auf C negativ, oder es wird noch eine Kraft erfordert, das Ende des Balkens bis zur Horizontale AC herunter zu biegen.

Werden die Belastungen auf beiden Seiten der mittlern Stütze und ihre Entfernungen einander gleich gesetzt, so ist $P = P'$, daher

$$Q = \frac{5P + 3eG}{16}$$

$$Q' = \frac{22P + 10eG}{16}$$

$$Q'' = \frac{5P + 3eG}{16}.$$

Wird unter den angeführten Umständen das Gewicht des Balkens bei Seite gesetzt, so ist

$$Q = \tfrac{5}{16}P;\; Q' = \tfrac{22}{16}P;\; Q'' = \tfrac{5}{16}P$$

oder wenn angenommen wird, daſs keine Gewichte an dem Balken hängen, dagegen das Gewicht $c\,G$ desselben $= 2\,P$ ist; so wird

$$Q = \tfrac{6}{16} P;\; Q' = \tfrac{20}{16} P;\; Q'' = \tfrac{6}{16} P$$

Woraus folgt, daſs *die in der Mitte zwischen den Stützen aufgehängten Gewichte, die mittlere Stütze stärker und die äuſsern schwächer drücken, als wenn diese Last auf dem Balken gleichförmig verbreitet wäre.* Im ersten Falle ist der Druck auf die mittlere Stütze $4\frac{2}{3}$ mal so groſs, als auf jede der äuſsersten, dagegen wenn die Last auf den Balken gleichförmig verbreitet ist, wie Getreide auf Magazinböden, so ist der Druck auf die mittlere Stütze nur $3\frac{1}{3}$ mal so groſs, als auf jede der äuſsersten. Auf alle Fälle geht aber hieraus hervor, wie bedeutend der Druck auf die mittlern Stützen eines belasteten Gebäudes ist, und wie sehr für die sichere Gründung derselben gesorgt werden muſs. Nach der Eulerschen Hypothese §. 3. würde unter den angenommenen Bedingungen, der Druck auf die mittlere Stütze nur eben so groſs als auf jede der äuſsersten Stützen sein.

§. 20. Wenn bei drei gleich weit von einander angebrachten Unterstützungen, nur eine Last P zwischen den beiden ersten Stützen wirkt, und auf das Gewicht des Balkens nicht Rücksicht genommen wird, also P und $G = 0$ ist, so erhält man für $AB = BC$

$$Q = \frac{(c - a)\,(4c^2 - ac - a^2)}{4c^3}\,P$$

$$Q' = \frac{a\,(3c^2 - a^2)}{2c^3}\,P$$

$$Q'' = -\frac{a\,(c - a)\,(c + a)}{4c^3}\,P.$$

Es entstehet also auf die dritte Stütze kein Druck, sondern es muſs vielmehr eine Kraft $\frac{a\,(c - a)\,(c + a)}{4c^3}$P angewandt werden, damit das Ende des Balkens bei c, die Horizontale AC erreiche.

Fällt der Aufhängepunkt der Last P auf die erste Stütze in A, so ist $a = 0$, also

$$Q = P;\quad Q' = 0;\quad Q'' = 0$$

Ist die Last über der mittlern Stütze in B angebracht, so wird $a = c$, also

$$Q = 0;\quad Q' = P;\quad Q'' = 0$$

anstatt daſs nach §. 3.

$$Q = Q' = Q'' = \tfrac{1}{3} P \text{ sein soll.}$$

Fortsetzung
der Abhandlung über den Druck belasteter Balken auf ihre Unterstützungen, wenn deren mehr als zwei sind *).

Die Wichtigkeit der Untersuchung über die Vertheilung des Drucks auf mehrere in einer graden Linie befindliche Unterstützungspunkte, veranlafst mich, die frühere Abhandlung über diesen Gegenstand noch etwas weiter auszuführen, da der Nutzen, welchen ich mir von dieser Erweiterung der Statik versprechen darf, um so mehr einleuchten wird, wenn man erwägt, dafs nach dem bisherigen Zustande der Statik, es durchaus nicht möglich war, die Pressungen zu bestimmen, welche aus der Verbindung mehrerer belasteter Baukörper entstehen, um darnach den Widerstand zu beurtheilen, welchen die Erhaltung des Gleichgewichts und die zweckmäfsige Construction der einzelnen Theile erfordert. Selbst bei den einfachsten Dachverbindungen reicht unsere Statik nicht hin, die Wirkung anzugeben, welche die Anbringung der Kehlbalken und Stuhlsäulen veranlafst, und noch weniger kann man solche anwenden, wenn mittelst Häng- und Sprengwerke Brücken zusammen gesetzt werden sollen; weil bei allen diesen Untersuchungen das Gesetz bekannt sein mufs, nach welchem der Druck auf mehr als zwei Unterstützungspunkte vertheilt wird.

§. 21. Der Druck eines belasteten Balkens auf vier Unterstützungspunkte, wird nach eben den Grundsätzen bestimmt, welche im Vorhergehenden entwickelt sind. Es sei (Figur 10.) ein Balken in den Punkten A, B, C, D unterstützt und in E' mit einem Gewichte P, in F' mit einem Gewichte P' und in G' mit P belastet. Es sei ferner $AE = DG = a$, $AF = DF = b$, $AB = DC = c$, so dafs die beiden Hälften des Balkens auf gleiche Art oder symmetrisch belastet und unterstützt sind. Es mufs daher auch von der Hälfte $F'D$ gelten, was von AF' erwiesen wird, und wenn Q der Druck auf A, Q' auf B ist, so mufs der Druck auf D ebenfalls $= Q$ und

*) Gelesen den 28. Mai 1807.

auf $C = Q'$ sein. Die durch E', B und F gehenden Tangenten, sollen die grade Linie AD unter den Winkeln φ, ψ, φ' schneiden, so muſs, weil die durch F' gehende Tangente mit AD parallel ist, auch $\varphi' = 0$ sein. Das Gewicht von jedem Fuſs der Länge des Balkens sei G, so erhält man, wenn alle Kräfte im Gleichgewichte sind,

$$\text{(I.)}\quad 2P + P' + 2bG = 2Q + 2Q'.$$

Für $EE' = v$ erhält man, wie §. 17. IV.

$$Ev = \tfrac{1}{3}a^3 Q - \tfrac{1}{8}a^4 G + aE\,\mathrm{Tgt}\,\varphi, \text{ oder}$$

$$\text{(II.)}\quad 0 = 8a^3 Q - 3a^4 G + 24aE\,\mathrm{Tgt}\,\varphi - 24Ev.$$

Ferner erhält man eben so, wie §. 17. VI.

$$0 = \tfrac{1}{6}(c-a)^3 P + \tfrac{1}{4}(c-a)^2(\tfrac{1}{2}a^2 + \tfrac{1}{3}ac + \tfrac{1}{6}c^2)G - \tfrac{1}{6}(2a+c)(c-a)^2 Q$$
$$+ (c-a)E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi + Ev, \text{ oder}$$

$$0 = 4(c-a)^3 P + (3a^4 - 4a^3c + c^4)G + (12a^2c - 8a^3 - 4c^3)Q$$
$$+ 24(c-a)E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi + 24Ev.$$

Wird dieser Ausdruck mit (II.) zusammen addirt, so ist

$$\text{(III.)}\quad 0 = 4(c-a)^3 P + (c^4 - 4a^3c)G + (12a^2c - 4c^3 Q + 24cE\,\mathrm{Tgt}\,\varphi.$$

Eben so findet man wie §. 17. VII.

$$E\,\mathrm{Tgt}\,\psi = \tfrac{1}{2}(c-a)^2 P + \tfrac{1}{6}(c-a)(a^2 + ac + c^2)G - \tfrac{1}{2}(c-a)(c+a)Q$$
$$+ E\,\mathrm{Tgt}\,\varphi, \text{ oder}$$

$$0 = 12c(c-a)^2 P + 4(c^4 - a^3c)G + 12(a^2c - c^3)Q + 24cE\,\mathrm{Tgt}\,\varphi$$
$$- 24cE\,\mathrm{Tgt}\,\psi.$$

Hiervon den Ausdruck III. subtrahirt, so bleibt

$$\text{(IV.)}\quad 0 = 4(a^3 - 3ac^2 + 2c^3)P + 3c^4 G - 8c^3 Q - 24cE\,\mathrm{Tgt}\,\psi.$$

Man setze $BP'' = x$ und $P''M'' = y$, so ist

$$E\frac{d^2y}{dx^2} = (c - a + x)P + \tfrac{1}{2}(c+x)^2 G - (c+x)Q - xQ'.$$

Dies integrirt giebt

$$E\frac{dy}{dx} = x(c - a + \tfrac{1}{2}x)P + \tfrac{1}{2}x(c^2 + cx + \tfrac{1}{3}x^2)G - x(c + \tfrac{1}{2}x)Q - \tfrac{1}{2}x^2Q' + \text{Const.}$$

Für $x = 0$ wird $\frac{dy}{dx} = \mathrm{Tgt}\,\psi$, also Const $= E\,\mathrm{Tgt}\,\psi$, daher

$$E\frac{dy}{dx} = x(c - a + \tfrac{1}{2}x)P + \tfrac{1}{2}x(c^2 + cx + \tfrac{1}{3}x^2)G - x(c + \tfrac{1}{2}x)Q - \tfrac{1}{2}x^2Q' + E\,\mathrm{Tgt}\,\psi.$$

Wird $x = b - c$, so ist $\frac{dy}{dx} = \mathrm{Tgt}\,\varphi = 0$, daher $E\frac{dy}{dx} = 0$, und man erhält

$$0 = 12c(b^2 - c^2 - 2ab + 2ac)P = 4c(b^3 - c^3)G - 12c(b^2 - c^2)Q - 12c(b-c)^2Q'$$
$$+ 24cE\,\mathrm{Tgt}\,\psi.$$

Hierzu den Ausdruck IV. addirt, giebt

$$o = 4(a^3 + 3b^2 c - c^3 - 6abc + 3ac^2)P + c(4b^3 - c^3)G - 4c(b^2 - c^2)Q - 12c(b-c)^2 Q'.$$

Hieraus und aus I. die Gröfse Q entwickelt, so findet man für den Druck auf B oder C

$$Q' = \frac{4a(6bc - a^2 - 3c^2)P + 2c(3b^2 - c^2)P' + c(8b^3 + c^3 - 4bc^2)G}{8c^2(3b - 2c)}$$

und für den Druck auf A oder D

$$Q = \frac{4(a^3 - 6abc + 3ac^2 + 6bc^2 - 4c^3)P - 6c(b-c)^2 P' + c(24b^2 c - 8b^3 - c^3 - 12bc^2)G}{8c^2(3b - 2c)}.$$

Hängen die beiden Lasten P, P', in der Mitte zwischen ihren Stützen, so ist $c = 2a$, und man findet in diesem Falle

$$Q' = \frac{a(12b - 13a)P + (3b^2 - 4a^2)P' + 4(a^3 + b^3 - 2a^2 b)G}{8a(3b - 4a)}$$

$$Q = \frac{a(12b - 19a)P - 3(b - 2a)^2 P' + 4(6ab^2 - 6a^2 b - a^3 - b^3)G}{8a(3b - 4a)}.$$

Sind die Stützen gleich weit von einander entfernt und hängt jedes der Gewichte P, P, P' in der Mitte zwischen den Stützen, so wird $b = 3a$ und

$$Q' = \frac{23P + 23P' + 88aG}{40}$$

$$Q = \frac{17P - 3P' + 32aG}{40}.$$

Wäre nur allein in der Mitte des Balkens eine Last P' aufgehängt, also $P = o$, so ist

$$Q' = \frac{23P' + 88aG}{40}$$

$$Q = \frac{32aG - 3P'}{40}.$$

§. 22. Es sei nun BAD (Figur II.) ein Dachgesparre, welches in den Balken BD eingezapft und mit einem Kehlbalken EF versehen ist. Man sucht die Kraft, mit welcher der Untertheil der Sparren bei B und D nach horizontaler Richtung auszuweichen strebt, oder den Sparrenschub, und aufserdem noch die Kraft mit welcher der Kehlbalken von der Belastung des Dachs zusammen geprefst wird.

Setzt man die halbe Länge des Balkens oder $\frac{1}{2}BD = a$, die Sparrenlänge $AB = AD = b$, die Entfernung $AE = c$, den Winkel $ABD = \alpha$, und nimmt an, dafs jeder laufende Fufs des Sparren mit einem Gewichte G belastet sei, so ist bG die ganze Last eines Sparren. Der vertikale Druck, welcher aus der Vertheilung der Last auf die drei Unterstützungspunkte in

A, E und B entsteht, sei in A nach $Aa = Q$, in E nach $Ee = Q'$, in B nach $Bb = Q''$, so findet man §. 18.

$$Q = \frac{c^2 + 3bc - b^2}{8c} G$$

$$Q' = \frac{b(b^2 + bc - c^2)}{8c(b-c)} G$$

$$Q'' = \frac{3b^2 - 5bc + c^2}{8(b-c)} G.$$

Der Druck in A zerlegt sich nach horizontaler Richtung und nach der Richtung AB. Der Horizontaldruck wird vom Gegendruck des zweiten Sparren aufgehoben; nach AB entsteht aber ein Druck $= Q$ Cosec α, welcher sich in B nach der Verlängerung BI fortpflanzt.

Der Druck Q' bei E zerlegt sich nach EF in die Kraft Q' Cot α, und nach EB in die Kraft Q' Cosec α.

Die beiden Pressungen nach der Richtung AB geben zusammen einen Druck nach $BI = (Q + Q')$ Cosec α. Dieser Druck zerlegt sich horizontal nach BH und vertikal nach BK. Ersterer giebt den Sparrenschub, und wenn man solchen $= S$ setzt, so wird

$$S = (Q + Q') \operatorname{Cosec}\alpha \operatorname{Cos}\alpha = (Q + Q') \operatorname{Cot}\alpha.$$

Vertikal entsteht ein Druck nach $BK = (Q + Q')$ Cosec α sin $\alpha = Q + Q'$, welcher mit dem Druck Q'' zusammen genommen, der Belastung des Sparren bG gleich ist. Setzt man statt Q, Q' die gefundenen Werthe, so erhält man den Sparrenschub

$$S = \frac{5b^2 - 3bc - c^2}{8(b-c)} G \operatorname{Cot}\alpha.$$

In E war der Druck nach $EF = Q' \cot\alpha$, daher erhält man die Kraft, mit welcher der Kehlbalken zusammengedrückt wird $= \frac{b(b^2+bc-c^2)}{8c(b-c)} G \operatorname{Cot}\alpha$.

Da nun im ersten Quadranten Cot α wächst wenn α abnimmt, so folgt daraus, daſs bei unveränderter Sparrenlänge, die Kraft welche den Kehlbalken zusammen preſst, desto gröſser wird, je kleiner der Neigungswinkel der Sparren gegen den Horizont ist. Dasselbe gilt von dem Sparrenschub.

Die Kraft, mit welcher die Sparren an der Forst bei A gegen einander drücken, ist $= Q \operatorname{Cot}\alpha = \frac{c^2 + 3bc - b^2}{8c} G \cot\alpha$.

Dieser Druck verschwindet wenn $c^2 + 3bc - b^2 = 0$, oder wenn $c = \frac{1}{2} b(-3 + \sqrt{13}) = 0{,}23205$ b wird. Wäre c noch kleiner als 0,23205 b,

so wird der horizontale Druck der Sparren gegen einander negativ, oder die Sparren streben bei A sich von einander zu entfernen, weshalb der Kehlbalken nicht viel höher als $\frac{3}{4}$ von der ganzen Dachhöhe anzubringen ist, wenn sich die Sparren an der Forst nicht von einander geben sollen.

Hiebei ist zu bemerken, dafs man das Gewicht des Kehlbalkens deshalb nicht in Rechnung genommen hat, weil solches gegen die ganze Belastung des Dachs unbedeutend ist.

§. 23. Wäre ein Dachgespärre mit einem stehenden Stuhle versehen, so läfst sich nach den Gesetzen von der Vertheilung des Drucks, die Gröfse des Sparrenschubs, der Druck auf die Stuhlsäulen EE', FF' (Figur 12.), und die Gröfse der Kraft bestimmen, mit welcher der Kehlbalken zusammen geprefst wird. Mit Beibehaltung der Bezeichnung im vorigen §. ist der Vertikaldruck auf den Sparren bei $E = Q'$, welcher sich nach EB in eine Kraft $Q' \sin \alpha$ und senkrecht auf EB nach EE', in eine Kraft $Q' \operatorname{Cos} \alpha$ zerlegt. Wird diese vertikal nach FK und horizontal nach EF zerlegt, so erhält man die Vertikalkraft $= Q \operatorname{Cos} \alpha^2$ und die Horizontalkraft $= Q' \sin \alpha \operatorname{Cos} \alpha = \frac{1}{2} Q' \sin 2\alpha$ und hieraus den vertikalen Druck, welchen jede Stuhlsäule von der Belastung des Dachs leidet $= \frac{b(b^2 + bc - c^2)}{8c(b - c)} G \operatorname{Cos} \alpha^2$. Eben so findet man die Kraft, mit welcher der Kehlbalken zusammen gedrückt wird $= \frac{b(b^2 + bc - c^2)}{16c(b - c)} G \sin 2\alpha$.

Bei E entstand ein Druck nach der Richtung $EB = Q' \sin \alpha$ und bei A findet man den Druck nach derselben Richtung $= Q \operatorname{Cosec} \alpha$, daher ist der gesammte Druck nach der Richtung des Sparren oder nach $BI = Q \operatorname{Cosec} \alpha + Q' \sin \alpha$. Diese Kraft horizontal nach BH zerlegt, giebt den Sparrenschub $S = (Q \operatorname{Cosec} \alpha + Q' \sin \alpha) \operatorname{Cos} \alpha = (Q + Q' \sin \alpha^2) \operatorname{Cot} \alpha$.

Für ein Dachgespärre ohne Stuhlsäulen war $S = Q + Q'$. Weil nun allemal hier Q' gröfser als $Q' \sin \alpha^2$ ist, so folgt daraus, dafs durch die Anordnung eines stehenden Stuhls der Sparrenschub vermindert wird.

§. 24. Eben so leicht wie bei den Dächern, lassen sich die hier gefundenen Resultate auch auf Häng- und Sprengwerke anwenden. Es sei bei einer mit einem Sprengwerke versehenen Brücke AB (Figur 13.) ein an beiden Enden aufliegender Balken, welcher unterhalb durch die Streben CD, EF mit Hülfe eines Spannriegels CE gestützt wird, so kann man die Last, welche der Balken tragen mufs, so ansehen, als wenn sie auf die vier Punk-

Punkte A, C, E und B vertheilt wäre. Man setze $AC = BE = c$, den Vertikaldruck auf C oder $E = Q'$ und den Horizontaldruck der Strebe CD gegen ihre Widerlage bei $D = S$, so findet man, wenn der Winkel $ACD = \alpha$ ist, die Kraft mit welcher die Widerlage horizontal weggedrückt wird, oder $S = Q' \operatorname{Cot} \alpha$. Weil aber der Punkt D in den meisten Fällen und besonders bei Brücken deshalb gegeben ist, weil solcher wegen des Eisganges noch über dem Wasserspiegel liegen mufs, so sei $AD = h$, und man erhält $S = \frac{c}{h} Q'$.

Nun ist für den Fall wenn auf der Mitte des Balkens AB in G eine Last P' liegt und kein anderes Gewicht in Rechnung gebracht, auch $AG = b$ gesetzt wird, nach §. 21.

$$Q' = \frac{3b^2 - c^2}{4c(3b - 2c)} P', \text{ also } S = \frac{3b^2 - c^2}{4h(3b - 2c)} P.$$

Da sich dieser Ausdruck aber auch so vorstellen läfst:

$$S = \frac{P'}{16h} \left(3b + 2c + \frac{3b^2}{3b - 2c}\right)$$

so folgt hieraus, dafs S mit c wächst oder wenn unter übrigens gleichen Umständen der Stützpunkt D der Strebe eines Sprengwerks gegeben wäre, so wird der horizontale Druck gegen die Widerlage desto gröfser, je länger die Strebe ist.

Wäre die Last P' nicht in der Mitte G angebracht, sondern über den ganzen Balken AB dergestalt gleichförmig verbreitet, dafs auf jeden Fufs von der Länge des Balkens, G Pfund von der Last kommen, so erhält man

$$Q' = \frac{8b^3 + c^3 - 4bc^2}{8c(3b - 2c)} \text{ also } S = \frac{8b^3 + (c - 4b)c^2}{8h(3b - 2c)} G.$$

Daher auch bei einer auf dem Balken gleichförmig verbreiteten Last, die zuletzt angeführte Folgerung ihre Anwendung findet.

§. 25. Es wäre überflüssig, die Anwendung der Gesetze von der Vertheilung des Drucks noch auf mehrere besondere Fälle anzuwenden, da solches mit eben der Leichtigkeit wie bei den angeführten Beispielen geschehen kann. Dagegen wird es nicht undienlich sein, die Uebereinstimmung der gefundenen Resultate mit einigen zu diesem Zwecke angestellten Versuchen zu zeigen, weil in der That die aus der Theorie gezogenen Resultate §. 19. etwas auffallend sind, nach welchen sich bei einem symmetrisch belasteten Balken, der Druck auf die mittlere Stütze, zum Druck auf jede am Ende angebrachte Stütze, wie 22 zu 5 verhält. Es kam hiebei

darauf an, einen solchen Körper zu den Versuchen zu wählen, welcher durchgängig homogen und von gleicher Biegsamkeit war. Holz oder Steinarten schienen hierzu weniger geschickt als gehämmertes Metall. Daher liefs ich eine messingene gehämmerte Stange, 7 Fufs 10 Zoll oder 94 Zoll lang. $\frac{3}{4}$ Zoll breit und $\frac{1}{12}$ Zoll dick, mit aller möglichen Sorgfalt verfertigen. Ihr Gewicht war 2 Pfund 2 Loth oder 66 Loth, wobei zu bemerken, ist dafs sich sämmtliche Längenmaafse auf den brandenburgischen Werkfufs (= 139, 13 pariser Linien) und die Gewichte auf das berliner Handelsgewicht beziehen. Dadurch dafs die Stange in ihrer Mitte unterstützt im Gleichgewicht blieb, überzeugte man sich dafs der Schwerpunkt in der Mitte ihrer Länge lag, so wie man auch aus der Uebereinstimmung der auf beiden Seiten der Mitte gemessenen horizontalen Abscissen und vertikalen Ordinaten, auf den gleichen Grad von Biegsamkeit bei gleichen Abständen von der Mitte schliefsen konnte.

Zu den Versuchen selbst bediente man sich folgender Vorrichtung. An einer vertikalen Wand waren zwei Stifte dergestalt wagerecht befestigt, dafs ein darüber gehängter feiner Faden, an dessen Enden sich kleine Gewichte befanden, sehr genau eine wagerechte Linie bezeichnete. Ueber diesem Faden waren in der Wand drei kleine Rollen gleich weit von einander so befestigt, dafs die äufsersten Rollen 94 Zoll von einander entfernt waren. Zur Verminderung der Reibung waren alle Theile der Rollen sehr fein gearbeitet, so dafs man den Widerstand, welcher von der Reibung entstand, als unbedeutend aus der Rechnung lassen kann. Ueber jede der drei Rollen hing ein feiner seidener Faden, welcher mit einem Ende an die messingene Stange und mit dem andern Ende an eine kleine Wageschaale befestigt war, deren Gewicht man vorher bestimmt hatte. Durch diese Einrichtung war die Stange an ihren beiden Enden und in ihrer Mitte aufgehängt oder in drei gleich weit von einander abstehenden Punkten unterstützt, und wenn man jede Schaale gleich stark belastete, so entstand ein Gleichgewicht, so bald die Summen der Gewichte und Wageschaalen dem Gewicht der Stange gleich waren. Damit aber die drei Unterstützungspunkte der Stange in einerlei wagerechte Linie gebracht werden konnten, bewegte man die ganze Stange so weit aufwärts oder abwärts, bis ihre beiden Endpunkte mit dem ausgespannten wagerechten Faden in einerlei Horizont lagen, welches um so leichter bewerkstelligt werden konnte, weil der Faden und die Stange nur sehr wenig von einander entfernt waren.

Hatte alsdann jede Wageschaale gleiche Belastung, so fand man, dafs sich der mittlere Aufhängepunkt der Stange unter dem Horizont des angespannten Fadens befand. Es wurden daher so oft hinter einander zwei gleiche kleine Gewichte aus der mittlern Schaale herausgenommen und eins davon in jede der äufsersten Schaalen gelegt, bis man fand, dafs sich die beiden äufsersten Aufhängepunkte der Stange mit dem mittleren in einerlei wagerechten Linie befanden. Das Gewicht einer jeden Schaale und die in derselben befindliche Belastung bestimmten alsdann den Druck, welchen die Stange auf jeden ihrer Aufhänge- oder Unterstützungspunkte ausübte.

Durch die Anwendung dieses Verfahrens fand man, wenn lediglich die messingene Stange in drei Punkten aufgehängt war, dafs die Erhaltung des Gleichgewichts an jedem Ende der Stange, ein Gewicht von $12\frac{7}{16}$ Loth und in der Mitte ein Gewicht von $41\frac{1}{8}$ Loth erforderte.

Vergleicht man diese durch Beobachtnng gefundenen Pressungen mit denjenigen, welche aus der Theorie nach §. 19. abgeleitet werden, so ist hier $P = 0$ und eG das Gewicht der Stange, daher erhält man für den Druck auf jede äufsere Stütze . . . $Q = \frac{3}{16} eG = \frac{3}{16} \cdot 66 = 12\frac{3}{8}$
und für den Druck auf die mittlere Stütze . . $Q' = \frac{5}{8} \cdot 66 = 41\frac{1}{4}$.

Hiernach ist die Abweichung der Resultate aus der Beobachtung von der Rechnung äufserst gering, und man könnte eine ganz vollkommene Uebereinstimmung erwarten, wenn man nicht der unvermeidlichen Reibung an den Rollzapfen und der Steifigkeit der Fäden diese Abweichung zuschreiben müfste.

Weil bei dem angeführten Versuche die Stange aufser ihrem eigenen Gewicht nicht weiter belastet war, so wollte man auch noch die Veränderung der Pressungen auf die Unterlagen bei aufgelegten Gewichten kennen lernen. Indem man die ganze Einrichtung beibehielt, beschwerte man jede Mitte zwischen den Aufhängepunkten der Stange mit 4 Loth, und nachdem alle drei Unterstützungspunkte in einerlei Horizontale auf die beschriebene Weise gebracht waren, fand man den Druck auf jede der äufsern Stützen $13\frac{3}{4}$ und auf die mittlere Stütze $46\frac{1}{2}$ Loth.

Werden auch diese Resultate mit der Theorie verglichen, so ist nach §. 19. $P = 4$ und $eG = 66$, daher der Druck auf jede äufsere Stütze

$$Q = \frac{5P + 3eG}{16} = \frac{5 \cdot 4 + 3 \cdot 66}{16} = 13\frac{5}{8}$$

und der Druck auf die mittlere Stütze

$$Q' = \frac{22P + 10eG}{16} = \frac{22.4 + 10.66}{16} = 46\tfrac{3}{4}$$

so daſs auch für diesen Fall eine erwünschte Uebereinstimmung erhalten wird.

§. 26. Die Anwendung der entwickelten Lehren von der Vertheilung des Drucks auf feste Körper, deren Elasticität auch noch so groſs oder klein sein mag, ist keinem Bedenken unterworfen, wenn nur der belastete Körper in allen Theilen seiner Länge dem Biegen gleichförmig widersteht. Da es nun wegen der beim Bauwesen vorkommenden Körper und besonders in Absicht der üblichen Holzarten von groſser Wichtigkeit ist, ob die gefundenen Resultate mit Sicherheit angewandt werden können, so bleibt noch zu untersuchen übrig, ob das Holz nach den gefundenen Gesetzen gebogen wird; in welchem Falle die Biegungslinie mit der elastischen Kurve übereinstimmen muſs.

Weil nur gewöhnlich das Eichen- und Kiefernholz bei groſsen Gebäuden verwandt wird, so ist es zureichend, einige Versuche zu beschreiben, welche mit diesen Holzarten zur Ausmittelung der Biegungslinie angestellt worden sind. Man wählte zu den Versuchen nur trocknes seit zwei Jahren in hiesigen Forsten gehauenes Holz, bei welchem durchgängig keine Aeste zu bemerken waren. Jedes Holzstück bildete ein Parallelopipedum, welches mit dem Hobel dergestalt sorgfältig bearbeitet worden, damit keine Holzfaser durchschnitten oder nach der Kunstsprache, das Holz nicht über den Spahn geschnitten war, weshalb man die Fasern sehr nahe als parallel mit den beiden gegenüberstehenden Aussenflächen des Holzstücks annehmen konnte. Diese Holzstücke legte man auf zwei fest mit einander verbundene Rüstböcke, auf deren Obertheilen sich eiserne Stäbe befanden, um den Holzstücken als Unterlagen zu dienen. Die eisernen Stäbe waren rechtwinklicht bearbeitet und so gelegt, daſs sich ihre obersten Flächen in einerlei Horizont befanden, wodurch man das tiefe Einschneiden des Eisens in das Holz vermeiden konnte, welches bei zugeschärften aufwärts gehenden Kanten entstehen muſs. Die Holzstücke selbst legte man so auf die Unterlagen, damit die Holzfasern eine wagerechte Lage erhielten; auch war auf der vertikalen Seitenfläche des Holzstücks, eine Linie in gleichen Abständen von der Ober- und Unterkante gezogen, so daſs man aus der Gestalt dieser Linie, welche hier die Mittellinie heiſsen soll, die Biegung des Holzes beurtheilen konnte. Befand sich das Holz ohne Belastung auf den Unterlagen, so war diese Mittellinie wagerecht, und damit man beim Biegen des

Holzes aus den horizontalen Abscissen, die vertikalen Ordinaten finden konnte, war in einerlei Vertikalebene mit der Mittellinie, ein feiner Faden wagerecht ausgespannt, dessen Länge dem lichten Abstand beider Unterlagen gleich war. Mittelst der gleichen Theile in welchen man die Länge dieses Fadens getheilt hatte, konnte man nun leicht die Vertikalabstände der gebogenen Mittellinie von diesem Faden, also auch die Abweichung der Mittellinie von ihrer ursprünglichen Lage bestimmen. Zum Aufhängen der Gewichte in der Mitte des Holzes, diente ein viereckigter eiserner Band, von welchem der Obertheil, der auf dem Holz ruhte, rund abgefeilt war, damit durch denselben kein Einschnitt in das Holz entstehen konnte. An diesem eisernen Bande hingen die zum Biegen bestimmten Gewichte.

Das erste Holzstück, dessen man sich zu den Versuchen bediente, war aus einer Sommereiche, zwischen Kern und Splint, 7 Fuſs $2\frac{1}{4}$ Zoll lang geschnitten und auf die beschriebene Art dergestalt bearbeitet, daſs solches genau 2 Zoll Höhe und 2 Zoll Breite hatte. Aus dem Gewicht desselben von 7 Pfund 1 Loth fand man das eigenthümliche Gewicht dieses Holzes 0,620. Die Unterlagen waren so angeordnet, daſs solche $5\frac{1}{2}$ Fuſs = 66 Zoll von einander standen, so daſs sich das aufgelegte Holz auf eine Weite von 66 Zoll ohne Unterstützung befand, welches zugleich die Länge ist, welche in Rechnung kommt. Bei einer horizontalen Lage der Holzfasern beschwerte man nun die Mitte des Holzes so sehr, daſs die gesammte Belastung nebst dem halben Gewichte des frei liegenden Holzes 682 Pfund wog, und als diese Last nach 24 Stunden die Mitte des Holzes bis auf 3,52 Zoll aus ihrer ursprünglichen Lage gebogen hatte, fing man an, die zu den Abscissen gehörigen Ordinaten von 3 zu 3 Zoll, auf die vorhin beschriebene Weise auszumessen, weil man bei einer gröſsern Senkung der Mitte, das Zerbrechen des Holzes befürchten muſste.

Die nachstehende Tafel enthält in den drei ersten Vertikalspalten die gemessenen Abscissen und Ordinaten, wenn man den Anfangspunkt der Abscissen in einem der Unterstützungspunkte annimmt, und von jedem dieser Punkte bis zur Mitte rechnet. In der vierten Spalte sind die aus der Gleichung für die elastische Kurve berechneten Ordinaten enthalten, wenn man unter der Voraussetzung rechnet, daſs die Abscissen nebst der gröſsten Ordinate gegeben sind. Man hat alsdann nach §. 13. die Gleichung

$$y = \frac{3v}{2a} x - \frac{v}{2a^3} x^3; \text{ wo } v = 3{,}52 \text{ und } a = 33 \text{ ist.}$$

Hierdurch findet man zur Bestimmung der Ordinaten

$$y = 0{,}16x - 0{,}000049x^3.$$

Die Vergleichung der ausgemessenen Ordinaten in der zweiten und dritten Spalte mit den berechneten in der vierten Spalte giebt eine so gute Uebereinstimmung, dafs wenn man die unvermeidlichen Anomalien abrechnet, nicht leicht eine bessere Uebereinstimmung mit irgend einer andern Kurve als der elastischen zu erwarten ist. Um aber wenigstens zu übersehen, welche Abweichungen entstehen, wenn man etwa eine gemeine Parabel als Biegungslinie annehmen wollte, so ist dieserhalb noch die fünfte Spalte in der folgenden Tafel angehängt worden.

Abscissen.	Gemessene Ordinaten auf der		Berechnete Ordinaten nach der	
	einen Hälfte.	andern Hälfte.	elastischen Linie.	Parabel.
3	0,48	0,47	0,479	0,611
6	0,93	0,91	0,949	1,164
9	1,37	1,35	1,404	1,658
12	1,79	1,76	1,835	2,095
15	2,20	2,18	2,235	2,473
18	2,54	2,52	2,594	2,793
21	2,91	2,88	2,907	3,055
24	3,14	3,12	3,163	3,258
27	3,34	3,32	3,356	3,404
30	3,48	3,47	3,478	3,491
33	3,52	3,52	3,520	3,520

Hierbei ist noch zu bemerken, dafs das aufgelegte Holzstück bei der ansehnlichen Belastung von 682 Pfund, dennoch nicht von den Unterlagen gewichen war, obgleich dies oft und bei verhältnifsmäfsig längern Hölzern der Fall ist. Man konnte daher annehmen, dafs die unterste Faser des gebogenen Holzes um so viel mehr ausgedehnt war, als die Länge der Kurve ihre zugehörige Sehne oder ihre doppelte Abscisse übertroffen hat.

Zu den Versuchen mit Kiefernholz wählte man ein Stück von 6 Fufs 2¼ Zoll Länge, welches aus dem Stamm, zwischen Herz und Splint genom-

men war. Bearbeitet hatte dasselbe 2 Zoll Höhe und 2 Zoll Breite, und keine Faser war über den Spahn geschnitten, so dafs man sämmtliche Fasern als mit zwei Seitenflächen des Holzes parallel ansehen konnte. Das Gewicht dieses Holzes fand man 6 Pfund $14\frac{1}{4}$ Loth, also das eigenthümliche Gewicht = 0,565. Nachdem man das Holz auf die beiden wagerechten im Lichten 66 Zoll von einander entfernten Unterlagen gebracht, und nachdem man dasselbe in seiner Mitte, mit Inbegriff seines eigenen Gewichts, zuletzt mit 873 Pfund belastet hatte, fand man, dafs nach beinahe 6 Tagen, die Mitte desselben um 2,75 Zoll gesenkt war. Auf eine ähnliche Art, wie solches bei dem Eichenholz beschrieben ist, wurden hier ebenfalls die Ordinaten gemessen, welche nebst den zugehörigen Abscissen in den drei ersten Vertikalspalten der folgenden Tafel enthalten sind. Zur Bestimmung der elastischen Kurve, welche dieser Biegung entspricht, erhält man nach §. 13, weil hier $v = 2{,}75$ und $a = 33$ ist, . . . $y = \frac{1}{8}x - 0{,}00003826\,x^3$.

Nach dieser Formel ist die letzte Spalte der Tafel berechnet, und auch hier zeigt sich für das Kiefernholz eine eben so gute Uebereinstimmung mit den gemessenen und berechneten Ordinaten, wie bei dem Eichenholze. Uebrigens war auch hier das aufgelegte Holz nach der Biegung unverrückt auf seinen Unterstützungen liegen geblieben.

Abscissen.	Gemessene Ordinaten auf der einen Hälfte.	Gemessene Ordinaten auf der andern Hälfte.	Berechnete Ordinaten nach der elastischen Kurve
3	0,35	0,36	0,374
6	0,69	0,70	0,742
9	1,02	1,03	1,097
12	1,36	1,38	1,434
15	1,69	1,70	1,746
18	1,96	1,98	2,027
21	2,20	2,22	2,271
24	2,41	2,42	2,471
27	2,59	2,60	2,622
30	2,71	2,70	2,717
33	2,75	2,75	2,750

Noch stellte man einen Versuch mit einem Stück Kiefernholz an, welches aus einem andern Stamme zwischen Splint und Kern genommen war. Bearbeitet hatte dasselbe 6 Fuſs $2\frac{3}{4}$ Zoll Länge, 1,958 Zoll Breite und 2 Zoll Höhe. Sein Gewicht war 6 Pfund 31 Loth, also sein eigenthümliches Gewicht = 0,612. Alle übrige Umstände waren wie bei den vorhergehenden Versuchen, und nachdem man das Holz in seiner Mitte mit Inbegriff seines halben Gewichts endlich mit 800 Pfund belastet hatte, fand man nach beinahe 3 Tagen, daſs seine Mitte bis auf 2,60 Zoll gesenkt war. Für diesen Fall erhält man die Gleichung zur Berechnung der Ordinaten

$$y = 0{,}11818\,x - 0{,}00003617\,x^3,$$

und die nachstehende Tafel enthält sowohl die ausgemessenen als auch die nach dieser Formel berechneten Ordinaten.

Abscissen.	Gemessene Ordinaten auf der einen Seite.	Gemessene Ordinaten auf der andern Seite.	Berechnete Ordinaten nach der elastischen Kurve
3	0,34	0,34	0,354
6	0,69	0,68	0,701
9	1,01	1,00	1,038
12	1,32	1,32	1,356
15	1,63	1,63	1,651
18	1,89	1,89	1,916
21	2,12	2,13	2,147
24	2,30	2,30	2,336
27	2,44	2,44	2,479
30	2,54	2,55	2,569
33	2,60	2,60	2,600

Beschrei-

Beschreibung und allgemeine Theorie einer neuen Wage.

Von Herrn Tralles. *)

Dem Naturforscher ist eine genaue Wage eins der unentbehrlichsten Werkzeuge. Wie sehr nun auch geschickte Künstler die Ausführung desselben vervollkommnet haben, so ist doch für die vorzüglichsten Instrumente dieser Art immer dieselbe Einrichtung im Ganzen, auf das Prinzip des gleicharmichten Hebels gegründet, befolgt worden. Ein solches gehörig ausgeführtes Instrument wird kostbar, es erfordert feine Behandlung, einen festen wohl angeordneten Stand und mehrere bequeme Umstände, wenn vermittelst desselben die Genauigkeit erreicht werden soll, welche es zu geben vermag; und man mufs besorgt sein, es in gutem Zustande zu erhalten.

Vor vielen Jahren schon, beschäftiget mit der Anordnung schicklicher Werkzeuge auf Reisen in den Alpen, fand ich, dafs die Wage in ihrer bisherigen Form meinem Zwecke nicht entsprechen konnte. Genöthiget ein solches Instrument zu gebrauchen, dachte ich auf eine Einrichtung, die zum Fortschaffen bequem und mit Sicherheit ein nicht ganz unbeträchtliches Gewicht genau genug angäbe, um einen etwas grofsen hohlen Körper zum Wägen der Luft in verschiedenen Höhen anwenden zu dürfen. Die Vorrichtung, auf welche ich gerathen bin, habe ich zwar schon damals und seither mehreren Personen schriftlich mitgetheilt oder vorgewiesen, auch ist das Instrument öfters verfertiget worden. **) Allein ich habe dar-

*) Gelesen den 2ten Mai 1805.

**) Die hier beschriebene und abgezeichnete dreiarmichte Wage ist mir von dem geschickten Mechanikus Develey dem jüngern zu Lausanne im Jahr 1796. verfertiget worden. Früher hatte ich in einem von mir verlangten Gutachten über öffentliche Lastwagen eine zu solchem Zweck geeignete Einrichtung der-

über nichts durch den Druck bekannt gemacht, und nur vor kurzem ist mir eine gelegentliche Anzeige der einfachsten Einrichtung, die ich meinem Instrumente zu einem besondern Zwecke gegeben, vorgekommen, nach welcher ein Mechanikus solche Wagen verfertigt. Es scheint mir daher, daſs in Betrachtung der Nützlichkeit der Maschine es erlaubt sein mag, dieselbe der Akademie vorzulegen. Die höchst einfache Idee, auf welche sie gegründet ist, kann nur des Sonderbaren wegen einigen Werth haben, daſs noch niemand auf sie verfallen, da man doch in neuern Zeiten sich so viel mit Vervollkommnung der Areometer überhaupt und der Anwendung des Fahrenheitischen zum Wägen insbesondere beschäftiget hat.

Zuerst will ich die Vorrichtung im allgemeinen beschreiben, dann die Theorie, so weit es nöthig ist, entwickeln, und eine Parallele zwischen dieser und der Hebelwage anstellen.

Der Haupttheil dieser Wage ist ein leichter, also am vortheilhaftesten ein geschlossener hohler Körper (*V*). Seine Figur ist zwar an sich willkürlich, doch ist ein symmetrischer, ein runder ellipsoidischer Körper am zweckmäſsigsten. Die Lage seiner geometrischen Axe soll im Gebrauche senkrecht sein. Auf dem obersten Punkte des Körpers steht in der Verlängerung der Axe ein Cylinder (*A B*) dessen Durchmesser nicht gröſser sein darf, als nöthig ist, um ohne zu biegen, Kräften widerstehn zu können, die vornemlich in der Richtung seiner Axe, sich nachher wirksam zeigen werden. Zu dem Ende ist es rathsam, seine Länge, so viel es andere Bequemlichkeiten erlauben, zu beschränken. Oben (bei *B*) gehen von diesem Cylinder drei Arme unter gleichen Winkeln horizontal aus, die sich dann senkrecht herunter biegen, ohne den Körper zu berühren, und darauf wieder in einiger Entfernung unterhalb sich (bei *E*) wie oben vereinigen. Hier ist ein Haken angebracht, (dessen Form die Figur zeigt); derselbige ist um den Vereinigungspunkt der Arme (*E*) beweglich, und läſst sich in jeder Lage (vermittelst der Schraube, die ihn hält) feststellen. Er ist bestimmt, um eine Wagschale mit aufgelegten Gewichten daran zu hängen, die auf dem Haken hin und her sich verschieben läſst.

Der Gebrauch der Vorrichtung wird leicht die nähere Bestimmung der Verhältnisse der Gröſsen und ihrer Lagen von selbst hervorgehen lassen.

selben angegeben, jedoch zur Anlegung einer auf das Prinzip der Hebelzusammensetzung gegründeten gerathen, da die hydrostatische Vorrichtung doch von den sie bedienenden Leuten einige Umsicht fordert.

Nur ist zu bemerken, dafs, im Falle der Körper (*V*) keine beträchtliche Gröfse hat, ein einziger von den drei Armen hinlänglich ist (s. Fig. 2.).

Die Vorrichtung mufs in allen ihren Theilen hinlänglich starr verfertigt sein, damit das Gesperre und der Körper in einer unveränderlichen Lage bleiben, wenn gleich die Kräfte, von welchen bald die Rede sein wird, in Wirksamkeit sind. Ich halte es überflüfsig, in weitläuftige Beschreibung des Materials und der Ausführung einzutreten; doch bemerke ich, dafs es wohlgethan sei, die untere Vereinigung des Gesperres durch ein besonderes Stück zu bewirken, welches auf die drei herabgehenden Stangen aufgesteckt, verschoben und durch Schrauben (*S'*, *S''*, *S'''*) an jeder befestigt werden kann. In der Maschine, von welcher Figur 1. die Abbildung, ist der Cylinder (*A B*) von Stahl, und wird vermittelst eines Schlüssels, der auf dessen untern viereckten Theil pafst, in den hohlen Körper fest eingeschroben, welches aufser der bequemen Anordnung noch gestattet, nach Maafsgabe der Umstände einen dünnern oder dickern Cylinder an die Stelle zu thun. Oben ist ein solcher Cylinder wie unten beschaffen, hat aber, bevor er sich in der Schraube (*F*) endet, einen ihr im Durchmesser gleichen, aber nicht mit Schraubengängen versehenen Theil, der beträchtlich stärker als der eigentliche Cylinder in der Mitte ist. Auf jenen obern Theil des Cylinders wird das zusammenhängende Gesperre (*B' C C' C'' D D' D''*) aufgesteckt. Zu dieser Absicht hat es in der Mitte eine Oeffnung, die den obern Theil des Cylinders genau aufnimmt, und eine Schraube (*G*) drückt es gegen das Hervorspringende des Cylinders an und befestiget so den Körper (*V*) hinlänglich mit dem Gesperre. Doch könnten Fälle eintreten, wo es dienlicher wäre, statt eines Cylinders deren drei auf den Körper und am Gesperre zu befestigen, von deren Anordnung man sich leicht die gehörige Vorstellung ohne Figur machen wird. Es ist nicht nöthig, diese mit den Armen weiter zu verbinden, als durch in denselben gemachte Vertiefungen, um ihren obern Theil aufzufassen. Zu diesem Apparat gehört nun noch ein cylindrisches Gefäfs, dessen Durchmesser etwas gröfser ist, als derjenige des hohlen Körpers, und dessen Tiefe die Höhe des Körpers sammt dem kleinen Cylinder ein wenig übertrifft. Der Körper kömmt in dies Gefäfs hinein, das Gesperre aber bleibt auswendig und noch in einiger Entfernung vom Gefäfse, wenn alles gerade und symmetrisch steht. Dies Gefäfs ruht auf einem Gestelle, welches die Einrichtung haben mufs, dafs das Gesperre mit dem Körper ungehindert sich innerhalb einer gewissen

Gränze drehen, und etwas hin und her, auf- und niederwärts bewegen kann. Die Figur weiset auf den ersten Anblick, wie dies möglich ist. Die Wagschale kömmt also unter den Boden des Gefäfses und dessen Unterstützung zu hängen. Die Höhe des Gestelles richtet sich übrigens nach Umständen und Zwecken willkührlich.

Die Vorrichtung ist nun zu ihrer eigentlichen Bestimmung bereit. Man giefst in das Gefäfs beinahe so viel Wasser, oder irgend einer Flüssigkeit, als der vom Körper im Gefäfse übrig gelassene Raum zuläfst. Der ganze Apparat hebt sich in die Höhe, wenn auf der angehängten Wagschale nicht hinlängliches Gewicht gelegt ist. Denn der hohle Körper sammt dem Gesperre und der leeren Schale mufs weniger wiegen als die vom hohlen Körper aus der Stelle getriebene Flüssigkeit. Je gröfser dieser Unterschied ist bei einem bestimmten Volumen des hohlen Körpers, desto besser ist es.

Ohne besondern Zufall wird aber die Maschine nicht gerade stehen. Man verrückt daher den Anhängepunkt der Wagschale auf zweierlei Weise, durch Vorschiebung des Hakens der Schale auf dem der sie trägt und durch Drehung des letztern bis man den geraden Stand des Apparats erreicht. Dies läfst sich jedoch nur dann mit Genauigkeit thun, wenn man so viel Gewicht auf die Schale gelegt hat, das der hohle Körper bis am Cylinder ganz eingesunken ist, also der Apparat schwimmt.

Dieser aufrechte Stand hat statt, wenn die Wagschale so aufgehängt ist, dafs der Schwerpunkt der ganzen Maschine mit dem Schwerpunkte des hohlen Körpers als ein homogener betrachtet, in der Richtung der Axe des hohlen Körpers oder des aufsitzenden dünnen Cylinders liegt. Diese Richtung ist bestehend wenn jener Schwerpunkt tiefer als dieser liegt, welches aus bekannten Grundsätzen den Lehren des Gleichgewichts folgt. Ich darf also hierbei nicht verweilen, nur bemerken, dafs jene Bedingung nothwendig vom Verfertiger der Maschine zu beobachten ist, weil sie sonst untauglich wäre. Doch ist es kaum nöthig, deswegen etwas besonderes zu thun. Denn ist der Körper nur nicht zu klein, das Gesperre nicht plump, wodurch ohnehin die Wage ungeschickt würde, so wird die Bedingung von selbst sich erfüllen.

Bei der einfachsten Vorrichtung (Figur 2.), wo die Wage nur einen Arm bedarf, hat man den Haken nicht nöthig. Der untere Theil des Arms läfst sich leicht in einen Versuch so biegen, dafs man ein für allemahl den

Punkt angeben kann, wo die Wagschale angehängt werden muſs, vorausgesetzt der Arm mit dem Cylinder sei unveränderlich am hohlen Körper befestiget. Bei dieser Einrichtung aber muſs man wohl aufmerksam sein, daſs sowohl der Cylinder als der heruntergehende Theil des Arms unbiegsam sei, sonst ist diese Vorrichtung geneigt in einer Richtung umzuschlagen, welche rechtwinklicht auf die Ebene ist, die durch die Axe des Hauptkörpers und den Arm geht. Schwer ist es indessen gar nicht dies zu verhüten.

Ein gewöhnlicher Eisendrath, der Cylinder und Arm zugleich ausmachen kann, ist mit weniger als einer Linie im Durchmesser hinlänglich stark, eine Wage zu gestatten, die einige Loth tragen kann, und zu deren Verfertigung man keiner fremden Hülfe bedarf, wenn man zum hohlen Körper ein leichtes gläsernes Gefäſs wählt, in dessen Oeffnung man den bis auf den Boden herab gehenden gehörig gebogenen Drath einküttet.

Bei der vollständigern Einrichtung lassen sich noch mancherlei Bequemlichkeiten anbringen. Zwei Schalen z. E. wenn es unbequem gefunden würde, Körper die zu wägen sind, mit den Gewichten auf dieselbige Schale zu legen. Statt der öbern Schraubenmutter oder zur Verstärkung der drei vom Cylinder weggehenden Arme, läſst sich eine Platte gebrauchen, die denn auch dazu dienen kann, kleine Gewichte noch darauf zu legen. Die unterste Wagschale kann ein Häkchen bekommen, um das nöthige für hydrostatische Versuche daran zu hängen. Will man den Punkt wo die untere Wagschale anhängt, nicht ändern, so darf man nur oben oder unten am Gesperre einen sich um dessen Mitte beweglichen leichten Hebelarm anbringen, auf welchen ein kleines Gewicht verschiebbar ist, dessen Moment in gehöriger Richtung hinreicht, die vertikale Stellung des Ganzen zu bewirken.

Ist das Gefäſs, welches das Flüssige enthält, undurchsichtig, so stellt man unten auf das Gestell eine bewegliche Säule, die eine Skale gegen den untern Vereinigungspunkt trägt, um an derselben die verschiedene Höhe des Apparats durch ein an diesem Theile desselben gemachtes Merkmahl zu beurtheilen. Die Mannigfaltigkeit der möglichen Mittel die Höhe des Standes der Maschine zu bemerken, hält mich ab, weiter darüber einzutreten, da jeder leicht das ihm Zweckmäſsigste anordnen wird.

Das Wägen mit dieser Wage geschieht auf folgende Weise. Einmahl legt man die zu wägende Masse auf die Schale, nebst so viel Gewicht,

dafs die Wage bis an einen willkührlich angenommenen Punkt des Cylinders eingesunken ist, und sich in dieser Lage erhält. Darauf entfernt man den Körper, legt statt dessen Gewichte hinzu, bis die Wage bei eben dem Punkt wie zuvor stehen bleibt. Das hinzugelegte Gewicht ist offenbar das Gewicht der Masse dessen Stelle es vertritt. Man bemerkt leicht, dafs das Flüssige nur als Gegenkraft dient, die Natur desselben ist daher gleichgültig, woferne diese Kraft nur für auf einander folgende Operationen dieselbige bleibt. Nur die Wärmeänderung könnte einen Einflufs haben, welche doch bei zweien unmittelbar auf einander folgenden Wägungen an keinem Ort sonderlich bemerkbar sein kann. Kaum auf ein Thermometer, geschweige auf die beträchtliche Masse des die Wage umgebenden Flüssigen, kann eine Temperaturänderung der äufsern Luft in einem so kurzen Zeitraume als der ist, welcher beide Operationen endet, Einflufs äufsern. Zwei zusammengehörige Abwägungen folgen deswegen schnell auf einander, weil man das Gewicht schon sehr nahe kennt, welches die Wage ohne fremden Körper zu tragen fähig ist. Kein Suchen nach schicklichen Gewichten findet demnach statt, da wenig mehr nöthig ist, als das Zusehen, ob die Wage wirklich ein geringes Gewicht mehr oder weniger trägt, als man beinahe weifs. Fürchtete man demohngeachtet eine Aenderung der Temperatur des Flüssigen, so darf man nur den zu wägenden Körper wiederum nebst den zu seiner Begleitung nöthigen nun schon bekannten Gewichten, wieder auflegen, um zu erfahren, wie grofs die Wirkung der Wärmeänderung ist. Das Mittel aus zweien Beobachtungen für das Gewicht des Körpers wird dem wahren ungefähr so nahe kommen, als es die Vorrichtung angeben kann. Als Vorsicht für Zeitersparung und zu ruhigerer Beobachtung ist doch nicht ganz zu verabsäumen, dafs das Flüssige die Temperatur des Beobachtungsortes annehme, bevor man zu Versuchen schreitet, und nicht unbeachtet zu lassen, dafs die Temperatur des Flüssigen gleichförmig sei.

Um Gewichte von einem Pfunde bis zwei Pfunden vermittelst dieser Vorrichtung zu wägen, darf der Cylinder nicht mehr als eine halbe Linie im Durchmesser haben. Die Wage giebt dann, mit Wasser gebraucht, den funfzigsten Theil eines Grans durch eine Erhöhung oder Erniedrigung ihres Standes von beiläufig einer halben Linie an, eine sehr leicht bemerkliche Gröfse. In gläsernen Gefäfsen verdoppelt sich diese Länge, wenn man die von mir schon an einem andern Ort angerathene Beobachtungsart

durch Reflexion befolgt. Es ist dann nur nöthig, die scheinbare Entfernung zwischen dem Anfang des Cylinders unterm Wasser und dessen reflektirtem Bilde entweder zu schätzen oder besser mit einer auch in die Augen fallenden am Cylinder unterm Wasser befindlichen materiellen Gröfse zu vergleichen, wozu der viereckige Theil des Cylinders in der beschriebenen Maschine gut dient. Unmöglich kann man in der Schätzung der gedachten Entfernung um die Hälfte derjenigen Gröfse fehlen, welche dem hundertsten Theil eines Grans entsprechen wird. Wer auf die Gröfse des Einsinkens gehörig achtet, darf auch nicht stets in den zusammengehörigen Wägungen die Wage auf denselben Punkt durch Auflegung und Abnahme der kleinsten Gewichte bringen, sondern kann aus dem beobachteten Abstande von dem Punkte, bis an welchen sie eingesenkt sein sollte, und der Dicke des Cylinders wissen, wie viel noch an Gewicht hätte hinzugethan oder abgenommen werden müssen.

Dafs bei sehr genauen Abwägungen einige Vorsicht nöthig sei, ist natürlich. Man mufs darauf achten, die Wage jedesmal tiefer als für den Gleichgewichtsstand unters Wasser zu drücken, und dann für sich steigen zu lassen. Der runde dünne Theil des Cylinders mufs feucht gehalten werden. Die geringe Menge des anhängenden Wassers ändert nicht so viel, als das kleinste von der Wage anzugebende Gewicht beträgt.

Man möchte glauben, da sowohl die Arme der Wage als ihr Körper selbst mit dem Gefäfse und dem Gestelle in Berührung sein können, dafs dies der freien Bewegung hinderlich fallen müfste. Doch habe ich nie bemerkt, dafs sie aus dieser Ursach träge wäre. Es ist auch begreiflich, dafs keine Reibung statt hat, weil keine Seitenkraft da ist, diejenige ausgenommen, welche aus einer Tendenz nach ungleicher Temperatur in einerlei horizontalen Schichten des Flüssigen entstehen könnte. Allein die Wirkung des daher rührenden Andrucks des hohlen Körpers gegen die schneller sich erwärmende oder langsamer erkaltende Gegend des Gefäfses ist natürlich unmerklich, wenn der hohle Körper nur nicht beinahe cylindrisch ist, und also fast in einer physischen Linie an die Wand des Behälters liegt.

Derselbige Apparat läfst sich mit verschiedenen Flüssigkeiten gebrauchen, wenn die Materie des hohlen Körpers und des Cylinders von ihnen nicht angegriffen wird. Wählt man eine dichtere Flüssigkeit als das Wasser, so kann mehr auf der Wage gewogen werden, und nichts hindert, Quecksilber zu nehmen, wenn die Maschine stark genug ist. Die absolute

Genauigkeit ist freilich beim Gebrauch schwerer Flüssigkeiten nicht so grofs, als bei den leichtern, aber die verhältnifsmäfsige Genauigkeit ist ohngefähr dieselbige, wenn die zu wägenden Körper beinahe so schwer sind, als sie die Wage in den verschiedenen Flüssigkeiten zu tragen vermag, vorausgesetzt, man könne sich einerlei Cylinder in allen Flüssigkeiten bedienen. Es wäre daher nicht wohl gethan, einen Körper, welcher noch mit Hülfe des Wassers auf der Wage getragen werden kann, durch das Mittel einer dichtern Flüssigkeit abzuwägen.

Man wird nicht gegen den Gebrauch dieser Wage einwenden, dafs das Wägen stets doppelt geschehen mufs, nemlich mit und ohne den Körper auf der Schale; denn gerade diese Methode mufs auch auf der Hebelwage befolgt werden, wenn man Genauigkeit wünscht. Durch Gegenmassen bringt man den Körper ins Gleichgewicht, nimmt ihn hinweg und legt dann erst statt desselben in eben die Schale die Gewichte, bis sie jenen Gegenmassen, wie zuvor der Körper, das Gleichgewicht halten, d. i., bis der Wagebalken in eben der Lage bleibt, in welcher er beharrte da der Körper auflag. Also hat man auch auf der statischen Wage nur durch zwei Operationen das Gewicht eines Körpers. Jene Wage hat dagegen den Vortheil, dafs sie die Anstalten zur Aufstellung nicht nöthig hat, welche diese bedarf, die noch dazu durch die mindeste Erschütterung unruhig wird, für welche die im Wasser schwimmende Wage gleichgültig bleibt, weil sie mit dem umgebenden Mittel die Bewegung annimmt, und ihren Stand in diesen, worauf es allein ankömmt, nicht ändert.

Dafs diese Wage einen unnützen Theil hat, das Gewicht des Apparats selbst, welcher verhindert, dafs man nicht so viel auf ihr wägen kann als das Volumen des von ihrem Körper verdrängten Flüssigen wiegt, ist freilich unausweichbar. Allein die gewöhnliche Wage hat ebenfalls im Balken und Schaalen hinderliche aber nicht zu vermeidende Materie. Jene ist begränzt im Wägen, die Hebelwage ist es nicht minder und verdirbt durch eine ihrem Bau nicht angemessene Last, welche jener gar nicht schadet.

Die Güte und Brauchbarkeit einer Wage hängt nicht allein von dem Ausschlage der Gröfse der Veränderung ihres Standes bei verändertem Gewichte ab, sondern auch von der Geschwindigkeit mit welcher sie sich bewegt. Für die neue Wage sowohl als für die statische, werde ich beides kurz auseinander setzen; selbst bei dieser so bekannten scheint es mir in Hinsicht auf die Bewegung schon für sich nicht überflüssig, wenn ich auch

nicht

nicht dazu genöthiget wäre um die Vergleichung zwischen beiden Wagen darzulegen.

Was die Veränderung des Standes der neuen Wage betrift, so ist dieselbe auf den ersten Blick klar. Man setze, ein Volumen des Flüssigen mit welchem die Wage gebraucht wird, gleich dem Würfel der Längeneinheit, habe das Gewicht v. Der Flächeninhalt der Grundfläche oder des Querschnitts des dünnen Cylinders heifse c^2. Es wird die Wage schwimmend angenommen, so dafs der dünne Cylinder, der Hals der Wage, von der horizontalen Oberfläche der Flüssigkeit geschnitten wird. Heifst nun x die Gröfse, um welche die Wage steigt oder sinkt, wenn sie mit dem kleinen Gewichte w mehr oder weniger beladen ist, so hat man:

$$x = \frac{w}{c^2 \cdot v}.$$

Das Gewicht welches die Wage trägt kömmt also in gar keinen Betracht. Ihre Empfindlichkeit hängt blofs von dem Durchmesser des Cylinders des Theils der Maschine ab, welcher in der Trennungsfläche des Flüssigen und der Atmosphäre liegt; und dann von der Dichtigkeit des Flüssigen der die Gröfse v proportional ist. Da die Bewegung des Systems ungemein frei ist, Friktion keiner Art statt hat, selbst die Adhäsion des Flüssigen in der Oberfläche am Cylinder in beiden Stellungen des Systems, die so es hatte und die welche es durch die Gewichtänderung w anzunehmen hat, einerlei ist, so hat diese Gleichung auch physisch ihre Richtigkeit.

Man könnte also auf dieser Wage so genau wägen, als man x, das ist eine Stellungsänderung beobachten kann, wenn während der Zeit da die Stellungsänderung vorgeht, gar keine Temperaturänderung des Flüssigen statt finde. Sollte die Adhäsion des Flüssigen und des in die Oberfläche desselben befindlichen Theils des Cylinders für beide Stellungen nicht ganz gleich sein, so wird die Veränderung der Stellung nicht völlig genau dem veränderten Gewicht nach der gegebenen Regel entsprechen, vornehmlich wenn die Gewichtsänderung aufserordentlich klein wäre.

Für die Betrachtung der Wage im Zustande der Bewegung darf ich mich auf diejenige Bewegung einschränken, welche sie nach vertikaler Richtung annimmt. Die schwankende ist zu meiner Absicht unnöthig, da sie nichts nützliches für den Gebrauch des Instruments hat, wenig merkbar und gar nicht hinderlich ist.

Nach beibehaltenen obigen Gröfsenbezeichnungen, sei nun nach W das absolute Gewicht des ganzen Systems, die Schale so belastet, dafs es gerade schwimmt und ein Theil des dünnen Cylinders im Wasser befindlich ist. Die Beschleunigung freifallender Körper sei $2g$.

Wird nun die Maschine aus diesem Gleichgewichtszustande gebracht und um die Gröfse x erhöht oder erniedriget, so müfste, um sie in dieser Lage zu erhalten, eine Kraft w angebracht werden nach obigem $= c^2.v.x$.

Dies ist also die Kraft mit welcher die Maschine freigelassen gegen ihren Gleichgewichtsstand, sich zu bewegen streben mufs. Daher findet nach den Grundsätzen der Dynamik folgende Gleichung statt, in welcher t die Zeit bedeutet:

$$\frac{ddx}{dt^2} = -\frac{2g.c^2.v.x}{W}$$

oder wenn man die beständigen Gröfsen unter ein Zeichen k begreift

$$\frac{ddx}{dt^2} = -k\,x.$$

Die Beschleunigung der Bewegung der Maschine ist veränderlich, hängt aber blofs von ihrer Entfernung vom Ruhepunkte ab, und ist dieser Entfernung entgegengesetzt.

Das Integral jener Gleichung ist: $\frac{dx^2}{dt^2} = a - k\,x^2$.

Die willkührliche a bedeutet hier das Quadrat der Geschwindigkeit der Maschine für $x = 0$. Ich setze statt derselben kl^2, so ist l die Entfernung der Wage vom Stande der Ruhe, wo ihre Geschwindigkeit Null wird.

Aus der Gleichung für die Geschwindigkeit der Bewegung derselben, nemlich

$$\frac{dx^2}{dt^2} = k\,(l^2 - x^2)$$

zieht man durch Integration

$$t = \frac{1}{\sqrt{k}} \text{ Arc sin } \frac{x}{l}$$

ohne die Willkührliche. Läfst man t mit $x = 0$ anfangen, und nimmt es, bis $x = l$ wird, so hat man diesen begränzten Zeitraum

$$t = \frac{1}{\sqrt{k}} \text{ Arc sin } 1$$

das ist

$$t = \frac{1}{\sqrt{k}}\,\pi\,(2n + \tfrac{1}{2})$$

Der vielfache Werth von t für ein gegebenes x zeigt an, dafs die Bewegung oscillirend und zwar ohne Aufhören ist. Man kann in letzterer Formel für n jede ganze Zahl setzen, und hat also für das Intervall zweier successiver Werthe von t die Gröfse:

$$\frac{\pi}{\sqrt{k}}\left[2(n+1)+\tfrac{1}{2}-(2n+\tfrac{1}{2})\right]=\frac{2\pi}{\sqrt{k}}.$$

Da dieser Ausdruck von l unabhängig ist, so zeigt er an, dafs die Oscillationen gleichzeitig sind, der Apparat mache gröfsere oder kleine Bewegungen. Auch wird man leicht bemerken, dafs die Oscillationszeit durch ein kleines hinzugefügtes oder abgenommenes Gewicht unmerklich ändert. Es macht nur in der Beständigen k eine Aenderung, wo dann statt des darin enthaltenen W, $W \pm w$ gesetzt werden mufs.

Die Einheit, auf welche sich t bezieht, sind Zeitsekunden, wenn unter $2g$ die Beschleunigung der Schwere für diese Zeit verstanden wird.

Das Steigen oder Fallen der Wage vom Ruhestand bis zur höchsten oder tiefsten Stelle, verursacht durch eine kleine Gewichtsveränderung derselben, dauert also:

$$\tfrac{1}{2}\,\pi\,\frac{\sqrt{W}}{\sqrt{2g.c^2.v.}}\ \text{Sekunden.}$$

Diese Dauer ist also für verschiedene Wagen, im direkten Verhältnifs die Quadratwurzel der Masse des Systems und im umgekehrten des Durchmessers des Cylinders, wenn die Dichtigkeit des Flüssigen nichts ändert.

Setzt man $v\,.\,c^2\,.\,L = W$, so ist L die Länge eines Cylinders, dessen Durchmesser gleich dem des Halses der Maschine, und dessen Volumen gleich ist dem des im Flüssigen befindlichen Theils des Apparats. Und die Zeit, welche gefordert wird, bis dieselbe aus einem Stande der Ruhe zu der Stelle kömmt, in welcher er mit einem wenig veränderten Gewicht in Ruhe bleiben kann, ist

$$\frac{\pi}{2\sqrt{2g}}\,\sqrt{L},$$

woraus erhellt, dafs die Dauer der Schwingungen bei derselben Maschine in allen Flüssigkeiten, in welchen sie zum Gleichgewicht beladen wird, gleich sind. Denn die Dichtigkeit des Flüssigen kömmt in dieser Formel nicht vor.

Es ist in dieser Bewegungsbetrachtung vorausgesetzt, dafs nichts den Apparat hindere, jeder Kraft zu gehorchen. In der That sind die Bewe-

gungen, auf welche es hier eigentlich ankömmt, viel zu langsam, als dafs der Widerstand des Flüssigen in Betrachtung gezogen zu werden verdiente. Allein nicht ganz so verhält es sich mit der Adhäsion. Der dünne Cylinder schleppt etwas Wasser mit sich in die Höhe, wenn die Maschine steigt, das Wasser fällt langsamer ab und hängt sich langsamer an, als die Maschine sich bewegt, daher hören die Oscillationen bald auf, oder vielmehr, wenn das zugelegte oder abgenommene Gewicht von der Wage sehr klein ist, so geht der Apparat gar nicht über den Punkt seines neuen Gleichgewichts hinaus. Dieser Umstand, weit entfernt, eine Unbequemlichkeit im Gebrauch zu sein, macht vielmehr, dafs man leicht und bald sich des Gleichgewichtes versichert. Bei der gewöhnlichen Wage hat man eine eigne Vorrichtung nöthig, um ihre Schwingungen zu hemmen, ohne welche man nicht mit Sicherheit auf ihr wägen kann.

Eine nähere Vergleichung zwischen dieser und der Hebelwage, gibt folgende sie beide betreffende Betrachtungen.

Das Gewicht des Wagebalkens der Schalen nebst aufliegendem Gewichte sei P. Der Schwerpunkt der belasteten Wage sei unter ihrer Drehungsaxe in der Entfernung f. Die Schneiden, an welchen die Schalen hängen, seien von einander entfernt um die Länge $2b$ und jede gleich weit von der Drehungsaxe. Um nichts Ueberflüssiges in Rechnung zu nehmen, begnüge ich mich, die Drehung der Wage bei gestörtem oder verändertem Gleichgewicht unendlich klein zu setzen. Der Winkel der Drehung, welchen die belastete Wage durch Zuthun des sehr kleinen Gewichts p leidet, sei φ, so hat man zufolge den ersten Grundsätzen der Statik, die Gleichung:

$$\varphi = \frac{b \cdot p}{f \cdot P}.$$

Soll dieser Winkel dem Gewichte p proportional sein, was auch P sein mag, so mufs fP nicht ändern, also f kleiner werden können, als jede Gröfse, welches nur geschehen kann, wenn die Drehungsaxe in gerader Linie mit den Schneiden für die Schalen liegt, in welchem Falle wirklich f stets im umgekehrten Verhältnifs von P sein wird.

Liegt nemlich der Schwerpunkt des Wagebalkens, dessen Gewicht M, um die Gröfse f' unter der geraden durch die drei Axen gehenden Linie, so hat man zur Bestimmung von f oder fP die Gleichung:

$$Mf' = Pf.$$

Je kleiner diese Gröfse in der Construction einer Wage gemacht wird, indem man M und f so viel thunlich vermindert, desto empfindlicher ist die Wage, desto gröfser ihr Ausschlagswinkel φ für dieselbe Gewichtszulage p. Soll aber die Wage mit allem Gewicht, was ihr aufgebürdet werden kann, nicht um einen Winkel φ' von der Lage abweichen können, welche ihr wirklich zugehört, wenn keine Friktion oder sonstige Unvollkommenheit sich ihrer Beweglichkeit entgegensetzte, so mufs sie wirklich durch ein Gewicht, dessen Moment $= fP \,.\, \varphi'$ ist, in Bewegung gerathen, dieses also gröfser sein, als das Moment aller Hindernisse der Beweglichkeit der Wage. Dieser Winkel φ' aber wird beträchtlich klein, denn man wird ihn nicht viel gröfser gestatten wollen, als denjenigen, welcher einer sicher wahrnehmbaren Veränderung der Lage des Wagebalkens entspricht.

Das kleinste Gewicht, das man auf der Wage, vollständig belastet, wägen kann, ist also: $fP \,.\, \varphi' : b$.

Heifst dieses kleinste Gewicht p', so ist $fP \,.\, \varphi' = bp'$, und es mufs fP nicht kleiner sein als $\frac{bp'}{\varphi'}$.

Da aber die Wage doch so ausgeführt sein soll, dafs die Hindernisse ihrer Beweglichkeit sehr geringe, also ein kleines p' sie in Bewegung bringe, auch eine kleine Veränderung der Lage sich beobachten lasse; so werden in einer guten Wage p' und φ' zugleich klein, und das Verhältnifs dieser Gröfsen bestimmt fP.

Es ist $b\varphi = \frac{b^2 p}{fP}$, die Gröfse, um welche das Ende des Wagbalkens sinkt, wenn das Gewicht p ihn aus dem Gleichgewichte bringt.

Für ein gleiches Gewicht sinkt die hydrostatische Wage um $\frac{p}{c^2 \,.\, v}$.

Sollen also beide gleich empfindlich sein, so ist:

$$\frac{b^2 p}{fP} = \frac{p}{c^2 \,.\, v} \text{ oder man mufs haben } \frac{b^2}{fP} = \frac{1}{c^2 \,.\, v}.$$

Dieses ist zwar für etwas merklichere Gewichte ganz richtig, allein physisch könnte dennoch die hydrostatische Wage einen Vortheil haben, wenn die bei dem kleinsten Gewichte p' zu beobachtende Standänderung, auf der letztern Wage sicherer als auf der ersten wäre. Doch ich will nur nach jener allgemeinen Theorie weiter gehen. Die Gleichung gibt für gleich bewegliche statische und hydrostatische Wagen

$$b = \frac{V f P}{c V v}.$$

$$\text{oder } c = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{fP}{v}}.$$

Aber, wie schon bemerkt, der Ausschlag der Wage allein entscheidet nicht, es kömmt auch noch die Schnelligkeit der Oscillation in Betrachtung.

Um diese für die statische Wage auszumitteln, bleibe die vorige bei ihr angemerkte Gröſsenbezeichnung, nur sei $P = (n + 1) M$, d. i., die Wage sei mit dem $n$fachen Gewicht ihres Balkens noch belastet.

Ferner sei das Moment der Trägheit des Balkens allein $= b^2 \cdot \frac{M}{2g} \cdot \beta$. Das Moment der Trägheit der Beladung ist: $b^2 \cdot \frac{M}{2g}$, folglich das Moment der Trägheit der belasteten Wage $= b^2 \frac{M}{2g} (n + \beta)$.

Das Moment der bewegenden Kraft, wenn die Wage um den Winkel φ aus ihrer Lage gebracht wird, ist: $(n + 1) f M \sin\varphi$,

Die Winkelbeschleunigung aber ist gleich diesem Moment dividirt durch das Moment der Trägheit, also hat man:

$$\frac{dd\varphi}{dt^2} = - \frac{2gf\varphi\,(n+1)}{b^2\,(n+\beta)}.$$

Ich setze nemlich φ statt $\sin\varphi$, weil ich die Bewegung der statischen Wage nur für sehr kleine Winkel betrachte, für welche auch allein bei dieser Wage die Schwingungszeiten von den Schwingungsbogen unabhängig also isochron sind. Das Negativzeichen kömmt daher, weil die Winkelbeschleunigung den Winkel φ zu verringern strebt.

Die Gleichung ist im übrigen ganz der ähnlich, welche für die hydrostatische Wage gefunden worden; man zieht also wie dort aus dieser die Dauer einer Bewegung aus der Lage des Gleichgewichts bis zur gröſsten Abweichung von derselben

$$= \tfrac{1}{2}\pi \frac{b\sqrt{n+\beta}}{\sqrt{(2gf(n+1))}}, \text{ oder } = \tfrac{1}{2}\pi \frac{b\sqrt{n+\beta}}{\sqrt{(2gf')}}.$$

wenn f' die Entfernung des Schwerpunkts des Wagbalkens unter der Drehungsaxe ist. Die ähnliche Dauer für die hydrostatische Wage ist oben gefunden:

$$\tfrac{1}{2}\pi \frac{\sqrt{W}}{\sqrt{2gc^2 v}}.$$

Es mufs aber in der statischen Wage, welche mit der hydrostatischen für gleiche Gewichtsveränderungen gleich viel ausschlagen soll, die Gröfse des Ausschlags an den Enden des Wagebalkens genommen, wo derselbe dem wirklichen Steigen oder Sinken der aufgelegten Gewichte gleich ist,

$$b = \frac{V f P}{c \sqrt{v}} \text{ sein, wie oben gefunden.}$$

Setzt man diesen Werth von b in die Ausschlagsdauer der statischen Wage, so wird dafür erhalten:

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sqrt{P(n+\beta)}}{c\sqrt{(2gv(n+1))}}$$

und nimmt man noch an, die Belastung beider Wagen sei gleich, also: $P = (n+1) M = W$; so ist die Ausschlagsdauer der statischen

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sqrt{M(n+\beta)}}{c\sqrt{2gv}}$$

der hydrostatischen

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sqrt{M(n+1)}}{c\sqrt{2gv}}.$$

Um eine Vorstellung des absoluten Werthes dieser Gröfse für einen besondern Fall zu geben, sei angenommen:

c^2 = 0,9 Quadratmillimeter
v = 1 Milligramm
P = 359000 Milligrammen
$2g$ = 9810 Millimeter,

so wird gefunden der Werth von

$$\frac{\pi\sqrt{P}}{\sqrt{8gc^2v}} = 75 \text{ Sekunden.}$$

Die Schwingungszeit der statischen Hebelwage ist aber

$$\sqrt{\left(\frac{n+\beta}{n+1}\right)} \text{ der hydrostatischen.}$$

Die Gröfse β ist von der Figur und Einrichtung des Wagebalkens abhängig, wird aber nicht gröfser als $\frac{1}{3}$ angenommen werden können und meistens geringer sein. Die Hebelwage hätte also den Vortheil einer etwas kürzern Schwingungszeit unter den angegebenen Bedingungen.

Die beschriebene Einrichtung gewährt zugleich einen lange gewünschten allgemeinen Areometer. Man darf nur den Körper der Wage in die zu untersuchende Flüssigkeit selbst tauchen, und so viel Gewicht auf die Schale legen, bis er zu einem bestimmten Punkt des Halses einsinkt.

Kennt man das absolute Gewicht des Apparates, welches in diesem Falle nöthig; so ist dieses beständige Gewicht, sammt dem welches bei jedem Versuch noch die Schale trägt, gleich dem Gewicht desjenigen Volumens der Flüssigkeiten, deren Raum der eingesenkte Körper einnimmt. Die Verhältnisse dieser Gewichte sind also die Verhältnisse der spezifischen Gewichte der Flüssigkeiten. Man mufs aber noch, wenn dies bei verschiedenen Temperaturen beobachtet worden, die Raumänderung des hohlen Körpers für den Temperaturunterschied in Rechnung ziehen, da sich mit diesem Instrument so genau beobachten läfst, dafs dieser Unterschied nicht vernachlässiget zu werden braucht. Das Gewicht der Luft, welches den Raum des hohlen Körpers, so weit er in die flüssigen zu sinken bestimmt ist, einnimmt, wird zum Gewicht des in der Atmosphäre beobachteten Apparats hinzugesetzt, und ist in dessen obgedachten absoluten Gewicht mit begriffen. Die Gewichte selbst darf man, so wie sie scheinbar in der Atmosphäre statt haben, gebrauchen, indem es hier nur auf Verhältnisse ankömmt. Das genaueste ist freilich, alles auf absolutes Gewicht jedesmal zu bringen, als wenn jede Beobachtung in luftleerem Raum geschähe. Soll das Areometer unmittelbar mit seinen Gewichten sichtlich ohne Rechnung die spezifischen Gewichte der Flüssigkeiten angeben; so darf man nur ein Gewicht gleich der Summe des Gewichts des Apparates nebst demjenigen welches aufgelegt werden mufs, damit er im dichtesten Wasser gehörig schwimmt, zur Einheit des Gewichtes nehmen, und Abtheilungen dieses Gewichts nach Zehntheilen, Hunderttheilen etc. verfertigen und mit ihren Ziffern beschreiben, auch auf der Wage selbst bemerken, wie viel Dezimaltheile jener Einheit der Apparat wiegt; so ist in jedem Falle die Summe dieser Zahl und der Zahlen der aufgelegten Gewichte das spezifische Gewicht derjenigen Flüssigkeit, für welche es beobachtet worden; wobei jedoch nicht zu vergessen ist, dafs auf diese Weise die Resultate nur genäherte sein können, welche, um zu ganz genauen zu führen, Correktionen bedürfen, die sich auf das eben beiläufig angedeutete beziehen, und daraus leicht abnehmen lassen.

Einen besondern Gebrauch dieses Apparats will ich nicht mit Stillschweigen übergehen, da er für Physiker zuweilen nützlich sein möchte, die öfters drehende Bewegungen bei elektrischen, magnetischen und andern Versuchen beobachten. Mir ist nicht bekannt, dafs schon das Fahrenheitische Areometer dazu benutzt wäre, um z. B. statt einen Theil des Gewichts

Gewichts einen magnetischen Körper aufzulegen, zur Beobachtung erfolgender horizontaler Schwingungen, oder die seiner Ruhe eigenen Lage oder deren Stöhrung durch einwirkende Kraft anderer Körper u. s. w. Die drehende Bewegung dieser Vorrichtung wird manche Vortheile und Bequemlichkeit haben gegen die welche auf einer Spitze geschieht, auf welcher sich doch nicht so leicht mancherlei Körper ohne besondere Zurichtung legen lassen.

Wenn ein solcher Gebrauch vom Areometer bisher nicht gemacht worden, so liegt es wohl ohne Zweifel darin, dafs derselbe leicht umschlägt und ihm nur Körper von sehr geringem Gewicht aufgebürdet werden dürfen, für welche dann die Drehung in einen Faden Vorzüge hat. Allein bei meiner Einrichtung, es sei die zusammengesetztere oder die einfache, fällt jenes Hindernifs weg. Man legt den Körper, der eine drehende Bewegung annehmen soll, unten auf die Schale, oder verknüpft ihn statt derselben auf irgend eine Weise an deren Aufhängepunkt mit dem Apparat. Zwar wird die Drehung keinen ganzen Kreis machen können, allein dies wird auch seltener nöthig. Bei diesem Apparat findet die stöhrende nur zuweilen nützlich gegenwirkende fremde Kraft der Drehung nicht statt, welche einem Faden eigen ist, der in vielen Rücksichten sonst sehr zweckmäfsig zu ähnlichen Zwecken angewendet werden kann. Aber dafür mufs, nebst dem Körper der sich dreht oder gedreht werden soll, auch der ganze Apparat sich drehen, und wenn gleich keine Reibung hinderlich, und wenn man auch, um die Flüssigkeitsbewegung zu vermindern, noch darauf Rücksicht nimmt, dafs der hohle Körper ganz in die Flüssigkeit taucht und nur der dünne Cylinder von der Oberfläche des Wassers umgeben ist; so kömmt doch das Trägheitsmoment der Masse des Apparats in Betracht und vermindert die Drehungsgeschwindigkeit. Allein auf diese kömmt es oft auch nicht an, sondern nur darauf, dafs der Körper eine bestimmte Lage annehme; wie wenn man ein mit einem Magnetstabe versehenes Fernrohr auflegte, um die magnetische Abweichung selbst oder deren Veränderung zu beobachten. Unter solchen Umständen wird es indessen vortheilhaft, doch die Masse des Apparats so viel möglich zu vermeiden und daher lieber einen kleinern hohlen Körper in einer dichteren Flüssigkeit, z. B. Quecksilber, tauchen zu lassen.

Mehr ins Besondere gehende Betrachtungen, welche bei diesem Gebrauch des Apparats anzustellen sein möchten, werden, da sie mit den besondern Anwendungen entstehen, hier übergangen, da ich mich überhaupt begnüge, im allgemeinen die Benutzung der neuen Wage angegeben zu haben.

Anzeige

über

die geographische Breite der akademischen Sternwarte zu Berlin.

Von Herrn Tralles. *)

Die Polhöhe der königlichen Sternwarte der Akademie der Wissenschaften ist seit geraumer Zeit zu 52° 31′ 30″ angenommen worden. In neuen astronomischen Tafeln, die das beste Zutrauen geniefsen und verdienen, finde ich sie 52° 31′ 45″ angegeben. Jenes Resultat ist Herrn de la Lande zuzuschreiben, welcher in seiner Astronomie sagt: dafs er nach gehöriger Verbesserung der Eintheilungsfehler des Instruments (mit welchem er auf unserer Sternwarte correspondirende Beobachtungen zu den de la Cailleschen auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung zum Zwecke der Mondsparallaxe anstellte) 52° 31′ 30″ für die Polhöhe der südlichen Mauer der königlichen akademischen Sternwarte gefunden habe. Bei dem gegenwärtigen ganz veränderten Zustande der Hülfsmittel, da Mauerquadranten nicht mehr die schicklichsten sind, Resultate dieser Art mit hinlänglicher Genauigkeit zu erhalten, habe ich es zweckmäfsig erachtet, mit den Instrumenten, die ich besitze, diesen Punkt zu untersuchen.

Die Lage des Hauses, das ich bewohne, ist so schief gegen den Meridian, dafs ich nicht im Stande bin, ohne die Instrumente höchst unsicher zu stellen, den Polstern lange nach seinem Durchgange durch den Meridian nach der westlichen Seite zu beobachten; mit der Sonne ist der Fall entgegengesetzt, und ich bin gezwungen, während der Reihe der Beobachtungen sie zu unterbrechen und der Instrumente Stellung noch zu verändern. Diese Unbequemlichkeit, die andere nach sich zieht, hat mich veranlafst, die Beobachtungen einzustellen, sobald ich einen erträglichen Grad

*) Vorgelesen den 14ten November 1805.

von Genauigkeit in den Resultaten erhalten hatte, welche ohne jene Hindernisse genugthuender hätten ausfallen müssen.

Die Deklination des Polsterns, die ich angenommen habe, ist aus des Herrn von Zach's Beobachtungen derselben für den Anfang des Jahrs 1804 hergeleitet, und mit gehörigen Korrektionen auf die jedesmalige Zeit meiner Beobachtungen zurückgeführt. Ich mufs dies andeuten, weil ich den Polstern nur bei seinem obern Meridiandurchgang zu beobachten Gelegenheit gehabt habe.

Aus einzelnen Circummeridianhöhen des Polsterns mit einem zehnzölligen Wiederholungskreis, aber ohne Multiplication des Winkels, nur durch jedesmalige Ablesung der vier Zeiger erhielt ich den 10. und 11. Oct. 1804 im Mittel die Colatitudo meines Beobachtungspunktes 37° 28′ 39″, 81.

In diesem Jahre im Herbste beobachtete ich mehrere Mittagshöhen der Sonne mit einem in London von Cary verfertigten ganzen Kreise, dessen Fernröhre zweifüfsig sind; der Durchmesser der Eintheilung auf dem Limbus ist 16 Zoll. Diese Beobachtungen gaben die Aequatorhöhe nach allen nöthigen Korrektionen und Reduktionen, wie folget:

1805	am	24.	September	. . .	37.°	28.′ 44,9″
—	—	25.	—	. . .	37	28 36,8
—	—	26.	—	. . .	37	28 37,7
—	—	27.	—	. . .	37	28 40,9
—	—	29.	—	. . .	37	28 38,7
			Mittel	. . .	37	28 39,8

Allein es ist zu bemerken, dafs da ich den Sonnenbeobachtungen nicht zu viel traue, wenn man nicht sich alle Sicherung des Instruments gegen den Einflufs der Sonnenstrahlen verschaffen kann, so habe ich auch nicht die Mühe mir geben wollen, aus Herrn von Zachs neuesten Sonnentafeln die jedesmalige Deklination der Sonne nach allen Gleichungen und Zuziehung ihrer Breite zu berechnen, sondern habe mich begnügt, die Deklination aus unsern Ephemeriden zu nehmen.

Diese Resultate auf die Sternwarte reduzirt, zeigten mir hinlänglich, dafs deren Breite nicht richtig angegeben wird. Doch um mir mehr Zutrauen zuzusichren, kehrte ich nochmals zum Polstern zurück, wo ich den Wiederholungskreis, von Lenoir in Paris verfertigt, wieder anwandte. Aber ohne Gehülfen hat es seine Schwierigkeit, die Vervielfältigung des beobachteten Winkels zu erhalten, demohngeachtet versuchte ich zu leisten,

was die Umstände gestatteten, und erhielt folgende Resultate der Aequatorhöhe:

1805 den 2. Oktober aus 20facher Zenitdistanz . . . 37.° 28′ 35″,54
— — 4. — aus vierfacher 37.° 28′ 39″,05
und fortgesetzt bis zur 10fachen Zenitdistanz 37. 28. 37,54
— — 11. — aus 12facher Zenitdistanz . . . 37. 28. 42,80
1804 den 10. und 11. Oktober ist nach obiger Anzeige
gefunden 37. 28. 39,81
Das Mittel aller dieser Beobachtungen giebt also die
Colatitudo meines Instruments . . . 37.° 28′ 39″,42
Mithin die Polhöhe 52° 31′ 20″,58.

Es ist aber nach dem grofsen Plan von Berlin die königliche Sternwarte 4″,3 südlicher als mein Beobachtungsort (Spandauer Strafse No. 72.), also müssen von dem hiefür erhaltenen Resultate 52° 31′ 20″,58 noch 4″,3 subtrahirt werden, und es ergibt sich also nach meinen Beobachtungen für die Polhöhe der königlichen Sternwarte der Akademie der Wissenschaften 52° 31′ 16″,28.

Die Breite der Sternwarte ist also beinahe 14 Sekunden oder eine Viertelminute kleiner, als man bisher allgemein annahm, wenn man sich an die von de la Lande angegebene von 52° 31′ 30″ hielt.

Dafs dieses Resultat einiges Zutrauen verdient, wird man aus dem einzeln Angegebenen erkennen, und es läfst sich erwarten, dafs es durch anderweitige Beobachtungen mit guten Instrumenten und unter günstigern Umständen, als die, bei welchen ich beobachtete, bestätigt werde.

Eine allgemeine Integralformel.

Von Herrn Tralles. *)

Es ist, wenn X eine Funktion von x,

$$\int X dx = U\int\frac{X}{U}dx - U_1\int\frac{dU}{U_1}\int\frac{X}{U}dx + U_2\int\frac{dU_1}{U_2}\int\frac{dU}{U_1}\int\frac{X}{U}dx - \int dU_2\int\frac{dU_1}{U_2}\int\frac{dU}{U_2}\int\frac{X}{U}dx;$$

wo U, U_1, U_2, ... willkührliche Funktionen von x. Die bekannte theilweise Integration führt zu dieser Formel, von deren Richtigkeit man sich aber auch durch ihre Differenziation überzeugt. Jedes vorhergehende Integralzeichen begreift alle folgende unter sich, und es scheint, man habe die Schwierigkeit nur vermehrt. Allein da man U, U_1, U_2 . . . nach Gefallen wählen darf, so kann man sie auch so nehmen, daſs entweder die Integrationen sich bewerkstelligen lassen, oder sonst einer Absicht genügen, da man der Reihe so viele Glieder geben kann, als man will.

Uebrigens folgen aus derselben die bekannten Reihen, und sie hat deshalb einen systematischen Werth.

Setzt man z. B. $U_1 = \frac{dU}{dx}$, $U_2 = \frac{dU_1}{dx}$, $U_3 = \frac{dU_2}{dx}$ etc.
so folgt sichtlich

$$\int X dx = U\int\frac{X}{U}dx - \frac{dU}{dx}\iint\frac{X}{U}dx^2 + \frac{d^2U}{dx^2}\int^3\frac{X}{U}dx^3 - \int\frac{d^3U}{dx^2}\int^3\frac{X}{U}dx^3$$

wo nur U noch willkührlich. Für $U = X$ wird es die bekannte Bernoullische Formel.

Es verdient also die allgemeine Formel wohl besonders aufgestellt zu werden, sie ist mir aber, ohnerachtet sie sich so leicht darbietet, bisher doch nirgends vorgekommen.

*) Vorgetragen den 14. November 1805.

Beobachtungen
über
atmosphärische Refraktion der Lichtstrahlen irdischer Gegenstände.

Von Herrn Tralles *).

Die Lichtstrahlen welche von einem wirklichen Punkt der Erde zu einem andern gehen, können sich nicht einzig nach dem Gesetze krümmen, welches dann statt hat, wenn dessen Weg blofs als durch zwei in der Atmosphäre isolirte Punkte durchgehend gedacht wird. Jene physischen Punkte sind stets auf beträchtlichen Massen welche Wärme strahlen, mittheilen oder annehmen, Dämpfe entwickeln oder zerlegen. Durch diese von der Sonne, der Temperatur und dem Zustande der Luft abhängigen oder den Massen selbst eignen Wirkungen, bildet sich ein Mittel um sie gleich einer eignen Atmosphäre, veränderlich nach den Umständen der Verursachung und stets beinahe verschieden vom Zustande des ganzen Luftkreises in welchen sie endlich allmählig übergehen. Diese besondern Mittel um die Körper müssen das Licht bald mehr bald minder von dem Wege lenken, welchen es im freien Luftkreise verfolget hätte. Die Ursachen welche sie hervorbringen, leiten unmittelbar zur Folgerung, dafs die Dichtigkeit dieser Mittel oder vielmehr die brechende Kraft derselben in verschiedenen Entfernungen vom Körper verschieden, und die Form der Schichten gleicher Berechnungskraft von der Gestalt und Gröfse der Masse grofsentheils abhängig sein müsse. Ein Lichtstrahl also, welcher von einem Punkt innerhalb eines solchen Mittels zu einem aufserhalb demselben gelegenen geht, behält nicht einerlei Richtung, woferne derselbe nicht durch alle Brechungsschichten rechtwinklicht durchgeht, welches voraussetzt, dafs des Mittels Schichten von gleicher Berechnungskraft conçentrisch um einen Punkt gelegene Sphären sind. Im allgemeinen wird also auch der Punkt nicht in der Richtung gesehen, in welcher er sich zeigen würde wenn das ihm umgebende Mittel nicht vorhanden wäre, alle übrige Umstände gleich gesetzt.

*) Gelesen den 9ten October 1806.

Allein die Verschiedenheit der Richtungen die das den gesehenen Punkt umgebende Mittel verursacht, wird um so geringer im Winkel erscheinen, je weiter das Auge von demselben entfernt ist. Ist aber auch dieses von einem ähnlichen Mittel umgeben und kömmt der Strahl nicht rechtwinklicht durch Trennungsschichten gleicher Dichtigkeit diesem Auge zu, so entsteht hier eine neue Refraktion, welche in ihrer ganzen Gröfse den sonst gesehenen Ort des Objektes verrückt, wenn man ferne genug ist um die Parallaxe zu vernachlässigen, gleich dem Winkel, welchen zwei Lichtstrahlen am Orte des Gegenstandes mit einander machen müssen, wenn der eine ohne Brechung in der Nähe des Beobachters zu leiden, der andere mit derselben zu dessen Auge gelangen soll. Refraktionen dieser Art werden nicht blofs bei terrestrischen Gegenständen den scheinbaren Scheitelabstand verändern, sondern auch auf die Lage desselben in Azimuth Einflufs haben. Das einen Beobachter umgebende eigenthümliche Mittel wird also eine sogenannte Seitenrefraktion zu bewirken allerdings vermögend sein, und woferne dasselbe nicht so beschaffen ist, dafs die Schichten gleicher Brechbarkeit Oberflächen runder Körper bilden, welche die Vertikale des Beobachters zur gemeinschaftlichen Axe haben, werden im allgemeinen die Horizontalwinkel zwischen den umhergesehenen Objecten nicht die wahren sein, man messe sie unmittelbar mit einem dazu besonders eingerichteten Instrument oder man reduzire die in schiefer Ebene gemessenen Winkel mit auf den Horizont. Man hat bis jetzt die Horizontalrefraktionen entweder verneint, bezweifelt, oder doch nur kaum aus den Verschiedenheiten in den Messungen desselben Winkels zu verschiedenen Zeiten als wirklich vorhanden zu vermuthen gewagt. Ob die letztern entscheidend sind, darauf kömmt es eigentlich hier nicht an, da die Sache in Beziehung auf die Ursache die hier angegeben wird, für sich klar ist. Ein Anderes ist noch die Frage, ob die Atmosphäre überhaupt und ohne die besondern Modifikationen derselben in der Nähe des Beobachters und der Objekte eines hinlänglich dauernden Zustandes fähig ist, durch welchen Abweichung eines Lichtstrahls, aus der, schon wegen der Nichtvereinigung der Richtungen der Schwere in einem Punkt, krummen Fläche, welche der Lichtstrahl beim vollkommen beharrlichen Zustande der Luft nicht verlassen würde, entstehen oder vielmehr sinnlich werden könne.

Hierin ist es um so weniger mein Vorhaben einzutreten, da auch im Falle eine solche Seitenrefraktion statt haben sollte, diese nur verhältnifs-

mäfsig merklicher werden kann als die Ablenkung des Lichtstrahls dem Beobachter näher statt findet. Da nun die Beobachtungen bisher, wenn auch nicht besonders zu diesem Zwecke angestellt, doch eine Seitenrefraktion überhaupt, das ist mit Einschlufs der Wirkung der den Beobachter umgebende Mitteln kaum zu vergewissern vermögen; so darf man mit hinlänglich praktischer Sicherheit sich überzeugt halten, dafs nur die durch diese besondern Mittel verursachten, die Aufmerksamkeit des Beobachters fordern können. In Rechnung werden sie sich freilich nicht bringen lassen, da die bewirkenden Ursachen von zu mannigfaltiger Bestimmung und zu veränderlich sind. Allein man wird sie, wo es nöthig ist, aus dem Wege räumen. Der Beobachter, der sich ihrer Wirkung nicht aussetzen will, hat seine Stellung und die Zeit der Beobachtung darnach zu wählen. Wenn die Dreieckswinkelbeobachtungen bisher nicht völlig über die Seitenrefraktion entscheidend sind, so hat dies seinen Grund nicht nur in der noch übrigen Unsicherheit der Beobachtungsresultate selbst, als auch darin, dafs die Beobachtungen horizontaler Winkel am gewöhnlichsten in solchen Stellungen des Beobachters geschahen, dafs diese Brechung selbst nur geringe sein konnte. Doch der gröfsten Genauigkeit geodätischer Operationen legt diese Lichtabweichung ein Hindernifs in den Weg, welches wohl nur durch häufige Wiederhohlung der Messung desselben Winkels unter verschiedenen Umständen, guter Wahl der Standpunkte und Anordnung der Umgebung während der Beobachtung, gröfstentheils überwunden werden kann.

Die Seitenrefraktion liegt dem Gegenstande gegenwärtiger Abhandlung zu nahe, als dafs ich sie unerwähnt hätte übergehen können. Aber bei den Veränderungen der vertikalen Lichtbrechung haben sowohl die Lokalursachen als die Verschiedenheit des Zustandes der Atmosphäre im ganzen einen ungleich bedeutenderen Einflufs. Man hat selbst deswegen trigonometrische Höhenmessungen, so wie Nivellirungen auf fernen Zeitpunkten für wenig sicher zu halten. Einige vorhandene Beobachtungen über die Veränderlichkeit der astronomischen Horizontalrefraktion können wenig dienen, Aufschlüsse über den vom untern Zustande der Luft unabhängigen Theil derselben zu geben. Dieser hingegen hat meistens einen zu bemerkbaren Antheil an den Beobachtungen der Refraktion zwischen Erdobjekten, aus welchen sich daher nicht sehr bestimmte Resultate ergeben, so dafs, wenn nicht die Rücksicht auf die bestimmteren aus der

astro-

astronomischen Refraktion für einen mittlern atmosphärischen Zustand abgeleiteten, den Abweichungen jener Grenzen setzte, über welche hinaus man beobachtete Refraktionen als zufällige anzuerkennen genöthiget worden wäre, man kaum ein Mittelresultat anzunehmen sich befugt hätte halten dürfen.

Lambert hat zuerst die terrestrischen Refraktionen bei trigonometrischen Messungen in Rechnung gebracht, und zu dem Zweck aus den Cassinischen Beobachtungen im mittäglichen Frankreich und den Pyrenäen die Gröfse derselben gleich dem vierzehnten Theil des Winkels der Vertikalen an den beiden Enden des Lichtstrahls gefunden. Da die Punkte, auf welchen diese Beobachtungen statt hatten, beträchtlich meistens in Höhe verschieden waren, so ist unter diesen Umständen sein Resultat gut ausgefallen. Auch gibt de la Lande an, dafs nach Mechain's Aussage, aus dessen Messung für die Verbindung der Sternwarten von Greenwich und Paris, dasselbe Resultat fliefse, von welchem auch die Angaben des Herrn Delambre nicht sonderlich abzuweichen scheinen, welcher die Bemerkung hinzufügt, dafs ihm die Gröfse derselben nach den Jahrszeiten verschieden vorgekommen sei. Aber aus den Messungen in England erhellt, dafs auch in derselben Jahrszeit der Quotient der Refraktion und des Winkels der Vertikalen zwischen ein Halbes und ein Vierundzwanzigstel ändern könne.

Es hat mir geschienen, dafs dieser Gegenstand fernere Untersuchung sehr verdiene, um so mehr, da derselbe auch durch seine Verbindung mit den atmosphärischen Modifikationen vielleicht selbst in dieser Rücksicht nicht gleichgültig sein möchte. Ein gebirgigtes Land scheint dafür mehrere Vortheile zu gewähren, indem es da nicht nur möglich ist, sich zu isoliren und in höhern Regionen der Atmosphäre zu beobachten, sondern da man auch stets vorhandene ferne und in die Luft ragende Zielpunkte wählen kann, bei welchen man nicht mit ihnen eigenthümlichen Veränderungen während der Beobachtung zu kämpfen hat. Wenn es dagegen auch nur ein Theil der totalen Refraktionsveränderung des Lichtstrahls durch die ganze Atmosphäre ist, den man wahrnimmt, so wird doch diese nicht nach Maasgabe der kürzern vom Lichte durchlaufenen Wege vermindert, und läfst sich genauer beobachten. Wollte man auch davon absehen, dafs eben diese Partialveränderung an sich schon ihr eigenthümliches Interesse hat, so bleibt sie doch das einzige Mittel für die aufseratmosphärischen Körper, die der ganzen Atmosphäre gehörige Refraktion Abänderung in

ihre Theile zu zerlegen, um zu wissen, was der untern und obern Regionen besonderer Antheil ist.

Um das, was für diesen Zweck Umstände und Gelegenheit mir zu bemerken verstattet haben, darzulegen, will ich zuerst die Beobachtungen selbst mittheilen, nur in so fern getrennt, als ihre Beziehungen verschieden sind, aber aufser einigen Bemerkungen über ihre Resultate im Ganzen, die nähere Untersuchung und theoretische Beleuchtung derselben einem andern Aufsatze vorbehalten.

I. Beobachtungen wenig über die Erdfläche erhabener Gegenstände.

In Folge dessen was bereits im Allgemeinen vom Einflusse der Körper auf die sie umgebende Atmosphäre gesagt ist, wird man eine merkliche von der Erde selbst verursachte Wirkung vermuthen. In der That bedarf es nicht einmal eines Instruments, um in grofsen Ebenen die Folgen derselben wahrzunehmen. Scheinbare Undurchsichtigkeit der Luft, Nebel, Wasser, Spiegelung der Gegenstände, sind Phänomene, die niemanden entgehen können, und die bei geodätischen Operationen öfter so sehr hinderlich fallen, dafs man mit ihnen sich zu beschäftigen genöthiget ist. So bald an einem schönen Morgen die Sonne anfängt den Boden zu erwärmen, so verwirrt sich zuerst und endlich erlischt die Ferne, der Horizont wird immer eingeschränkter. Strahlen von Objekten gegen den Zuschauer hingesendet, erreichen dennoch sein Auge nicht.

Erst mit dem eintretenden Abend, mit der Abkühlung des Erdbodens, der Verdichtung der unteren atmosphärischen Schichten, heitert sich in einer solchen Gegend der Horizont wieder auf, die fernen Objecte treten nun mit einer Deutlichkeit hervor, die um so mehr überrascht. Wer bedenkt, dafs wenn in unserer Atmosphäre höhere Schichten von bleibender beträchtlich gröfserer Lichtbrechungskraft wären, als die unteren, sich selbst das Firmament grofsentheils unserer Betrachtung verbergen könnte, dafs wir dann nur, was gegen unsern Scheitel und zu unsern Füfsen sich befände, würden erblicken können, der hat im Allgemeinen eine Vorstellung von den nähern Ursachen jener Erscheinungen.

Im Jahre 1791 war ich einige Zeit auf einer grofsen Ebene, wo sie sich täglich wahrnehmen liefsen und die daher zur nähern Beobachtung der Anomalien der Refraktion der Lichtstrahlen, die ganz nahe an der Erdoberfläche auf eine beträchtliche Weite fortgehen, sehr geeignet schien.

Die Ausführung derselben konnte aber erst nach sechs Jahren statt haben. Nun ward nahe am See von Murten, an welchen diese Ebene gränzt, eine Pyramide errichtet, auf welcher 44 Fuſs über den Boden die Mitte eines Zeichens war, nach welchem von einem 6700 Toisen davon entfernten Standort gezielt werden sollte. Von dem Standpunkte aus konnte man nicht bloſs längs der allmählig und ziemlich gleichförmig sich gegen den See neigenden Ebene hin sehen, sondern die Gesichtslinie ging noch über den See selbst bis Wiflisburg, von welcher Stadt man zuweilen des Morgens früh oder Abends spät die Thürme erblickte; allein sie zu beobachten war nicht möglich, da sie nie unter hinlänglich guter Beleuchtung erschienen. Vermittelst einer Nivellirung längst der Ebene ausgeführt, war bekannt worden, daſs das $46\frac{1}{2}$ Fnſs über des Sees Wasserfläche befindliche Zeichen der Pyramide 10,1 Fuſs über dem Fernrohre des Instruments am Beobachtungsorte war. Das Instrument, mit welchem die Vertikalwinkel beobachtet wurden, ist ein ganzer Kreis. Diese Winkel sind stets in zwei entgegengesetzten Lagen des Instruments genommen, das Fernrohr desselben war ohngefähr 6 Fuſs über dem Boden.

Beobachtungen, wo der Lichtstrahl über einen fast ebenen Boden hingeht.

1797. 12. Aug. Morgens. Barom. 27″, 154. Wärme der Luft 17° R. Des Signals scheinbare Depression — 0° 3′ 1″,2. Das Zeichen ist nicht deutlich.

Am 13. Aug. Abends bei bedecktem Himmel, sehr guter Durchsichtigkeit der Luft, Gegenstände ohne wallende Bewegung. Barom. 27,236. 5 Uhr des Signals Depression . . . . . . — 2′ . 16″,5. Therm. 17° R.

Die Beobachtung wiederholt, giebt . . . . . . — 1′ 23,0

Scheinbare Gröſse des Signals, 1ste Beobachtung . . 1′ 46″

— — — 2te — . . . 1. 33

— — — 3te — . . 1. 26

Bald darauf Depression des Signals . . . . . . — 0. 57,1

Und bei Sonnenuntergang Therm. 15 . . . . . . — 0. 46,3

Am 14. Aug. Morgens 6 U. 15. Bar. 27,346. Therm. 12 im Freien.

Depression des Signals . . . . — 2. 17,8

Gleich darauf . . . . — 2. 39,3

Nachmittags erblickt man drei verschiedene Horizonte; der nächste, selbst auch der zweite, entstehen und vergehen gleich einem Nebel, aber

immer sind während ihrer Dauer die Grenzen der sichtbaren Ebene doch sehr regulär. Vom dritten nie vergehenden Streifen konnte daher ziemlich gut die Depression beobachtet werden; sie war — 7′ 11″, welches für diesen Augenblick in der That die Depression des scheinbaren Horizonts der letzten Grenze des sichtbaren Bodens war.

Ein in einem Zelte befindliches Barometer stand auf 26,965 und dessen Temperatur war 26° R., diejenige der freien Luft 20°.

Abends gegen 7 Uhr hingegen erblickte man nicht nur das Signal, sondern selbst dessen Fuſs und den See von Murten, und nun erscheint das Signal über den Horizont erhaben. Der scheinbare Erhöhungswinkel des Signals war + 0° 2′ 15″.

Dabei stand das Barom. auf 26,91 und die Wärme der Luft war 12,7.

Der Erhöhungswinkel des Ufers des Sees beim Signal war 0° 0′ 39″,7.

Der Unterschied der Refraktion am Signal betrug also an diesem in Temperatur so ungleichen Tage, wenigstens 4′ 54″.

Die Veränderung der Depression des scheinbaren Horizonts muſs sicher gröſser noch als 8 Minuten gesetzt werden.

Die Temperatur der Luft nahm während der Nacht bis zum Morgen noch ab, das Therm. kam auf 5°,6 und stand am 15ten bei Sonnen-Aufgang 5°,4. Barom. 26,878 mit 9° Wärme. Hygr. 97. Die Objekte fingen früh an sich zu spiegeln, und schon um 9 Uhr Vorm. wurde die Depression des scheinbaren Horizonts — 7′ 31″ beobachtet, da das Therm. schon auf 18 Gr. gestiegen war. Am Nachmittage 3¼ Uhr zeigte es in freier Luft 22 Gr. und die beobachtete Depression der sichtbaren Grenze des Bodens oder des scheinbaren Horizonts war — 7′ 47′. An diesem Tage aber war nur ein Horizont, also nicht mehrere nebelähnliche Streifen, wie am vorhergegangenen Tage.

Als das Signal sichtbar geworden, fand es sich noch 1′ 48″ unter der wahren Horizontallinie des Instruments. Der Himmel hatte sich Nachmittags überzogen und war um 6 U. 45 ganz bedeckt ohne Wind, das Therm. stand auf 17°,5, der See wurde erblickt, der Erhöhungswinkel des Ufers beim Signale ward gefunden 0° 0′ 33″,6 und derjenige vom Signale 0° 1′ 53″,6.

Des Sees Fläche selbst ist nicht unmittelbar beobachtet worden; sie mochte wohl um eine Minute wenigstens höher sein, als das beobachtete Ufer in der Nähe des Signals, über welches der See als ein weiſser sehr bestimmter Streifen erschien.

Am folgenden Tage, den 16. August, regnete es den ganzen Mor-

gen, Nachmittags aber heiterte sich das Wetter auf, des Signals Depression ward — 1′ 30″0 gefunden, bald darauf aber erschien es schon unter einem Erhöhungswinkel von + 0′ 5″,2, und um 7 U. 5 sahe man der See.

Um die Zunahme der Refraktion zu bemerken, wurde des Ufers Höhenwinkel, so lange man dasselbe im Fernrohr deutlich erkennen konnte, von Zeit zu Zeit genommen, und es fand sich

Um 7 U. 5′ dessen Erhöhungswinkel .	— 0° 0′ 30″
— 7. 17	— 0. 0. 4
— 7. 24	+ 0. 0. 15
— 7. 37	+ 0. 1. 3.

Es hatte also in der kurzen Zeit einer halben Stunde die Refraktion um 1′ 33″ zugenommen.

Aus den angegebenen Gröfsen folgt aber, dafs der Bogen der Erde zwischen der Pyramide und dem Beobachtungsort gleich 7′ 2″ ist.

Dafs ohne Refraktion das Zeichen der Pyramide 2′ 39″, der See 6′ 39″ unter der Horizontallinie des Beobachters sich hätte zeigen und die scheinbare Gröfse der ganzen Pyramide 3′ 46″ sein müssen.

Nun findet sich aber die gröfste Depression des Zeichens unter der Horizontallinie 3′ 1″, also hat eine Refraktion von 2′ 39″ — 3′ 1″ = — 22″ zwar statt, aber sie ist im entgegengesetzten Sinne derjenigen welche gewöhnlicher in unserer Atmosphäre beobachtet wird. Es ist eine Morgenbeobachtung. An einem andern schönen Morgen angestellte zeigen zwar zuerst eine geringe positive Refraktion von 2′ 39′ — 2′ 18, allein gleich darauf ist sie Null, und nachher erlauben die Umstände sehr selten den sich schnell erniedrigenden Gegenstand ferner verfolgen zu können, welchen in aller Frühe zu sehen, wirkliche Nebel meist verhindern.

Am Abend hingegen zeigt es sich, dafs die Refraktion eben so schnell zunimmt, sie wächst in den Beobachtungen vom 13ten von 22″½ bis auf 2′ 33″, also von $\frac{1}{20}$ bis mehr als ⅓ des Bogens. Zugleich bemerkt man, dafs die dem Boden näher liegenden Punkte eine beträchtlich stärkere Refraktion leiden als die höhern, wie aus der Vergleichung der beobachteten scheinbaren Gröfse der Pyramide mit den Winkeln, unter welchen sie hätte erscheinen sollen, erhellt. Diese Beobachtungen geschahen schnell hintereinander vermittelst eines am Fernrohre befindlichen Mikrometers, und geben schon für die kurze Zeit ihrer Vollführung beträchtliche Verschiedenheiten. Unterdessen sich das Zeichen 1′ 23″ — 57″ = 26″ erhebt, mufs

sich der Fuſs der Pyramide wenigstens um (26 + 1′ 46″ — 1′ 26 d. i.) 46 erhöht haben, wohl zu bemerken, daſs dies nur Veränderung des Unterschiedes der Refraktion, nicht der Unterschied derselben ist. Dieser muſs, wenn man, wie ich glaube, voraussetzen darf, daſs wirklich der Fuſs des Signals selbst gesehen worden, von (3′ 46″ — 1′ 46″, d. i.) 2′ bis (3′ 46″ — 1′ 26 d. i.) 2′ 20″ gehen. Die Differenz ist hier nur 20″, allein man muſs bemerken, daſs die erste Beobachtung der absoluten Depression des Zeichens diesen Beobachtungen vorhergegangen und die zweite ihnen gefolgt ist, und daſs während dieser Zeit der Unterschied hat um 26″ zunehmen können und nach den Beobachtungen hat um so viel zunehmen müssen. Die Beobachtungen mit dem Mikrometer konnten sehr schnell gemacht werden, unterdessen die absoluten Höhenmessungen ziemlich viel Zeit gebrauchten. Ob die wirkliche ganze scheinbare Gröſse der Pyramide vom Zeichen bis zum Fuſs gemessen worden ist, läſst sich nicht mit der vollkommensten Gewiſsheit bestimmen. Allein davon hängt die Gewiſsheit jener beträchtlich gröſsern Strahlenbrechung in der Nähe des Bodens ganz und gar nicht ab, indem es doch immer dieselben Punkte bleiben zwischen denen der so veränderliche vertikale Abstand gemessen ist. Dem Auge war es im Fernrohr ohne Messung deutlich, indem es nicht allein auffiel, wie viel stumpfer die Pyramide vorkam, als man wuſste, daſs sie wirklich war, sondern auch, daſs die Seitenkanten gekrümmt erschienen.

Diese Anomalien der Refraktion hatten bei bedecktem Himmel statt. Der folgende Tag war heiter und wärmer, der eintretende Abend kühler. Da das Zeichen 2′ 15″ erhöht erschien, so betrug die Refraktion des Lichtstrahls von demselben bis zum Beobachter (2′ 39 + 2′ 15″ also) 4′ 54″, mithin über $\frac{2}{3}$ des Erdbogens.

Der Seehorizont, der etwa 1′ 30″ erhöht erschien, und 6′ 39 erniedrigt hätte erscheinen sollen, erlitt also eine Refraktion von 8′ 10″ ohngefähr, und den folgenden Abend gar eine von 9′ 40″.

In den Momenten, wo die Refraktion am schwächsten oder negativ am gröſsten war, wo der Horizont dem Beobachter am nächsten zu sein schien, ist desselben Depression 7′ 11″ und 7′ 47″, also im Mittel 7′ 30 ohngefähr beobachtet. Der Horizont des Sees hätte 6′ 39″ ohne Refraktion sein sollen.

Früh Morgens verhinderten meistens Nebel über die Ebene die Beobachtungen. Kaum waren diese vergangen und das ferne Signal sichtbar

geworden, so dauerte es gewöhnlich nicht so lange, um eine gute Beobachtung vollständig zu beenden, so war auch schon das Signal wegen der Erwärmung der untern Luftsshichte entweder zu undeutlich zum Beobachten oder auch schon unter dem scheinbaren Horizont verschwunden. Allein so viel war deutlich, dafs das Phänomen der Variation der Brechung in entgegengesetzter Ordnung mit den Erscheinungen des Abends vorging, auch der Gröfse nach sich gleich verhielt.

Am 14. August Morgens $6\frac{1}{4}$ Uhr Barom. 27″ 346, Therm. 17,3, und bei einer Temperatur der Luft von 12° ward die Depression des Signals beobachtet — 2′ 17″,8, und unmittelbar darauf — 2′ 39″,3, und weiter konnte es nicht beobachtet werden. Doch hat eine Beobachtung an einem andern Morgen etwas über 3′ gegeben, aber tiefer ist es nicht gesehen.

Das Instrument kam nachher unten am Fufs des beobachteten Signals zu stehen, um das Signal über den Punkt zu beobachten, wo es gewesen war. Allein dieses war fast ununterbrochen sichtbar wegen des steigenden Bodens. Zu öfteren Beobachtungen fehlte es hier aber an Zeit.

Beobachtungen, wo der Lichtstrahl nahe über eine Wasserfläche fortgeht.

So starke Erhebungen des Wasserhorizonts habe ich in eben der Erhöhung über Wasserflächen selbst nicht angetroffen. In gleicher Höhe als in welcher die eben erwähnten Beobachtungen angestellt sind, ist über blofse Wasserfläche hingesehen die Refraktion nur $\frac{1}{12}$ des Erdbogens gefunden, womit ich aber nicht behaupten will, dafs hier nicht gröfsere statt haben könnten. Am Murtner See, 2,42 Meter über dem Wasser, ward bei nach allen Umständen zu schliefsender starker Refraktion, dessen Horizont nur 65 Dezimalsekunden erniedriget gefunden, da derselbe ohne Refraktion 555 hätte sein sollen, die Refraktion beträgt also 488 Dezimalsekunden. Zu gleicher Zeit liefs sich von demselben Ort auch der Wasserhorizont des Sees von Neufchatel erblicken, und obwohl er niedriger liegt, doch unter gleicher Depression mit dem von Murten. Setze ich den Unterschied der Höhe des Wasserspiegels beider Seen nur 3 Dezimeter, so wird für denselben die Refraktion schon 521 Sekunden. Allein dieses Sees Wasserspiegel wurde über eine beträchtliche Strecke der Fortsetzung der grofsen Ebene weg gesehen, auf welcher die vorigen Beobachtungen angestellt sind, und die sowohl jener als der Murtner See bei höherem Wasserstande überschwem-

men. Letzterer war vom Beobachter nur etwa 3 bis 400 Meter entfernt. Für beide Beobachtungen ist die Krümme des Lichtstrahls gröfser als die der Erde. An einem andern Ort, wo das Instrument nur 2 Meter über einen See erhöht war, und dessen Ufer ohngefähr 4 bis 500 Meter entfernt sein konnte, ward die Depression der Wasseroberfläche 325 Sek. beobachtet, die ohne Refraktion 504 gewesen wäre, also beträgt die Refraktion 179 Sek. und der Radius der Krümme des Lichtstrahls ist also noch $1\frac{7}{10}$ desjenigen der Erde.

Ein vorzüglich zur genauesten Beobachtung kleiner Vertikalwinkel geeignetes Instrument war bestimmt, auf denselben Beobachtungspunkten aufgestellt zu werden. Es sind deswegen damals obige Beobachtungen fast nur als vorläufige zur ersten Befriedigung des Wunsches der nähern quantitativen Kenntnifs dieser Refraktionen dienlich betrachtet, und nicht so oft angestellt, als geschehen wäre, hätte man gewufst, es würde nicht erlaubt sein, jenes vortreffliche Werkzeug zur Erhaltung mannigfaltiger genauer Resultate zu benutzen.

Folgende hieher gehörige Beobachtungen sind aus denen gezogen, welche sich später bei der unter meiner Leitung vorgenommenen Aufnahme der Charte des Gebiets von Neufchatel haben anstellen lassen.

Am Ufer des Sees von Neuchatel in der Nähe von Bevaix, stand den 4. Oktober 1801 das Fernrohr des Winkelmessers 1,589 Meter über dem fast ans Fufsgestell grenzenden Wasserspiegel. Das Wetter war sehr schön.

Um 8^U Morgens bei einer Temperatur von 10° R. ward der Höhenwinkel eines am entgegengesetzten Ufer 10876 Meter entfernten auf dem Sandhügel Monbet 12^M über den See stehenden Signals beobachtet, und dessen Zenitabstand gefunden . . . . $100,^G0017$

Der Horizont des Sees, von welchem man deutlich sah, dafs er sich durch eine besondere Refraktion bildete, hatte einen Zenitabst. 100,0845

Um 10^U 15 Signal von Monbet Zenitabstand . . . . = 99,9987

Des Signals von Bied, $1^M,71$ über den See und 3373 Meter entfernt, Zenitabstand 100,0261

Es war ein zweites sehr deutliches Bild von diesem Signal sichtbar, dessen Zenitabstand 100,0746

Gegen 1 Uhr Nachmitt. Zenitabstand des Signals auf Monbet . 99,9881

Das scheinbar gespiegelte Bild des Signals 100,0748

Bisher

Bisher waren die niedrigeren Signale am entgegengesetzten Ufer nicht zum Vorschein gekommen; um 4 Uhr erst sahe man die Kugel eines Signals bei dem Dorfe Chevroud über dem Wasserspiegel. In der That aber war nur die Hälfte der Kugel sichtbar, die untere Hälfte war das umgekehrte Bild der oberen. Dies Signal ist 2,2 Meter über dem See und 6365 M. vom Beobachtungsorte. Das Mittel der erscheinenden Kugel stand vom Zenit $100^G,03215$.

Um 4^U 30^M war die Kugel des Signals fast ganz über dem Wasser und ein ihr gleich lebhaftes Bild unterhalb. Der gemeinschaftliche Durchschnitt beider Kugeln stand vom Zenit 100,0350.

Nun erschienen auch die Thurmspitzen der Stadt Yverdun.

Ohne Refraktion hätte der Horizont des Sees — $0^G,04494$
gesehen werden sollen, die Beobachtung gab . . . . — 0,03215

Also war eine positive Refraktion von 0,0128 vorhanden, welches den Radius der Krümme des Lichtstrahls 2,03 von dem der Erde gibt.

Aber da auch derselbe Winkel, der der Oberfläche des Sees zuzugehören schien, dem des Signals wirklich gleich war, dieses aber ohne Refraktion zum Zenitabstand $100^G,02577$ hätte haben müssen, so kömmt für dieses eine wirklich negative Refraktion heraus gleich $0^G,00638$.

Das Signal auf Monbet hat von Morgen bis Abend den Zenitabstand um $0^G,0136$ geändert. Beim kleinsten Abstande, hatte dasselbe eine positive Refraktion von $52^S,4$, weil es $66^S,6$ über die Horizontallinie des Beobachters ohne Refraktionswirkung hätte erscheinen sollen, die Beobachtung aber 119 gegeben hat. Diese Refraktion ist beinahe $\frac{1}{20}$ des Bogens. Bei der kleinsten beobachteten Höhe litt dieser Gegenstand also eine negative Refraktion von $83^S,6$.

Am Einflusse des Bieds in den See von Neuchatel unmittelbar am Wasser, über welches das Fernrohr des Winkelmessers 1,44 Metres war, beobachtete man am Abend den Zenitabstand des Seehorizontes $= 100^G,04062$.

Ohne Refraktion müfste derselbe $100^G,04283$ beobachtet worden sein, mithin fand eine positive Brechung von $0^G,00221$ statt.

Die angestellten Beobachtungen auf solche Gegenstände, die unter sehr kleinen Winkeln mit dem Horizonte gesehen werden, und zwischen welchen der Lichtstrahl in der Nähe der Erdoberfläche fortgeht, geben einen vollkommenen Beweis dessen, was von dem Einflufs der Körper auf das sie umgebende Mittel behauptet worden, und dafs sich keine befrie-

digende Resultate für diejenigen Messungen, welche in einem solchen veränderlichen Mittel vorgenommen werden, erwarten lassen; dafs hier davon gar nicht die Rede sein dürfe, die Refraktion einem bestimmten Theil des Winkels der Vertikalen des Objekts und des Beobachters gleich zu setzen. Indessen, das Nivelliren ausgenommen, werden unter diesen Umständen selten höchst genaue Operationen zu bewerkstelligen sein. Was aber jene betrifft, so ist sie in ihrer Anwendung zu wichtig, als dafs ich es mir nicht erlauben sollte, hier zu erinnern, dafs es zufolge den Beobachtungen nie gestattet werden sollte, zwischen Instrument und einem Zielpunkt zu nivelliren, diesen mit jenen in einer Horizontallinie zu stellen. Schon eine gründliche Kenntnifs der Instrumente wendet von diesem trüglichen Verfahren ab, und nun kömmt noch die Unsicherheit der Brechung der Lichtstrahlen hinzu. Von diesen ist bei der Nivellirung auf zwei Zielpunkten in gleicher Weite vom Instrument, durch welches der eine mit dem andern in gleiche Höhe gebracht wird, wenig zu befürchten. Die Erfahrung hat mich gelehrt, dafs selbst unter den gröfsten Veränderungen der Strahlenbrechung, dies Geschäft dennoch mit vieler Genauigkeit sich vollführen läfst. Nicht selten ereignet es sich, dafs weil die Gesichtslinien hiebei fast horizontal fortgehen, die Zielzeichen in Entfernungen von nicht mehr als 600 Fufs sich schon spiegeln, und zwar mit einer solchen Deutlichkeit, dafs wenn am Zielzeichen nicht unterschieden werden könnte, ob dasjenige, welches man beobachtet, verkehrt oder aufrecht ist, man ungewifs sein könnte, auf welches gezielt werden müsse, vorausgesetzt, man wisse nicht aus der Natur des Phänomens, dafs das höhere Bild vorzuziehen sei. Denn die Erscheinung pflegt nur Vormittags einzutreten, wenn die untersten Luftschichten durch den von der Sonne erhitzten Boden verdünnt werden, Instrument aber und Zielzeichen über die Schichte der gröfsten Dichtigkeit sind. Selbst dieser Zustand der Luft, wenn er gleich unvortheilhaft ist, wegen der sich bald äufsernden geringern Deutlichkeit der Zeichen, schadet doch sonst der Operation wenig, indem dieser Luft- oder Brechungszustand nach jeder Richtung ohngefähr derselbe ist. Ich sage ohngefähr, weil es sich meistens ereignet, dafs die doppelten Bilder der Zeichen doch nicht nach jeder Richtung erscheinen, welches allerdings auf eine geringe Verschiedenheit schliefsen läfst. Ich setze billig voraus, dafs die zu beobachtenden Zeichen in ähnlichen Lokalverhältnissen stehen, sonst liegen sie

in verschiedenen Mitteln, und man kann bei grofser Zielferne wenig Genauigkeit erwarten.

Wie äufsert sich aber die Einwirkung des Bodens auf diejenigen Lichtstrahlen, welche der Beobachter unter gröfseren Winkeln mit dem Horizonte empfängt? Man kann annehmen, und so zeigt es die Erfahrung, dafs die, wenn gleich nicht gesetzlosen, doch schwerlich in Rechnung zu ziehenden Veränderungen, die ganz in der Nähe des Erdbodens statt haben, in einiger Entfernung von demselben aufhören. Wer wird die Abnahme der Wärme in der Atmosphäre nach derjenigen beurtheilen, welche in den Entfernungen der ersten Zolle von derselben statt hat! Der Erdkörper, der auf die ihn unmittelbar berührende und zunächst umgebende Luft einen beträchtlichen Einflufs hat, ändert zwar noch die Luftdichtigkeit in gröfsern Entfernungen, aber die bestimmenden Ursachen sind nicht mehr so mannigfaltig und zufällig, dafs ihre Wirkung, wenn es gleich noch schwierig, sie ganz genau zu bestimmen, noch als ganz unregelmäfsig anzusehen ist, da jene in der Nähe des Bodens merkliche Wirkungen in gröfserer Entfernung als unerheblich aufser Acht gelassen werden dürfen. Beobachtungen ergeben, dafs in Erhöhungen von etwa 40 Metern die in der Nähe des Bodens bemerkten Anomalien nicht statt haben, vorausgesetzt, dafs der Lichtstrahl nicht denselben berührt oder doch zu nahe kömmt, bevor er zum Auge des Beobachters gelangt. In gedachter Höhe auf einem 16800 Meter entfernten Punkt, der im Mittel 3′ 28″,2 unterm Horizont erschien, findet sich nur eine Abweichung von 10″ vom gröfsten bis zum kleinsten Beobachtungsresultat, also nur 5″ vom Mittel, und diese Abweichungen gehen schon nach einem andern Gesetze, als diejenigen in der Nähe des Bodens. Sie gehören zu denen, von welchen ich nun Rechenschaft zu geben habe.

II. Beobachtungen hoher Punkte.

Bevor ich Gelegenheit fand, die grofsen Anomalien der Lichtbrechung in der Nähe des Bodens bestimmt zu messen, hatte ich schon gesucht zu erfahren, wie viel die Strahlenbrechung die scheinbare Höhe ferner Berge zu verschiedenen Tages- und Jahreszeiten abändere, um nach erlangter Uebersicht sie zweckmäfsiger zu untersuchen. Diese vorläufigen nur gelegentlich angestellten Beobachtungen sind aber deswegen in der Zusammen-

stellung aller aufgenommen, weil sie doch unter andern Umständen als alle darauf folgenden gemacht sind. Die Gesichtslinie geht nicht über Wasser fort, denn die nicht breite Aar darf wohl kaum berücksichtiget werden, das Instrument stand in einem Fenster etwa 150 Fuſs über den Fluſs. Die Höhenwinkel sind auch beträchtlicher als in den spätern Beobachtungen, und so dienen jene diese zu bekräftigen, und den vielleicht sonst möglishen Gedanken, als ob die kleinen Erhöhungswinkel den gröſsten Antheil an den beobachteten Verschiedenheiten der Brechung hätten. Sehr oft ist der über 5 Grad betragende Höhenwinkel eines nur 10000 Fuſs fernen Objects gemessen, an welchen aber keine Veränderung mehr merklich war. Das Mittel aller Beobachtungen ist 5° 21′ 51″, 1, die gröſste ist 5° 21′ 57″, 7, die kleinste 5° 21′ 43″, 5, welche beide als äuſserste Abweichungen wenigstens zum Theil für Fehler der Beobachtung gehalten werden müssen. Die Veränderungen, welche in den Höhenwinkeln der hohen Alpen statt haben, hatte ich, nachdem sie der Winkelmesser schon bekannt gemacht hatte, Gelegenheit, im Jahre 1801 auf eine Weise zu beobachten, welche ich viel früher anzuwenden suchte, aber nicht bequem zu finden war. Ich sah in dieser Zeit zuweilen von Bern aus nach einem fernen stets mit Schnee bedeckten Bergrücken, welcher so lag, daſs gerade ein etwa nur eine Meile entlegener Gegenstand zuweilen höher, zuweilen niedriger als der Bergrücken erschien, und maaſs einige mahle die Differenz der Höhenwinkel mit einem feinen an einem starken Fernrohr angebrachten Mikrometer, wodurch sich fand, daſs von Morgen bis zum Abend eines heitern Tages der Bergrücken gegen den nähern Gegenstand um 50 Sexagesimalsekunden sank, der absolute Höhenwinkel nach Schätzung mag wohl nicht 2 Grad betragen haben.

Im Jahre 1797 sind die Höhenwinkel der Chasseral und der Hasenmatt in gleicher Absicht einigemale gemessen, an eben den Tagen, als die Beobachtungen über die Refraktionsveränderung in der Nähe des Bodens geschahen, aber hier wegen vieler Beschäftigung nicht verfolgt. Die Chasseral war zu nahe um beträchtliche Differenzen zu geben, die ich doch nachher nirgends so beträchtlich als hier bei gleicher Entfernung des Gegenstandes beobachtet habe. Die vollständigere Reihe von Beobachtungen ist die von den Jahren 1803 und 1804. In Neuchatel sieht man die ganze Alpenkette der Schweiz vor sich liegen, und kann Beobachtungspunkte wählen. Nach einigen Beobachtungen fand ich zuträglich, in den Fern-

röhren die feinsten Spinnwebenfäden, die sich nur handhaben liefsen, zu kennen, um der Wirkung der Beugung des Lichts an den stärkern Fäden auszuweichen, die vorzüglich an den metallenen des gröfsern Kreises merklich ist, und das Bild im Fernrohr undeutlich macht, wenn es zur Berührung des Fadens kömmt. Die hineingebrachten Fäden nehmen kaum ein paar Sekunden im Winkel ein, und man sah immer mit der gröfsten Sicherheit ob ein Berggipfel über oder unter den Faden war, ob er ihn aber auf der einen oder der andern Seite berührte, liefs sich nicht weiter entscheiden. Es sind zwei verschiedene Instrumente gebraucht, ein Verfielfältigungskreis von Lenoir, 10½ Zoll Diameter mit 15zölligen sehr guten Fernröhren und der schon mehr erwähnte 16zöllige Kreis von Cary, mit 2füfsigen Fernröhren. Jede Beobachtung ist wenigstens das Resultat der Messung einer doppelten Zenitentfernung. Die Resultate der Beobachtungen sind bis auf Dezimaltheile einer Sexagesimalsekunde angegeben, dafs sie darauf nicht sicher sind, versteht sich wohl von selbst, da die Ablesungen nur durch Schätzung der Bruchtheile der Vernierangabe im französischen, und durch eben dieses Verfahren, aber zugleich auch durch die Mikrometerangabe am englischen Kreise, einzeln statt hatten. Aber da jedes Resultat aus vier oder acht Ablesungen gezogen ist, so glaubte ich sie nicht übergehen zu dürfen. Vollkommenere Instrumente wären vortheilhaft gewesen, nicht so wohl um die Beobachtungen weniger mühsam, sondern mit noch gröfserer Sicherheit schneller und häufiger noch vollbringen zu können. Von der Vervielfältigung der Winkel erwarte ich nicht viel, da sie zu Mittelresultaten führen, welche eben vermieden werden sollten. Indessen sind einige doch unter Umständen vorgenommen, wo man die Refraktion für beständig genug hielt. Die Beobachtungen über ein ganzes Jahr fortgesetzt, sind auch aus dem Grunde etwas zahlreich, damit auch die Menge mit zu ersetzen diene, was den einzelnen Angaben nach an Genauigkeit fehlen könnte, und um aus ihrer Uebereinstimmung nach Berücksichtigung der Umstände zu beurtheilen, welches Zutrauen sie verdienen. Ueberdem sind meistens so viel möglich gleichzeitige Beobachtungen mehrerer Punkte im Register aufgezeichnet, nicht nur damit die Beobachtung eines Punktes die eines andern bewähre, sondern auch, und vornehmlich um die Aenderung der Refraktion in derselben Zeit für verschiedene absolute Höhen in verschiedenen Entfernungen zu erhalten. Die Umstände der Witterung sind, so viel es sich thun liefs, bemerkt. Anfäng-

lich fehlen sie, da es noch nicht die Absicht war, dafs diese Beobachtungen, die einen besondern Zweck nur hatten, lange genug fortgesetzt werden sollten. Nachher fehlten zuweilen die Hygrometerangaben. Für das Delücsche möchte ich nicht bürgen. Es dient aber doch, wenn nicht den absoluten richtig, doch den relativen hygrometrischen Zustand der Luft anzuzeigen.

Der Ort des Instruments in Neuchatel war zuerst in Bellevaux, einem hart am See gelegenen Hause. Es stand in einem Fenster, das Fernrohr 23,5 Meter über die niedrigste Wasserfläche, und befand sich gröfstentheils im Freien. Nur selten ward beobachtet wenn die Sonne stöhrte.

Nachher stand das Instrument im Schlosse, in einem Saal, wo man nur die Fenster zur Beobachtung öfnen durfte, und war unabhängig vom Fufsboden des Beobachters. Des Fernrohr war hier $46^{M},84$ über den See, nur 32 Meter gegen Osten, 103 Meter gegen Norden vom vorigen Beobachtungsorte entfernt. Die Seite des Schlosses gegen den See und den Alpen hin, war um 2 Uhr im Sommer schon im Schatten, und überdem ziemlich durch ein weit vorragendes Dach geschützt, so dafs von der Erwärmung wenig zu fürchten war; auch beweisen Beobachtungen auf nähern Gegenständen, dafs die Wirkung nicht merklich sei. Die oben angegebenen Resultate eines 10000 Fufs entfernten Objektes, und zwar in einer fast gerade gegen Süden gerichteten Linie, zeugen gleichfalls für diese Behauptung, die auch von diesem Standort aus durch eigene Beobachtungen bekräftiget wurde.

Was die Lage der beobachteten Punkte betrift, so wird man sie den Namen nach auf etwas vollständigen Karten der Schweiz auffinden können. Allein es war erforderlich, diese Punkte näher zu bestimmen, um aus den Beobachtungen nicht nur bestimmtere Folgerungen abzuleiten, nicht blofs die relativen Veränderungen sondern auch die absoluten Gröfsen der Refraktion zu erhalten.

Die gegenseitige Lage der Objekte und ihre Entfernungen sind deswegen trigonometrisch bestimmt worden, und beruhen auf die Bestimmung einer Basis am nördlichen Ende des Sees von Neuchatel, deren Länge, auf die Meeresfläche genommen, 3896,1 Meter beträgt. Von dieser geht eine Dreieckverbindung über den See und an dem Jura von der Chasseral bis zur Dole, deren Auseinandersetzung hier überflüssig wäre. Nur ist zu bemerken, dafs auf dem Mont-tendre und der Dole weder Signale errichtet

gewesen noch alle drei Winkel der sie bestimmenden Dreiecke gemessen sind. Aber durch überzählige Dreiecke an diese Punkte gelegt, hat man sich versichert, dafs keine Ursache vorhanden sei, von der Hauptdreieckreihe abzuweichen oder ein Mittelresultat anzunehmen.

Die durch diese Messung bekannte Entfernung des Hauses Bellevaux in Neuchatel vom Signal von Concise gab eine bequeme Standlinie für einige der zu den Alpen gehörigen Berge. Die an derselben, so wie auf dem Moleson und dem Oldenhorn gemessenen Winkel bestimmen sowohl die Lage dieser Berge als auch der Bera und der Branleire. Obwohl auch diese Punkte bereiset worden, so sind gerade die zu diesen Dreiecken nöthigen Winkel entweder gar nicht oder doch nicht mit sehr vollkommenen Werkzeugen beobachtet. Auch das Signal von Concise war auf dem Moleson nicht zu erkennen, so dafs also keines dieser Dreiecke drei gemessene Winkel hat. Aber für die Entfernung des Moleson von Bellevaux erhielt man drei von einander unabhängige Bestimmungen, da noch die gleichfalls aus der ersten Dreieckreihe bekannte Entfernung zwischen Bellevaux und der Kirche zu Estavayer als Basis für den Moleson diente, in welchem Dreieck gerade der spitze Winkel auf den Maleson einer der gemessenen ist, und für die Entfernung desselben von Bellevaux mit den andern Resultaten genügend übereinstimmte, so dafs man auch hier allein bei den Hauptdreiecken stehen geblieben ist.

Da Bellevaux und das Signal von Concise mit den hohen Punkten des Jura in trigonometrischer Verbindung stehen, so sind denn auch die beobachteten Punkte der Alpen mit ihnen verknüpft und die Entfernung zwischen Moleson und Chasseron war also gegeben.

Diese diente die Lage des Montblanc, der Tour d'Aï, der Dent de Midi und der Dent d'Oche zu erhalten, Dreiecke in welchen keine Signale gebraucht sind. Da an diesen Entfernungen nicht so viel als an den vorigen gelegen war, so erlaubte man sich auch diese Winkel nicht mit dem Vervielfältigungskreis zu nehmen, um so mehr da des Montblanc höchste Kuppe von den Punkten wo sie beobachtet wurde, etwas breit und nur flach abgerundet erscheint, also ohne Signal kein sicheres Zielen zuläfst.

Die Entfernung der Dole vom Montblanc folgt aus dieser Messung, und da sie auch nach den Angaben von Schuckburgh aus seinen bekannten Operationen in der Gegend von Genf sich folgern läfst, so habe ich sie nach seinen Dreiecken berechnet und für dieselbe 88478,8 Meter gefunden.

Meine Messung giebt beinahe 88475 Meter. Der Unterschied von ohngefähr 4 Metern ist für diese Entfernung und in Betracht der Schwierigkeit wegen der Kuppen beider Berge so auffallend geringe, als hätte man die Absicht gehabt, beide Messungen in Uebereinstimmung zu bringen. Wie viel aber auch dem glücklichen Zufall in dieser Zusammenstimmung beigemessen werden mag, so wird dieselbe doch als Beweis der Genauigkeit der Operationen jenes Naturforschers anzusehen sein, und für die Richtigkeit meiner Beobachtungen eine augenfällige Sicherheit geben, welche freilich in Hinsicht auf den gegenwärtigen Zweck, für welchen sie eigentlich doch nur angestellt worden sind, nicht die allergröfste Genauigkeit in den Entfernungen der Punkte bedürfen.

Zur Uebersicht der Lage der beobachteten Objekte ist ein Entwurf der vornehmsten Punkte der gröfseren Dreieckverbindung dieser Messung beigefügt, aus welcher folgende Resultate zum Zweck dieser Abhandlung hinreichen.

Name des Punkts.	Abstand von Bellevaux zu Neuchatel in Metern.	
	östlich od. westlich.	nördlich od. südlich.
Neuchatel. Bellevaux	0,0	0,0
Estavayer. Kirche . .	6050,1 westlich.	15677,0 südlich.
Concise. Signal	15381,2 westlich.	13806,7 südlich.
Chasseral	10073,7 östlich.	15782,1 nördlich.
Chasseron	29606,2 westlich.	15398,7 südlich.
Mont-tendre	47236,4 westlich.	43856,9 südlich.
Dent de Vaulion . .	43991,9 westlich.	33964,3 südlich.
La Dole	63568,9 westlich.	62570,4 südlich.
Bera	19700,6 östlich.	34994,5 südlich.
Moleson	6945,9 östlich.	49160,3 südlich.
Branleire	19038,3 östlich.	48909,3 südlich.
Oldenhorn	22710,7 östlich.	73533,5 südlich.
Montblanc	4768,3 westlich.	128678,5 südlich.
Dent de Midi	1647,0 östlich.	90915,0 südlich.
Dent d'Oche	10928,0 westlich.	73189,0 südlich.
Tour d'Aï	5805,0 östlich.	68773,0 südlich.

Alle

Alle Punkte, für welche Refraktionsänderungen beobachtet sind, auch trigonometrisch zu bestimmen, war grade nicht nothwendig. Reisen nach entlegenen Orten, verbunden mit, öfters den Zweck ganz oder zum Theil verfehlendem, Aufenthalt mehrerer Tage auf Bergspitzen, hätten mehr Zeit und Mittel erfordert, als zu diesen Messungen verwandt werden konnten. In mehrern Rücksichten wird es auch hinreichen, die Entfernungen der beobachteten Punkte nur so genau zu kennen, als sich dieselben aus einer guten Karte abnehmen lassen. Die in obiger Tabelle angegebenen Entfernungen beziehen sich auf die Meeresfläche, über welche die Höhe des Sees von Neuchatel 1340 pariser Fufs gefunden ist.

Beobachtungen in Bern.

Zeit der Beobacht.	Name des Berges.	Scheinbarer Höhenwinkel	Bemerkungen.
1792. 26. Dec. vor Sonn. Aufgang.	Finsterarhorn	2° 50′ 17″,2	Wärme der Luft 23° Fahr., eine fast vollständige Beobachtung, aber die Spitze des Berges ist sehr unruhig.
1793. 23. Febr. Nachmitt.	Finsterarhorn	2. 49. 37,0	einfache Beobb.
	Jungfrauhorn	3. 12. 23,5	
24. Febr. gleich nach Sonn-Aufg.	Finsterarhorn	2. 50. 06,5	Wärme der Luft 31° Fahr.
	Jungfrauhorn	3. 12. 56,0	einfache Beobb.
25. Febr. Nachmitt.	Gurten	5. 21. 43,5	vielleicht nicht gute Beob.
	Wetterhorn	2. 42. 26,8	alles vollständige Beobachtungen auf beiden Seiten des Kreises.
	Schreckhorn	2. 52. 21,8	
	Finsterarhorn	2. 49. 40,2	
	Jungfrauhorn	3. 12. 22,5	
17. März Vormitt.	Gurten	5. 21. 51,3	vollständige Beobb.
	Jungfrauhorn	3. 12. 7,2	

Beobachtungen in Bern.

Zeit der Beobacht.	Name des Berges.	Scheinbarer Höhenwinkel	Bemerkungen.
28. März			
Vormitt.	Gurten	5. 21. 51,1	
Nachmitt.	Jungfrauhorn	3. 12. 20,7	vollständige Beob.
	Finsterarhorn	2. 49. 32,6	einfache Beob., die Spitze undeutlich.
1. April	Gurten	5. 21. 48,7	
Nachmitt.	Jungfrauhorn	3. 12. 6,5	vollständige Beob.
11. Mai	Schreckhorn	2. 51. 54,0	einfache Beobb.
Nachmitt.	Wetterhorn	2. 42. 11,5	
2. Juni			
Nachmitt.	Jungfrauhorn	3. 12. 07,0	einfache Beob.
3. Juni	Gurten	5. 21. 53,4	
Nachmitt.	Finsterarhorn	2. 49. 20,1	einfache Beob.
7. Juni	Jungfrauhorn	3. 11. 41,0	An jedem der 3 verschiedenen Fäden
Nachmitt.		3. 11. 44,8	des Fernrohrs beobachtet. Eine jede
		3. 11. 46,3	Beob. ist vollst. Wärme d. Luft 75°.
			Bar. 28,185 engl. Z mit 68° Temp.
8. Juni	Jungfrauhorn	3. 12. 05,5	an allen 3 Fäden vollständ. beobachtet.
Morgens		3. 11. 58,9	Wärme der Luft 60°.
$6\frac{1}{2}$ Uhr.		3. 12. 06,0	
4. Juli.	Jungfrauhorn	3. 11. 53,5	Wärme der Luft 75°. vollst. Beob.
	Gurten	5. 21. 54,5	
7. Juli.	Jungfrauhorn	3. 11. 32,7	Wärme der Luft 87°,5. vollst. Beobb.
Nachmitt.	Finsterarhorn	2. 48. 54,5	zwischen $3^U\ 40^M$ und $5^U\ 15^M$.
	Wetterhorn	2. 41. 52,8	
	Gurten	5. 21. 44,8	bei Sonnenuntergang.

Beobachtungen in Bern.

Zeit der Beobacht.	Name des Berges.	Scheinbarer Höhenwinkel	Bemerkungen.
8. Juli Morgens.	Jungfrauhorn	3° 12′ 20″,0	Bei Sonnenaufgang. Wärme d. L. 63°,5.
	Finsterarhorn	2. 49. 42,5	Sind alles einfache Beobb. Das Instrument war seit vorigem Abend unverrückt stehen geblieben, um die Höhenuntersch. schnell nehmen zu können.
	Wetterhorn	2. 42. 35,0	
	Gurten	5. 21. 52,6	
Nachmitt.	Finsterarhorn	2. 48. 52,5	Wärme der Luft 90°.
9. Dec. Nachmitt.	Gurten	5. 21. 52,0	Wärme der Luft 36°,3.
	Finsterarhorn	2. 50. 8,0	einfache Beob.
	Jungfrauhorn	3. 12. 40,0	vollständige.

Als diese Beobachtungen angefangen wurden, glaubte ich zwar nicht mehr so grofse Aenderungen der scheinbaren Erhöhungswinkel zu finden, als wohl nach den Angaben einiger Naturkundiger hätten erwartet werden können; allein so geringe als ich sie fand, war doch wider meine Vermuthung. Anfänglich begnügte ich mich daher mit einfachen Beobachtungen, solchen nemlich, die ohne Umwendung des Kreises mit Zuziehung des durch andere Beobachtungen bekannt gewordenen Collimationsfehlers die scheinbare Erhöhuug geben, bis ich gewahr wurde, dafs hier keine Sorgfalt überflüssig sei. Die gewählten Objekte sind die fernsten und höchsten von Bern sichtbaren Alpenspitzen, weil sich eben bei diesen die gröfsere Aenderung der Strahlenbrechung voraussetzen liefs. Das Finsterarhorn ist vom Beobachtungspunkt über 211100 pariser Fufs entfernt, der Gurten aber ein nur 10000 Fufs ohngefähr entlegener Hügel. Dieser Punkt, jenen fernen zur Vergleichung der Beobachtungen zugeordnet, wurde um so fleifsiger beobachtet, je schwieriger es hielt, Veränderungen seiner scheinbaren Höhe wahrzunehmen. Dies geschah nicht allein, um deren Gröfse zu beurtheilen, sondern auch weil man das Merkzeichen auf diesem Hügel sehr scharf beobachtete und stets zur Bestimmung des Collimationsfehlers des Kreises benutzen konnte. Die, wenn gleich feinen, metallenen Fäden im Fernrohr deckten doch einen Raum von 11 Sekunden an den gesehenen Objekten. Die durch sie entstehende Unsicherheit des Zielens, indem sie deutliches Sehen von ihnen berührter Bilder ferner lichtschwacher Objekte

erschweren, war beim Finsterarhorn am merklichsten, beim Objekt auf dem Gurten aber gar nicht hinderlich. Unter 24 vollständigen bei den verschiedensten Temperaturen angestellten Beobachtungen dieses Punkts, deren Mittel 5° 21′ 51″,1 sind die beiden gröſsten Resultate 5° 21′ 55″,3 und 57″,7, das kleinste 45″,9, das unter oben aufgeführten Beobachtungen vorkommende aber bezweifelte Resultat von 43″,5 weggelassen, jenes gröſste von 57″,7 aber ist mir noch verdächtiger. Als äuſserste zuläſsliche Beobachtungen dürfen daher, meiner Meinung nach, nur 50° 21′ 55″,3 und 45″,9 genommen und diese noch als mit dem leicht möglichen Fehler einer gut geachteten Beobachtung behaftet angesehen werden. Setzt man diesen beim gebrauchten Instrument nur auf 2″,5, so folgt, daſs wirklich der gröſste scheinbare Höhenwinkel vom kleinsten nur 9″,4 — 5″ = 4″,4 unterschieden und die Abänderung der Brechung des Lichtstrahls für den beobachteten Punkt nicht gröſser angenommen werden dürfe, die Abweichung vom Mittel also nur 2″2 betrage.

Bei den entfernten Objekten hingegen zeigt sich die Veränderung der Brechung auffallend genug, und eine weitere Erörterung der sie betreffenden Beobachtungen ist hier nicht die Absicht, auch wird man sie leicht mit Zuziehung der schon gegebenen Bemerknngen anstellen und die wahrscheinliche Grenze der Veränderungen ausmitteln können. Es fehlen bei diesen Beobachtungen nähere meteorologische Angaben, die nicht in dasselbe Buch aufgezeichnet und verloren gegangen sind. Doch gerade die wesentlichsten, nemlich die Lufttemperaturen beim Fernrohr des Instruments, welches wie in freier Luft auſserhalb den Fenstern des Beobachtungszimmers hervorstand, wurden neben dem beobachteten Höhenwinkel öfters angemerkt.

Man muſs nicht aus den obigen Beobachtungen des nähern Objekts schlieſsen, daſs für nicht besonders groſse Entfernungen die Refraktionsänderung stets so geringe nur wahrgenommen würde, denn dies hängt von der Stellung des Instruments ab. Ist diese nicht so entfernt von dem Erdboden, wie bei den obigen Beobachtungen, so kommen ganz andere Resultate, wie aus folgendem erhellt, wo das Instrument auf der Erde stand, ein Objekt unter einem nicht beträchtlich verschiedenen Höhenwinkel freilich merklich ferneres und also auch absolut höheres beobachtet wurde. Allein es wäre sicher überflüſsig, für ein grade gleich erhöhtes und entferntes Objekt,

als das vorige, solche Beobachtungen mitzutheilen, welche einzig durch den Ort des Instruments in ihren Resultaten abweichen.

An demselben Punkt, wo die ersten oben angeführten Beobachtungen der Brechung von Lichtstrahlen, die wenig über die Erdfläche fortgehen, angestellt sind, wurden gleichzeitig Höhenwinkel von 2 Punkten des Juragebirges, der Chasseral und der Hasenmatt genommen. Das Merkzeichen jenes Bergrückens war 48700, das auf dieser Kuppe 82000 pariser Fuſs vom Beobachtungsort entfernt. Allein dies letztere für die Entfernung zu klein, im Fernrohr bei der Collimation völlig verschwindend oder zu schwer zu erkennen, um sicher beobachtet zu werden.

Den 12. August 1797 Morgens, unmittelbar nach der Beobachtung des Signals am Murtner See, fand man

Höhenwinkel der Chasseral ...... 4° 9′ 48″
— — — Hasenmatt ...... 2. 4. 15.

Am 14. August Morgens bei 12° R. Wärme, ebenfalls gleich nach der Beobachtung des Murtner Signals,

Chasseral ...... 4° 9′ 38″,7
Hasenmatt 2. 4. 19,5

Die Beobachtungen endeten um 8ᵁ 15′, da dann die Temperatur der Luft auf 15° R. schon gekommen war.

Nachmittags bei 20°, da die so nahen beobachteten scheinbaren Nebel die gröſste Erwärmung des Bodens andeuteten,

Chasseral ...... 4° 9′ 17″,0
Hasenmatt 2. 4. 5,5

Abends, nachdem der See sichtbar geworden, Therm. 12°,7

Chasseral ...... 4° 9′ 42″,5.

Die Beobachtung endet erst, da es schon schwer hält, wegen anfangender Dunkelheit die Anzeige des Verniers des Kreises abzulesen. Aber auch die Anzeige in der ersten Lage vor der Umwendnng des Instruments, die noch sehr gut abgelesen werden konnte, für sich allein genommen und mit der frühern Nachmittagsbeobachtung verglichen, gab gleichfalls eine sehr merkliche Zunahme des Winkels, so daſs man denselben nicht niedriger als 4° 9′ 28″,4 annehmen kann.

Den 15. August bei Sonnenaufgang

Chasseral ...... 4° 9′ 44″,1

Während der Beobachtung war das Thermometer im Freien von 5°,4 bis

6°,5 R. gestiegen. Das Barometer hatte sich seit dem vorigen Tage wenig geändert, wie die schon oben verzeichneten Beobachtnngen angeben.

Nachdem die Spiegelung schon angefangen und beobachtet war, ergab sich zwischen 9 und 10 Uhr Chasseral ... 4° 9′ 30″,3.
Ein andrer Beobachter wiederholte die Messung und fand 4° 9′ 27″,6. Th. 18°,7.

Am Nachmittag kam das Thermometer über 22° R., gewöhnlich in der Höhe der Beobachter über dem Boden, stets aber vor direkten Sonnenstrahlen geschützt, beobachtet. Die Temperatur des Tages hatte also allmählig von früh Morgens an um 17° R. geändert. Solche Aenderungen sind, besonders auf dieser Ebene, an schönen Tagen gar nicht ungewöhnlich.

Es mag sein, dafs zufällig die Morgenbeobaehtung vom 12ten den Höhenwinkel der Chasseral zu grofs und die Nachmittagsbeobachtung des 14ten denselben zu klein giebt. Denn selbst die Beobachtungen am 15ten für sich geben noch eine solche Verschiedenheit der Refraktion, die ich später, bei gleichen Entfernungen und Höhen, nicht beobachtet habe. Freilich waren die Umstände nie vollkommen darnach, um sie so grofs wie obige erwarten zu können.

Beobachtungen in Neuchatel im Hause Bellevaux.

Neuchatel. Bellevaux.

Zeit der Beobachtung.	Barometer, Thermometer, Hygrometer.	Namen der Berge.	Zenitabstände. Höhenwinkel.	Bemerkungen.
24. März 1803				
Ab. 5^{U} 0	Therm. 10° R.	Montblanc	98^{G},3890	Zenitabstände beobachtet mit einem Wiederholungskreis von Le Noir. Die Thermometerskale ist die Reaumursche, die des Barometers pariser Zolle und Linien.
		Finsterarhorn	98,1076	
		Jungfrau	97,8764	
		Moleson	98,2149	
Sonn.Unt.	— 8° —	Dent de Midi	98,4587	
25. März				
Mg. 8^{U} 45		Jungfrau	97,8594	Statt des Seidenwurmsfaden ward ein Spinnewebefaden ins Fernrohr gemacht.
		Item	97,8592	
		Montblanc	98,3695	
– 15		Finsterarhorn	98,0973	
		Moleson	98,2045	

Neuchatel. Bellevaux.

Zeit der Beobachtung.	Barometer, Thermometer, Hygrometer.	Namen der Berge.	Zenitabstände. Höhenwinkel.	Bemerkungen.
25. März	Bar. 27″ 0‴			
Ab. 4^u 30	Therm. 10°	Montblanc	98^G,3907	
		Finsterarhorn	98,1127	
		Moleson	98,2189	
		Bera	98,1566	
5 45		Raye de Pezzarneze	97,9492	
		Fogliera	97,9390	
26. März	Bar. 26″ 11‴,0			
Mg. 5^u 35	Therm. 2,5	Finsterarhorn	98,1004	Heitrer Himmel den ganzen Vormittag.
Sonnenaufg.		Montblanc	98,3771	
6^u 25		Jungfrau	97,8637	
10. 10		Moleson	98,2007	
10. 30	Therm. 8,0	Jungfrau	97,8674	
		Montblanc	98,3694	Der westl. Theil der Alpenkette fängt an sich zu verbergen. Dünste umgeben gegen Sonnenuntergang die Tour d'Aï etc.
Ab. 2. 0	Therm. 11,5	Moleson	98,2181	
	Bar. 26. 11	Item	98,2151	
		Item	98,2185	
		Jungfrau	97,8715	
28. März	B. 26″ 11,5			Höhenwinkel beobachtet mit Cary's Kreis. Gegen 9 Uhr lassen sich Wolken auf die Alpen herab. Der Wind weht den ganzen Tag aus Westen. Ueberzogener Himmel. Die Objekte schwanken, nach Schätzung, bis gegen 20 Sek.
Mg. 9^u 0	Therm. 11	Moleson	1°36. 28,5	
Ab. 3^u 0	Therm. 10	Moleson	1. 36. 07,8	
5. 10		Bera	1. 39. 30,5	
5. 20		Moleson	1. 36, 27,0	
29. März				Bedeckter Himmel. Regen und Blitze in der folgenden Nacht.
Morg. 11^u		Moleson	1. 36. 33,1	
30. März	Bar. 27″ 11‴			Erscheint sehr klar durch Wolken, ohne von direkten Sonnenstrahlen erleuchtet zu sein. Es regnet von Zeit zu Zeit, mit nicht starkem Westwind.
Ab. 4^u 0	Th. 10	Bera	98^G,1590	
6. 10	Th. 7,5	Fogliera	97,9384	

Neuchatel. Bellevaux.

Zeit der Beobachtung.	Barometer, Thermometer, Hygrometer.	Namen der Berge.	Zenitabstände. Höhenwinkel.	Bemerkungen.
31. März	Bar. 27″ 1‴	Montblanc	1° 27′43″,3	Wolkenfreie Atmosphäre den ganzen Tag.
Mg. 9ᵁ 0	Therm. 7,5	Moleson	1. 37. 02,2	
10. 30		Moleson	1. 36. 22,5	
		Montblanc	1. 27. 23,0	
12.		Moleson	1. 36. 09,0	
		Jungfrau	1. 54. 30,5	
Ab. 3ᵁ 0		Finsterarhorn	1. 41. 57,6	
5. 0	Therm. 12	Finsterarhorn	1. 41. 52,5	
		Moleson	1. 36. 05,5	
	11,5	Montblanc	1. 27, 02,5	
2. April	Bar. 26″ 9‴			
Ab. 2ᵁ 20	Therm. 13,0	Moleson	98^G,2133	
4. 30		Moleson	98,2173	
3. April	Bar. 26″ 8‴,5			Ist nicht zu niedrig beobachtet, auch ist keine Undulation, aber der Himmel ist bedeckt und die hohen Alpen sind unsichtbar.
Mg. 9ᵁ	Therm. 9	Moleson	98,2118	
		Tour d'Aï	98,5449	
10. 45		Tour d'Aï	1°18′21″,5	Die Sonne scheint.
Ab. 5. 30	Therm. 12	Tour d'Aï	1. 17. 49,3	
4. April	Bar. 26″ 9‴,5			
	Therm. 8	Tour d'Aï	1° 18′ 30,5	
	Therm. 8,5	Moleson	1. 36. 32,0	
		Tour d'Aï	1. 18. 17,2	
Ab. 2ᵁ 0	Therm. 15,0	Tour d'Aï	1. 17. 44,3	Am Abend ist die Deutlichkeit, mit welcher man sieht, ganz aufserordentlich. Die Durchsichtigkeit der Luft vollkommen, obgleich Wolken vorhanden sind, welche hie und da eine Bergspitze umhüllen.
	15,3	Moleson	1. 35. 59,1	
		Moevran	1. 16. 10,0	
		Dent du Valais	1. 13. 27,0	
Sonn.Unt.	Therm. 12,5			Um die Zeit von Sonnenuntergang erhebt sich der Joran und Ab. 9 U. ist der Himmel fast ganz mit Wolken überzogen. Th. 10. Bar. 26. 11.
	Bar. 26″ 9‴,7			

Neu-

Neuchatel. Bellevaux.

Zeit der Beobachtung.	Barometer, Thermometer, Hygrometer.	Namen der Berge.	Höhenwinkel.	Bemerkungen.
13. April Ab. $4^U\ 15^M$	Therm. 15 Bar. 27″ 1‴	Moleson Item	1°35′53″,2 1. 35. 54,5	Moleson kaum sichtbar wegen der Bise (Ostwind) die ziemlich stark weht und heftiger in den vorhergehenden Tagen gewesen war.

Beobachtungen im Schlosse von Neuchatel.

1803 22. Mai Ab. $3^U\ 45^M$	Therm. 11 Bar. 26″ 7‴,5 Hygr 29	Moleson	1°34′ 11″,8	Das Hygrometer ist eins von Fischbein nach De Luc. Träge, ob sonst gut, nicht sicher.
23. Mai Ab. 6^U. 45 Sonn.Unt.	T. 11. Hyg. 26 Bar. 26. 7,5	Moleson Tour d'Aï	1°34′ 15″,0 1.16. 28,0	Die beobachteten Gegenstände sind sehr deutlich. Die hohen Alpen unsichtbar, viele Wolken in Westen. Regen in der Schweiz; die Mitte des Himmels heiter.
27. Mai Ab. 5^U	Th. 15. Hyg. 25 Bar. 26. 10,5	Moleson	1. 34. 00,0	Am Vormittage sind die Berge unsichtbar. Das Wetter neigt sich zum Heitern.
28. Mai M. 10^U 12. Ab. 7.30^M	Bar. 26. 11,2 Th. 14. H. 27	Moleson Tour d'Aï Branleire Montblanc	1. 34. 08,7 1. 16. 12,5 1. 50. 46,5 1. 25. 38,2	Um 8 U. Morgens Th. 15. Hyg. 28. Kömmt eben aus den Nebeln hervor, die um seine Spitze her sind. Starker Joran nach Sonnenuntergang, der bis 1 Uhr des folgenden Morgens dauert.
29. Mai M. 8^U	T. 14. Hyg. 34 Bar. 26. 10,6	Montblanc Tour d'Aï Moleson	1. 26. 36,0 1. 17. 01,7 1. 34. 46,5	Schönes Wetter. Die ganze Alpenkette ist sichtbar.
Ab. 1^U 0 2	Therm. 16 Bar. 26. 9,75.	Moleson Montblanc	1. 34. 11,7 1. 25. 41,7	Um 11 U. 30 M. steht der Faden des Fernrohrs mehr als 30″ über die Spitze. Therm. der Sonne ausgesetzt zeigt 25, das Hygr. 17.

Neuchatel im Schlosse.

Zeit der Beobachtung.	Barometer, Thermometer, Hygrometer.	Namen der Berge.	Höhenwinkel.	Bemerkungen.
29. Mai	Bar. 26. 9,0			
Ab. 5^U 0^M	Th. 18. H. 20.	Montblanc	1°25′36″,5	Zerstreute dünne Wolken. Kein Wind. Der See spiegelt. Die Bergumrisse zittern.
5. 30		Moleson	1. 34. 08,5	
6. —		Tour d'Aï	1. 16. 23,5	
		Pointe de Dornec	1. 12. 36,7	
6. 30		Montblanc	1. 25. 41,0	Scheint zuweilen 3 bis 4 Sek. niedriger.

Die Wolken vermehren sich. Es kömmt kein Joran. Die Alpen bleiben noch nach Sonnenuntergang frei. Th. 16. Bar. 26″ 9‴,2.

Um 9^U 30^M steht das Therm. auf 17. Der Joran fängt schwach um 10 Uhr an, bläst sehr heftig um 11 Uhr und erhöht die Temperatur auf 18. Dieser Wind dauert bis gegen Morgen.

30. Mai	B. 26. 10.			Der Himmel fast gleichförmig bedeckt. Die Nebel senken sich bis auf die Tour d'Aï.
Mg. 9^U 0	Th. 17,5. H. 21	Moleson	1°34′28″,0	
1. Juni	Bar. 26. 11,5			
Ab. 6^U 30	Th. 15. H. 18	Montblanc	1°25′45″,6	Heitre Luft ohne Wind.
2. Juni	Bar. 26. 9,5			Gleichförmig bedeckt bis zur Spitze des Montblanc, die kaum zuweilen erscheint. Die übrigen Berge sind alle sichtbar, aber schwach durch dünnen Nebel. Dieser vertheilt sich, um 10 U. 30 heitert es sich schnell auf. Aber gegen Mittag bedeckt sich der Himmel, um 1 Uhr regnet es, stärker Nachmittags.
Mg. 8^U 30	T. 12,5. H. 32,5	Tour d'Aï	1°17′15″,2	
9. 30		Moleson	1. 34. 42,0	
10. 30		Branleire	1. 51. 13,5	
11. 30		Branleire	1. 51. 23,0	
12. 0		Branleire	1. 51. 09,0	
Ab. 3. 15		Branleire	1. 51. 00,6	
4. Juni	Bar. 26. 7,6			Um diese Zeit fangen die Berge an sich zu zeigen, sie sind mit frischem Schnee belegt, und Nebel hängen noch um sie her.
Ab. 7^U	Th. 8. Hyg. 50	Moleson	1°34′15″,7	
		Item	1. 34. 16,2	

Ein Gewitter hatte am 3. Juni Abends 10 Uhr angefangen. Es regnete und donnerte fort bis gegen Abend den 4ten.

Neuchatel im Schlosse.

Zeit der Beobachtung.	Barometer, Thermometer, Hygrometer.	Namen der Berge.	Höhenwinkel.	Bemerkungen.
5. Juni.	Bar. 26. 7,6.			
Mg. 11ᵁ	Th. 12. H. 81.	Moleson	1°34′10,5″	

Das Instrument war seit gestern unberührt geblieben. Und schon die Einsicht ins Fernrohr zeigte, daſs Moleson niedriger als gestern Abends war, wie es wirkliche Messung auch angiebt. Das Hygrometer war bisher eins nach Deluc. An diesem Tage ist zum erstenmal ein Saussüresches Haarhygrometer beobachtet. Wenn in der Folge zwei Zahlen fürs Hygrometer angesetzt erscheinen, ist die geringere die Angabe des Fischbein-, die gröſsere Zahl die Anzeige des Haarhygrometers.

6. Juni	Bar. 26. 8,7			Bedeckter Himmel. Das Objekt langsam schwankend, hat neuen Schnee, und fängt an von Nebel umhüllt zu werden.
M. 8ᵁ 15	Th. 10.	Moleson	1. 34. 37,5	
Ab. 4.	Th. 13,3. H. 79	Item	1. 34. 11,5	
	Bar. 26. 9,0	Item	1. 34. 14,6	
	T. 10. H. 33 u. 81	Item	1. 34. 18,2	

Die Nacht vom 5ten auf den 6ten war fast ganz trübe. Am Morgen vor der ersten Beobachtung hatte die Sonne nicht geschienen, während derselben aber schwache Sonnenblicke, nachher um 9ᵁ 15ᴹ fängt es zu regnen an. Die hohen Alpen bleiben auch Nachmittags unsichtbar. So wie die letzte Beobachtung geendet ist, kömmt ein groſser Regenguſs mit starkem Westwinde. Die Regenwolke fährt vom Jura über den See. Ein Thermometer gegen Süden, vom Gebäude gegen den Regen geschützt, bleibt auf 10 Gr., unterdessen ein gegen Westen aufgestelltes bis auf 7 Gr. herabfällt.

7. Juni		Moleson	1° 34′ 20	Schön Wetter mit Westwind. Nebel fliegen um die Alpen. Der Montblanc verbirgt sich bald nach der Beobachtung.
M. 7ᵁ 30ᴹ		Montblanc	1. 26. 01,7	
8. 30	T. 10,5. H. 33. 83	Moleson	1. 34. 09,7	
	Bar. 26. 10,7			
A. 3. 15		Moleson	1. 34. 06,7	
3. 30		Montblanc	1. 25. 40,5	

Neuchatel im Schlosse.

Zeit der Beobachtung.	Barometer, Thermometer, Hygrometer.	Namen der Berge.	Höhenwinkel.	Bemerkungen.
7. Juni				Bei Sonnenuntergang Therm. 13. Hyg. 25 u. 75. Bar. 26. 10,2.
Ab. $4^{U} 45^{M}$	T. 15. H. 23	Pointe de Dornec	1°12′35″,2	
6.		Tour d'Aï	1. 16. 25,2	
6. 30		Dent de Midi	1. 21. 03,7	
8. Juni	Bar. 26. 9,7			In grofser Höhe ist der Himmel bedeckt, starkes und langsames Schwanken der Gegenstände, wie an einem schönen Sommermorgen. Die Luft hat auch ein solches dunstiges Ansehn. Es ist kein Wind. Die Nacht wird heiter.
Ab. 4^{U} 30	T. 14. H. 30 u. 80	Moleson	1. 34. 25,0	
		Tour d'Aï	1. 16. 41,0	
6. 0		Dent de Midi	1. 21. 33,5	
9. Juni	Bar. 26. 10,0			Schönes Wetter, einige hohe dünne Wolken. Die entfernten Berge erscheinen wie durch Nebel, sind schwer zu beobachten.
M. 8^{U} 0	T. 14,5. H. 86.	Montblanc	1. 26. 13,7	
9.		Montblanc	1. 26. 05,5	
9. 15		Dent de Midi	1. 21. 26,5	
Ab. 5. 15	T. 16,8. H. 76	Tour d'Aï	1. 16. 19,5	Bedeckter Himmel.
		Moleson	1. 34. 02,0	
11. Juni	Bar. 26. 11,7			Es ist schön heiter, aber eine schwere Nebelmasse schwebt niedriger als die Berge, breitet sich über den See, bedeckt den Himmel bis gegen 10 Grad Höhe. Das Hygrom. geht zur äufsersten Feuchtigkeit, eilt aber nachher schnell zur Trockne. Nach 8 Uhr heiter. Der Joran fängt schon um 4 Uhr an zu wehen. Die letzte Beob. des Montblanc sehr nahe vor Sonnen-Untergang. Nachher scheint er sich noch um 5″ zu erheben. Doch ist es schwer, die vom Sonnenlicht verlassene Spitze deutlich zu sehen.
M. 5^{U} 40	T 11. H 96 bis 100	Montblanc	1. 26. 22,5	
8. 30	H. 69,5	Montblanc	1. 25. 51	
Ab. 4. 0	T. 17,5. H. 61	Moleson	1. 34. 01,5	
7. 0		Moleson	1. 34. 01,5	
7. 45		Pointe de Dornec	1. 12. 36,0	
	T. 15,3. H. 65	Montblanc	1. 25. 38,2	
	Bar. 26. 11,6	— —	1. 25. 48,0	

Das Hygrometer geht noch nach Sonnenuntergang mehr zur Trockenheit, zeigt 63 und 24,5. Um 9 Uhr steht das Thermometer, im Joran sowohl als gegen ihn geschützt, auf 15°.

Neuchatel im Schlosse.

Zeit der Beobachtung.	Barometer, Thermometer, Hygrometer.	Namen der Berge.	Höhenwinkel.	Bemerkungen.
12. Juni				Völlig klar und heiter. Die Alpen ohne Nebel. Um 6 Uhr verbreitet sich aber Nebel vom Zenit ziemlich weit aus, doch entzieht er nicht die Alpen dem Gesichte. Um 7 Uhr 30 wird es im Zenit heiter. A, B, unbekannte Berge jenseits des Genfersees. B scheint viel entfernter als A. Um 8 Uhr fängt der Montblanc an langsam zu schwanken bis auf 15″, (vielleicht wegen des gegen den Horizont herab gezogenen Nebels) im Mittel aber scheint sich sein Höhenwinkel noch nicht zu ändern. Die Tour d'Aï hat auch die vorige Höhe, der Montblanc schwankt auch noch deutlich um 9 U., erreicht aber übertrifft nicht die beobachtete Höhe. Fast aller Nebel ist nun verschwunden. Um 10 U. scheint die Höhe des Montblanc noch nicht abgenommen zu haben, auch die des Moleson nicht, welche auch um 10 U. 50′ gleich gehalten wird.
Vor ⊙ Aufg.		Montblanc	1° 26′ 19″	
⊙ Aufg.	T. 10,4. H. 78,5	— — —	1. 26. 22,0	
		— — —	1. 26. 20,0	
M. 5^{u} 0		Moleson	1. 34. 37,5	
		Tour d'Aï	1. 17. 03,0	
5. 15		Montblanc	1. 26. 23,0	
		Moleson	1. 34. 46,7	
5. 45	T. 11,5. H. 83	— — —	1. 34. 46,5	
6. —	B. 26. 11,9	Montblanc	1. 26. 27,0	
6. 15	T. 12. H. 82.	— — —	1. 26. 23,7	
7. 20	T. 12,4. H. 86.	Dent de Midi	1. 21. 59,2	
7. 40		A	0. 32. 25,0	
9. —	T. 14. H. 77,5	Montblanc	1. 26. 29,5	
10. 30	T. 15. H. 67	— — —	1. 26. 21,2	
11. 0		A	0. 31. 52,5	
A. 4.	T. 20,5. H. 52,5	Moleson	1. 34. 08,0	
		— — —	1. 34. 07,5	
6.		B	0. 26. 59,0	
		Montblanc	1. 25. 25,0	
6. 30	T. 19. H. 56	— — —	1. 25. 30	
	B. 26. 11,9	A	0. 31. 32,5	
13. Juni				
M. 7^{u} 30		A	0. 33. 2,5	Die Luft ist den ganzen Morgen mit Nebel beladen, um 11 U. fangen sie an sich aufzulösen, zugleich windig aus Westen. Um 12 Uhr 30, Th. 20,2. Hygr. 60. B. 26. 10,7., der Wind stärker, es häufen sich aufs neue Wolken.
		B	0. 29. 22,5	
	T. 15,5. H. 75.	Aiguille de Varens	0. 39. 59,5	
8. 15	B. 26. 11,0	Moleson	1. 34. 52,0	
9. 30		— — —	1. 34. 17,5	
10. 30	T. 17,8. H. 66	Aiguille de Varens	0. 38. 46,5	
11.	T. 18. H. 65.	B	0. 27. 27,5	

Neuchatel im Schlosse.

Zeit der Beobachtung.	Barometer, Thermometer, Hygrometer.	Namen der Berge.	Höhenwinkel.	Bemerkungen.
13. Juni				
Ab. 5ᵘ 15	T. 20. H. 57.	Moleson	1°34′04″,2	
6. 30		B	0. 27. 7,5	
7. 45	T. 18. H. 61.	Aiguille de Varens	0. 38. 18,5	
		A	1. 31. 02,5	
15. Juni				
M. 7. 30	T. 15. H. 80	A	0. 33. 16,7	
Ab. 5. 30		— — —	0. 32. 42,5	
7. 45	T. 16,5	Montblanc	1. 25. 37,5	
16. Juni	Bar. 27. 0,6			
Ab. 5. 30	T. 16. H. 75	Moleson	1. 34. 08,7	
17. Juni				
M. 8. 30		Montblanc	1. 26. 12,2	Wolken. Neigung zum Regen.
18. Juni	Bar. 26. 11,4			Es regnet fast den ganzen Tag. Zur Zeit der Beob. scheint es, der Himmel wolle sich aufheitern. Die Alpen sind ganz unsichtbar.
Ab. 5. 0	T. 18,8. H. 71	Moleson	1. 34. 00,5	
		— — —	1. 33. 59,5	
		Tour d'Aï	1. 16. 14,7	
19. Juni				
M. 11. 0	Bar. 26. 9,7	Moleson	1. 34. 15,0	
Ab. 4. 30	T. 19,5. H. 57	Tour d'Aï	1. 16. 10,7	
		Dent d'Oche	1. 13. 27,2	
		Aiguille de Varens	0. 38. 19,0	
6. 30		Moleson	1. 34. 02,2	
		Bera	1. 36. 58,7	
20. Juni				
M. 7. 30	Bar. 26. 10,0	Aiguille de Varens	0. 38. 44,2	Der Himmel ist nicht ganz ohne Wolken. Es ist den ganzen Tag windstille. Das Barometer ist im Sinken.
8. 0	T. 16,5. H. 70	Montblanc	1. 25. 52,5	
Ab. 3. 0	T. 21,2. H. 61	Moleson	1. 34. 03,0	

Neuchatel im Schlosse.

Zeit der Beobachtung.	Barometer, Thermometer, Hygrometer.	Namen der Berge.	Höhenwinkel.	Bemerkungen.
20. Juni				
Ab. 6ᵘ 0	T. 19,8. H. 67	Moleson	1°34′00″,5	
	Bar. 26. 7,5	Pointe de Dornec	1. 12. 23,2	Vollkommen gesehen.
		Aiguille de Varens	0. 38. 36,0	Eben so.

Das Barometer fällt noch nachher. Ein starkes Gewitter um 9 Uhr, wo das Barometer wieder ein wenig zu steigen anfängt. Es bleibt bedeckt während der Nacht vom 20sten auf den 21sten, aber am Morgen erhebt sich ein heftiger Westwind (Bar. 26. 7,0) welcher bis Nachmittags dauert; das Barometer steigt schnell, ist Abends 9 Uhr auf 27. 0.3. Aber die Temperatur der Luft war um 5 Uhr Abends schon nicht mehr als 10°,5.

18. Juli	Bar. 26. 10,5			
Ab. 7. 30	T. 19. H. 67	Moleson	1. 34. 03,0	

Ein heftiger Ostwind hat den ganzen Tag gedauert, die Luft ist dunstig.

21. Juli	Bar. 26. 8,2			
M. 6. 0	T. 14,8. H. 31	Moleson	1. 34. 18,5	
		— — —	1. 34. 15,5	
		— — —	1. 34. 13,7	Sehr deutlich gesehen.
7.		— — —	1. 34. 09,7	
7. 20	T. 14,6	— — —	1. 34. 15,5	Leichter Regen.
9. 30	T. 15,6	— — —	1. 34. 19,0	Eben so.
Ab. 2. 30	T. 18. H. 30	— — —	1. 34. 12,5	Moleson verbirgt sich bald darauf. Moleson undeutlich.
	B. 26. 8,2			

An diesem Tage wurde auch auf dem Moleson beobachtet. Von Neuchatel aus sah man die Personen durch das Fernrohr des Instruments ankommen um 10 Uhr.

22. Juli	B. 26. 9,7			
M. 5. 15	T. 13,5. H. 30	Moleson	1. 34. 11	
		— — —	1. 34. 15	

Neuchatel im Schlosse.

Zeit der Beobachtung.	Barometer, Thermometer, Hygrometer.	Namen der Berge.	Höhenwinkel.	Bemerkungen.
22. Juli				
M. 6ᵘ 0	T. 14,8. H. 31	Moleson	1° 34′ 17″	
Ab. 2. 45	T. 18,6. H. 23	— — —	1. 34. 21,5	
	B. 26. 10,2	— — —	1. 34. 20,7	
23. Juli	Bar. 26. 10,8			
M. 5ᵘ 0	T. 13,4. H. 29,5	Moleson	1. 34. 33,7	Ostwind, die Luft scheint dünstig, doch wird der Beobachter auf dem Moleson gesehen.
		— — —	1. 34. 35,0	
		— — —	1. 34. 39,7	
		— — —	1. 34. 38,2	
6. 0	T. 13,5. H. 30,8	— — —	1. 34. 35,5	
		— — —	1. 34. 32,5	Moleson ist wenig deutlich.
		— — —	1. 34. 30,8	
Ab. 2. 0	T. 20,4. H. 27,4	— — —	1. 34. 01,7	
	B. 26. 10,2	— — —	1. 34. 07,2	
		— — —	1. 34. 06,2	
3. 30	T. 18,6. H. 27,9	— — —	1. 34. 03,0	
	B. 26. 10,0			
7. 30	T 17,4 B 26. 9,9			
30. Juli				
Ab. 7ᵘ	Therm. 21	Tour d'Aï	1. 16. 10,5	Die Temperatur der Luft war an diesem Tage bis 24° gekommen.
		Montblanc	1. 25. 13,7	
gleich nach Sonnen-Unt.	T. 20,9. H. 19	Moleson	1. 33. 58,7	
	B. 26. 10,5			
31. Juli				
M. 8ᵘ 0	Therm. 16	Montblanc	1. 26. 13	Vollkommen schönes Wetter.
1. August				
Ab. 5ᵘ 45	T 24 H 43 u. 15,5	Tour d'Aï	1. 16. 13,5	
		Moleson	1. 34. 00,5	
6. 30	T. 22. H. 50	Branleire	1. 50. 33,2	
	B. 26. 8,8			

Neuchatel im Schlosse.

Zeit der Beobachtung.	Barometer, Thermometer, Hygrometer.	Namen der Berge.	Höhenwinkel.	Bemerkungen.
9. August	B. 26. 8,4			
Ab. 7^{U} 0	Th. 19,8	Oldenhorn	1°40′14″,5	Sehr schöner heitrer Tag.
10. August				
M. 10. 45	T. 17. B. 26. 8,4	Oldenhorn	1. 40. 36,0	

Die Nacht vom 9ten auf den 10ten trübe, so auch am Tage, selbst etwas Regen, der um Mittag anfängt zuzunehmen, auch bis den 11ten Nachmittags fortdauert. Am 12ten ist es heiter, nur hohe und dünne Wolken in der Luft. Das Oldenhorn wird an diesem Morgen bei 15°,5 T. B. 26. 9,5 um 15″ höher gefunden als am 10ten.

1804.				Montblanc ist schwer zu beobachten. Moleson wird deutlich gesehen. Um 8 U. Morgens war das Th. 6° unter dem Gefrierpunkt. Der Himmel fast heiter. Um Mittag bedeckt sich derselbe, aber es bleibt eine blaue Zone über den Bergen, die doch meistens mit Nebel umzeichnet sind. Doch sind der Montblanc und Moleson ganz frei.
8. Febr.	Bar. 27. 1,7			
M. 10. 30	Th. — 3,2	Montblanc	1. 27. 18,7	
		— — —	1. 27. 11,6	
11. 30		Moleson	1. 35. 05,5	
Ab. 4. 0	Th. — 2,8	Moleson	1. 34. 40,7	
5. 0	Bar. 27. 1,0	Montblanc	1. 26. 43,0	
		Montblanc	1. 26. 48,2	
Sonn. Unt.		Moleson	1. 34. 38,5	
22. Febr.				
M. 8. 15	T. 0,0. B. 27. 0,2	Montblanc	1. 26. 41,7	
		Moleson	1. 34. 44,5	
3. März	Bar. 26. 6,0			Montblanc kann nicht gesehen werden.
M. 8^{U}	Therm. — 5,5	Moleson	1. 35. 11,7	
		— — —	1. 35. 10,5	
8. 45		— — —	1. 35. 4,5	
A. 5. 0	T. — 0,6	— — —	1. 34. 56,5	
	Bar. 26. 5,7	— — —	1. 34. 55,0	
5. 30	T. — 1,8	Montblanc	1. 26. 48,5	Montblanc wenig sichtbar wegen der Undurchsichtigkeit der Luft.
		— — —	1. 26. 48,7	

Neuchatel im Schlosse.

Zeit der Beobachtung.	Barometer, Thermometer, Hygrometer.	Namen der Berge.	Höhenwinkel.	Bemerkungen.
4. März	Bar. 26. 5,4			
12ᵁ 0	Th. — 2,5	Moleson	1°35′19″	Von 9 Uhr an scheint Moleson nicht Höhe geändert zu haben.
Ab. 5. 0	Th. + 0,5	— — —	1. 35. 7,2	Am 3ten und am 4ten war das
6. 0	Th. — 0,5	Oldenhorn	1. 41. 21,2	Therm. im Locle bis 15 und 16°
		— — —	1. 41. 20,5	unter Eis gesehen worden.
13. März				Das Wetter sehr schön, ohne Wind,
M. 11. 15	T. 5,2. B. 26. 7,9	Moleson	1. 35. 06,2	kein Wölkchen. Die Berge sind auch, wie am Sommermorgen, et-
		— — —	1. 35. 02,2	was schwer zu sehen. Am Abend
12. 0		Oldenhorn	1. 41. 14,7	um 10 Uhr war di Temp. der
Ab. 3. 30	T. 7,3. B. 26. 7,5	Moleson	1. 34. 35,8	Luft noch 5°.
14. März				Der Berg läfst sich wegen undurchsichtiger Luft nicht weiter beob-
M. 9. 0	T. 3,5. B. 26. 8,3	Moleson	1. 34. 52,5	achten, das Wetter ist sehr schön.
15. März				
M. 8. 45	T. 3,5. B. 26. 8,0	Moleson	1. 35. 02,4	
16. März				
M. 9. 15	T. 4,5. B. 26. 7,5	Moleson	1. 34. 58,0	Die Luft ist durchsichtiger als die
		— — —	1. 34. 52,0	vorigen Tage.
Ab. 5. 30	T. 9,5. B. 26. 6,7	— — —	1. 34. 21,0	Wolkenstreifen Nachmittags.
		— — —	1. 34. 25,0	
17. März				
12. 0		Moleson	1. 34. 35,7	Sehr schönes Wetter den ganzen
Ab. 5. 30	T. 11,0. B. 26. 5,7	— — —	1. 34. 28,2	Tag. Abends 8 Uhr Th. 7,5, und um 10 Uhr Th. 6,0, das Bar. än-
		— — —	1. 34. 26,2	dert nicht.
6.	T. 10	Oldenhorn	1. 40. 50,7	
		— — —	1. 40. 48,4	
18. März				
M. 7. 30	T. 4,5. B. 26. 5,2	Oldenhorn	1. 41. 30,0	
		— — —	1. 41. 26,5	
		Moleson	1. 34. 51,7	

III. Beobachtungen auf Bergen.

Die tägliche Veränderung der Refraktion von wenig über die Erdfläche erhöhten Standpunkten durch so mannigfaltige Beobachtungen außer allen Zweifel gesetzt, läfst es unbestimmt, wie sich diese Erscheinung auf beträchtlichen Höhen verhält. Die von ehemaligen Berg-Reisen erhaltenen Resultate, meistens nur zu geographischen Zwecken gesammelt, reichten nicht hin, dies zu entscheiden. Es wurden also eigene Reisen für die Erweiterung dieser Untersuchung unternommen, welche doch zu wünschen übrig lassen, dafs sie einen günstigeren Erfolg hätten haben mögen. Indessen, da Beobachtungen auf Bergen mit mehreren Hindernissen und Schwierigkeiten verknüpft sind, wird es nicht überflüfsig, die erhaltenen Resultate darzulegen.

Beobachtungen auf Chasseral.

Auf dieses Bergrückens gröfster Höhe, 3610 Fufs über den See von Neuchatel, wurde am 12ten Juli 1803 der erste Versuch gemacht. Meteorologische Instrumente waren nicht mitgenommen. Nachmittags spät bei schönem Wetter wurde der Wiederholungskreis hier aufgestellt, und nach andern hier nöthigen Winkelbeobachtungen, Abends folgende Zenitentfernungen genommen:

Zenit Moleson	99^G,8815
— Chasseron	100,2075
— — — wiederholt.	100,2067
— Montblanc	99,2170

Gleich nach dieser Beobachtung ging die Sonne unter.

Am folgenden Morgen den 13ten Juli war vor Sonnenaufgang das Instrument wieder zur Beobachtung jener Vertikalwinkel bereit. Noch war der Himmel heiter, aber das Wetter sehr unangenehm, wegen des aus Westen sich erhebenden Windes. Dabei, wie dies gewöhnlich der Fall, die Luft sehr durchsichtig, sichere Ankündigung bevorstehenden Regens. Die Beobachtungen gaben:

Zenit Montblanc	99^G,2150
— Moleson.	99,8862
— Chasseron	100,2113

Nach der Beobachtung des Moleson hatte der Wind schon beträchtlich an Stärke zugenommen, so dafs sich kaum die Beobachtung des Chas-

seron für sicher halten läfst, denn der Wind ist der Genauigkeit der Beobachtungen, besonders von Höhenwinkeln, sehr hinderlich.

Der Montblanc erscheint höher als am vorhergehenden Abend, und ist von den dreien, die noch unter den bessern Umständen angestellt wurden. Doch bei so schnell sich änderndem Zustande der Atmosphäre, war nicht nur keine Zeit, die Beobachtungen zu wiederholen, sondern deren Resultat würde weniger Zutrauen verdient haben, als die schon erhaltenen. Bald bewölkte sich auch der Himmel, das eintretende Regenwetter gehörte nicht zu den bald vorübergehenden. Die Beobachtungen mufsten hier aufgegeben werden.

Beobachtungen auf dem Moleson,

6185 Fufs über der Meeresfläche.

Am 21sten Juli 1803 früh Morgens schon war regnerisches Wetter. Es erlaubt, nachdem gleichwohl der Berg erstiegen war, keine Winkelmessungen. Nur das bei eintretendem Gewitter leicht zusammengelegte Barometer und das Thermometer lassen sich beobachten.

Um	10 Uhr	40 Min.	Bar.	22 Zoll	3,5 Lin.	Wärme der Luft			14°,5 R.
—	11 —	50 —	—	22 —	3,0 —	—	—	—	11,0 —
—	12 —	50 —	—	22 —	3,0 —	—	—	—	12,0 —

Die Temperatur der Luft ändert schnell wegen Wolken und Regen auf dem Berge, der Nachmittags zu heftig wird, die Spitze zu verlassen nöthiget, und in eine Hütte am Abhange des Berges sich zu begeben. Hier war Ab. um 7 Uhr die Luftwärme 8°, sie fällt während der Nacht bis 6°,5.

Den 22sten Juli Morgens ging ich wieder auf die Spitze. Neuchatel wird nicht deutlich genug gesehen, um es beobachten zu können.

Um	7 Uhr		T. 6°,5,	Zenit und Montblanc		98^G,1281
				— — Chaumont		101,3152
—	8 —		— 8,0,	— — Oldenhorn		97,6715
—	9 —		— 9,0,	Bar. 22 ^{z}	3^l,9	
—	10 —		— 10,0,	— 22.	4,3	
—	10 —	45 —	13,5,	— 22.	4,9	
Mg.	11 —	45 —	10 bis 9	— 22.	4,5	
Ab.	1 —	— —	10 bis 11	— 22.	4,9	
—	1 —	30 —	12	— 22.	5,0	
—	2 —	45 —	9	— 22.	4,6	

Die Lufttemperatur ist sehr veränderlich, weil die Bergspitze zwischen 10 und 11 Uhr von Wolken umhüllt wird, die anfänglich abwechselnd mehr oder weniger von Sonnenstrahlen durchdrungen werden. Das Barometer hat kein eignes mit demselben verbundenes Thermometer. Die Röhre liegt halb frei, halb in der hölzernen Skale eingelassen. Die Wärme des Quecksilbers kann also nur nach der Luftwärme geschätzt werden. Uebrigens verdient es kein besonderes Zutrauen, da der Stand desselben nicht gut abgelesen werden konnte. Nur in Ermangelung eines bessern war es mit auf den Berg genommen, um doch die Veränderungen des Luftzustandes daselbst einigermafsen beurtheilen zu können.

Der Regen erlaubt nicht, auf dem Berge zu bleiben. Ich stieg zur Hütte herab, wo um $4\frac{3}{4}$ Uhr die Luftwärme 12° war und das Barometer auf 22^{z} $11^{l},6$ stand. Die Stelle, wo diese Hütte sich befindet, ist der erste Absatz des Berges unter der Spitze des Moleson, und heifst Bonnefontaine. Zwei kleine Becken, mit dem klarsten Wasser gefüllt, liegen nicht drei Schritte von einander vor dieser unbewohnten Hütte; die Temperatur des Wassers in dem einen Becken war 2°,1, im andern 3°,0. Ich glaubte die erste um einen Grad unrichtig aufgezeichnet zu haben, als ich die andere beobachtete; allein es war kein Versehen. Die Ursache der Verschiedenheit fand sich auch bald auf. Das wärmere Wasser rührt von einer Quelle her, an dem gegen Westen gewandten Abhange des Moleson, das kältere kömmt von einem gegen Norden gerichteten Felsen herab.

Bei Sonnenuntergang war die Lufttemperatur 8° und sehr früh am folgenden Morgen 6°,0.

Den 23sten Juli auf der Spitze des Moleson bei Sonnenaufgang war die Temperatur auf der Oberfläche des Bodens 5°,2 und in 4 Fufs Höhe 6°,8. Die Gegenstände in Neuchatel konnten nicht gut unterschieden werden. Die hohen Alpen sind bewölkt. Der Jura wird gesehen.

Mg. 5^{u} 30	....	Zenit Chasseral	$100^{G},6615$
— 6. 15	T. 8,6. B. 22^{z} $4^{l},8$		
— 6. 25	....	— Chasseron	100,71575
— 6. 45	T. 10,0.	— Dent de Vaulion	100,8470
— 8. 30	T. 12,6. B. 22. 5,2	— La Dole	100,5907

Wolken steigen auf den Berg, das Thermometer fällt und steigt abwechselnd zwischen 11 und 15°. Am Nachmittag heitert es wieder. Man fängt an, Gegenstände in Neuchatel zu unterscheiden, doch nicht deutlich

genug die Fenster, aus welchen dort beobachtet worden. Es wird besser gehalten auf die durch Farbe sich unterscheidende Trennung der Dächer und der Wände von Bellevaux dem Schlosse zu zielen, auch den Kirchthurm von Neuchatel, wo sich dessen Pyramide endet, die das Dach über die Gallerie bildet. Die blaue Farbe des Sees unterscheidet sich von dem grauen mit Geschieben bedeckten Ufer, man bemerkt selbst die Krümme des Ufers an der Stadt. Wegen der Schwierigkeit des Sehens wird es gut gehalten, diese verschiedenen Punkte zu beobachten, um mehrere zur Vergleichung und Versicherung zu haben, auch nach Erfordernifs verschiedener Beleuchtung den bessern derselben wählen zu können.

Nachm. 2^U 30	Zenit	Schlofs Neuchatel	102^G,1602
	—	Bellevaux	102,1955
	—	Kirchthurm von Neuchatel	102,1392
	—	Bellevaux	102,1927
	—	— — (wiederholt)	102,1935
	—	Seeufer (in der Richtung von Bellevaux)	102,2335
— 4. 15	—	Kirchthurm	102,1393
— 4. 45	—	Chasseron	100,7137

Bis 4 Uhr 30 Min. war die Lufttemperatur auf 10°,5 herabgekommen.

Den 24sten Juli früh, als man von Bonnefontaine wieder auf die Bergspitze stieg, war daselbst das Barometer während der Nacht eine halbe Linie gefallen und stand nun auf 22^Z 10^L,6 bei einer Lufttemperatur von 8°,6.

Auf der Spitze des Moleson beim Aufgang der Sonne war Th. 7°,8 Bar. 22^Z 3^L,6. Es war windig, und sinkende Wolken hatten kurz zuvor die Spitze verlassen.

Morg. 6^U	— Th. 7,5	Zenit	Tour d'Aï	99^G,0276
— 7. 15	Th. 8,0. B. 22^Z 3^L,4	—	Bera	101,0284
— 9.	—	—	Seeufer vor Bellevaux	102,2352
— 9. 15	Th. 11	—	Bellevaux	102,1941
— 9. 45	Th. 11,6. B. 22. 3,8	—	Schlofs	102,1584
— 10. 15		—	Seeufer i. d. Richt. d. Kirche	102,2374
Nachm. 4. 15		—	Bellevaux	102,1930
— 4. 45		—	Kirchthurm von Neuchatel	102,1383
— 5. 15	Th. 12,5. B. 22. 2,9	—	Seeufer i. d. Richt. d. Kirche	102,2305
— 6. 30	Th. 10,5	—	Chasseron	100,7171

Bei der Bellefontaine fand man Abends das Barom. anderthalb Linien niedriger als am Morgen. Es sank noch während der Nacht und stand am folgenden Morgen vor dem Abgange $22^{z}\,8^{L},6$ bei einer Lufttemperatur von 5°.

Den 25sten Juli war bei Sonnenaufgang die Temperatur auf der Spitze des Moleson 6°,9.

Morg. $5^{U}\,40$		Zenit Montblanc	98°,1312
— 6. 20	—	Kirchthurm von Neuchatel	102,1391
— 7. — Th. 10.	—	Oldenhorn	97,6775
— 8. 45	—	Bellevaux	102,1925
— 9. 0 Th. 11,2. B. $22^{z}\,1^{L},6$	—	Chaumont	101,3146
— 9. 20	—	Oldenhorn	97,6755

Bei der ersten Beobachtung des Oldenhorns flogen um dessen Spitze Wolken, durch welche, sobald sie durchsichtig genug waren, der Zenitabstand genommen wurde. Nach Neuchatel hin sah man diesen Morgen gut. Der Zenitabstand des Kirchthurms ist wegen der Art der Beleuchtung nicht zu grofs genommen.

Um 11 Uhr Vormittags war der Berg schon von Wolken umgeben, die Temperatur wechselte bis 1 Uhr Nachmittags zwischen 12 und 11 Grad beim Barometerstande von 22 Zoll 1,9 Lin. Aller Anschein eines in der Nähe des Berges ausbrechenden schweren Gewitters war vorhanden; es blieb nichts übrig, als aus Wolken zu eilen, deren Verdichtung nur die Abnahme der Tageshelligkeit noch wahrnehmen liefs.

Der Berg ward mit desto gröfserer Unzufriedenheit verlassen, je geeigneter der Standpunkt auf demselben für die anzustellenden Beobachtungen war, deren so wenige erhalten werden konnten. Dieser Berggipfel ist als das erhöhte Ende einer gegen die ebene Schweiz hin auslaufenden Kette gut isolirt. Selbst der allmähligere rasenbedeckte Abhang ist noch so geneigt, dafs nur Umwege ihn zugänglich machen; die andere Seite ein Felsabsturz senkrecht ins tiefe Thal. Ueber diesem Abgrunde standen, wenn er mit über ihm sich hebenden Wolken bedeckt war, und die Abendsonne von der andern Seite her schien, die vergröfserten Schatten auf dem Berge befindlicher Personen, um welche jede einen Lichtring wahrnimmt, dessen Mittelpunkt in der graden Linie von der Sonne durch das Auge der ihren Schatten ansehenden Person liegt, daher blofs um den Schatten des Hauptes, aber nicht um den von der ausgestreckten Hand, also auch nicht um den von einer benachbarten Person gesehen werden kann. Das Phänomen

ist nicht unbekannt, aber den Bergen nicht ausschliefslich eigen; es kann auf einer Wiese mit Nebel bedeckt bei aufgehender Sonne wahrgenommen werden, die Schatten haben aber nicht die riesenmäfsige Gestaltung, und die Erscheinung macht nicht denselben Eindruck als auf Bergen. Hier findet wahrscheinlich eine Art Gesichtsbetrugs statt, indem der Schatten auf keiner bestimmten Fläche liegt, sondern wie in der Luft schwebend und unbemerkt wie einen Raum erfüllend gesehen wird, in welchen der Schattenumrifs beträchtlich entfernt gehalten werden kann, und selbst verschieden für verschiedene Theile der Person, so dafs derselben der Schatten vom Kopfe entfernter als von dem untern Theile, so weit sich der Schatten entwirft, daher das Schattenbild verzerrt vorkömmt, verschieden nach der Gestaltung und Lage der Oberfläche der Wolke, oder der Grenze bis zu welcher man in dieselbe hineinsieht. Der Lichtring ist wahrscheinlich ein Regenbogen, nur schwach, weil die ihn bildenden Sonnenstrahlen wenig feine Wassertropfen in der Wolke zwischen den Dunstbläschen treffen und durch diese erst hin- und hergehend, grofsentheils aufgefangen oder zerstreut werden, also nur wenige zum Auge gelangen. Denn man würde bei Katarakten, wo in dem sich zerstäubenden Wasser so gewöhnlich ein glänzender Regenbogen sich zeigt, diesen auch um den Schatten des Kopfes sehen, wären die übrigen Umstände darnach, dafs der Schatten sich leicht wahrnehmen liefse.

Beobachtungen auf dem Chasseron,
4965 Fufs über der Meeresfläche.

Für den 24sten August 1803 war die Uebereinkunft getroffen, dafs ein Beobachter vom südichen Ufer des Sees beim Dorfe Font die Höhenwinkel des Chasseron nehme, unterdessen gleichzeitig die Vertiefungswinkel dieses Punktes vom Berge beobachtet werden sollten, um die absolute Gröfse der Refraktion zu bestimmen. Die Gesichtslinie geht vom untern Punkt der unmittelbar am Ufer des Sees liegt, quer über denselben in einer Weite von 24000, dann 40000 Fufs über die vom See anfangende und bis zum Chasseron fortgesetzte Erhebung des Jura. Vom Ufer des Sees ist der Chasseron schon des Morgens sehr gut gesehen worden, allein vom Berge liefs sich den ganzen Vormittag kein Zeichen bei Font am See erkennen, wie denn an einem schönen Tage eine solche Undeutlichkeit der tiefern Gegenstände nicht ungewöhnlich ist, wenn sie nicht kräftig von der Sonne erleuch-

leuchtet sind. Der Standpunkt bei Font befand sich gerade am Morgen im Schatten, als derselbe aber Nachmittags von der Sonne beleuchtet wurde, sah man das Zeichen gut. Die da mit dem Caryschen Kreise gemachten Beobachtungen stimmen sehr gut überein, der scheinbare Erhöhungswinkel des Berges blieb den ganzen Tag über unveränderlich, und wenn man in demselben eine Veränderung der Refraktion anerkennen wollte, so möchte sie um Mittag um zwei Sekunden gröfser, als früher und später gewesen sein. Ueber den See wehte ein schwacher Ostwind, auf dem Berge noch nicht merklich, und die Temperatur der Luft hatte sehr gleichförmig zwischen $6\frac{1}{2}$ Uhr Morgens und $1\frac{1}{2}$ Uhr Abends von 9°,5 bis 15°,5 zugenommen. Doch kam sie Nachmittags bis $3\frac{1}{2}$ Uhr auf 19°,25 und war noch 16°,25 um 6 Uhr Abends. Die späte Bescheinung dieser Stelle von der Sonne scheint auch den Zeitpunkt des Maximums der Wärme verspätet zu haben. Das Barometer stand am Morgen auf 26^{Z} 11^{L},5, und sank während des Tages allmählig eine Linie herab.

Auf dem Berge wurde gleich nach der Ankunft der Wiederholungskreis aufgestellt, da es zuförderst das angelegenste Geschäft war, Font zu beobachten, allein mit vergeblicher Bemühung hierüber ging Zeit verloren.

Um 8^{U} 15^{M} war daselbst die Temperatur der Luft 9°,6 bei einem Barometerstand von 23^{Z},45. Um 10^{U} war die Luftwärme 11°,9 und blieb unveränderlich so bis gegen 5^{U} Ab., wo sie 11°,6, eine Stunde darauf aber 10°,5, bei Sonnenuntergang 9°,6 und das Barometer 0^{Z},025 tiefer als am Morgen beobachtet wurde.

Von den erhaltenen Zenitabständen sind hier nur folgende anzuführen:

Morg.	9^{U} 30^{M}	Zenit	Moleson	99^{G},7011
—	11. 30	—	— —	99,7038
		—	Mont-tendre . . .	100,0052
Ab.	3. —	—	Moleson	99,7120
—	3. 15	—	Font	103,6618
—	4. 0	—	— —	103,6601
—	5. 0	—	Moleson	99,7088
		—	Font	103,6628
—	6. 0	—	Mont-tendre . . .	100,0073

Für Font hat die Refraktion in der beobachteten Zeit sich vielleicht weniger geändert, als die Resultate der Beobachtung. Die zweite Beobachtung möchte zu klein sein wegen des Punkts des Zeichens, auf welchen ge-

zielt ist. Das Tagebuch bemerkt zwar, die Nachmittagsbeobachtungen des Moleson seien sicherer, als die Vormittags unter wenig vortheilhafter Beleuchtung angestellten, doch sind die Beobachtungen dieses Punkts an einem andern Morgen mit diesen übereinstimmend.

Vom Montblanc konnten keine Zenitabstände erhalten werden, da er den ganzen Tag wegen Wolken, wie sie an schönen Tagen oft am Horizont herumliegen, bis auf wenige unsichere Augenblicke verdeckt blieb, unterdessen andere ferne Berge zwar frei waren, auch beobachtet wurden, allein die erhaltenen Resultate wiederum nachher keine andere zur Vergleichung erhielten. Das Oldenhorn entging ebenfalls an diesem Tage der Beobachtung des Zenitabstandes. Der folgende war bestimmt, um den Fuſs des Mont-tendre im Thale des Sees von Joux zu erreichen. Auf diesem hohen Punkt des Jura aber störte bei klarem Wetter während zwei Tagen ein heftiger Ostwind so sehr, daſs es nicht möglich war, eine Reihe guter Zenitentfernungen zu nehmen. Man muſste sich begnügen, die Beobachtungen zur Bestimmung der Lage einiger Punkte und die Temperatur der Luft zu verschiedenen Stunden dort zu erhalten. Noch am 28sten August war dieser Wind in freier Ebene so stark, daſs der See wegen Wellengang nicht beschifft werden konnte, welches doch sonst weniger bei dem aus der Richtung zwischen Norden und Osten, als dem aus Westen kommenden Winde der Fall zu sein pflegt.

Am 30sten August, da sich Tages vorher in der Ebene der Wind gelegt hatte, kam man wieder auf den Chasseron. Bei Sonnenaufgang zeigte das Thermometer, auf den Felsen liegend, 9°,5; in der Höhe von 4,5 Fuſs über denselben war die Lufttemperatur 10,5. Der Wind kam aus Westen, fiel aber nicht beschwerlich, und folgende Zenitabstände wurden genommen:

Morg.	5^U 30^M	Th. 10°,5	Zenit	Montblanc . . .	98^G,7401
—	7. —	Th. 11,0	—	Dole	100,1784
—	8. 30	Th. 11,6	—	Moleson	99,7020
			—	— —	99.7010
—	10. 0	Th. 13	—	Montblanc . . .	98,7390
Ab.	1. 0	Th. 15,6	—	— — — . . .	98,7436
—	1. 45	Th. 15,9	—	Oldenhorn . . .	99,0999
—	4. —	Th. 15,1	—	Chasseral	100,2172
—	4. 20		—	Dole	100,1776
—	4. 40		—	Moleson	99,7033

Ab. 5^U —^{M} Th. 14 Zenit Montblanc . . . 98^G,7447
— 6. — Th. 13 — Chasseral 100,2178

Vormittags um 11 Uhr bis 2 Uhr Nachmittags änderte die Temperatur wenig, stieg aber doch, da es nun völlig Windstille geworden war, noch bis 3 Uhr auf 17° und war bei Sonnenuntergang 11°,1. Während des Tages bildeten sich zwar Wolken im Alpenhorizont, allein der Montblanc und einzelne andere hohe Spitzen blieben frei.

Den 31. August bei der Ankunft auf dem Berge war schon starke Luftbewegung aus Westen, von Zenitentfernungen wurden nur noch folgende erhalten:

Morg. 8^U — Zenit Chasseral . . . 100^G,2137
— 9. 45 — — — — . . . 100,2132
— 10. 15 — Dole 100,1747
— 10. 30 — Mont-tendre 100,0043

Um 7 Uhr Morgens war die Temperatur der Luft 12°, stieg bis um 10 Uhr noch auf 13°,5. Allein um 11 Uhr war das Thermometer durch den heftig gewordenen Wind schon auf 11° wieder gefallen und stand gleich nach dem Mittage auf 10°. Da sich nun keine Beobachtungen mehr anstellen liefsen, ward der Standort verlassen, wo es bald darauf regnete; in der untern Region des Berges fand man eine angenehme Temperatur wieder.

Beobachtungen auf dem Chaumont.

3365 Fufs über der Meeresfläche.

Der Chaumont liegt in der ersten Juraketté und erhebt sich unmittelbar über die Stadt Neuchatel 2270 Fufs über den See. Der gewählte Beobachtungsort war aber nicht auf seiner gröfsten Höhe, sondern in einem 260 Fufs niedriger gelegenen Hause, wegen der Bequemlichkeit, die es als Standpunkt darbot, und auch, weil es vom Moleson aus beobachtet worden war, von wo das Signal auf der höchsten Spitze nicht mit Sicherheit unterschieden werden konnte.

Das Instrument wurde im zweiten Stockwerk des Hauses am 3ten Juni 1804 aufgestellt, um die Zenitentfernung des Moleson und des Seeufers zu beobachten. Man erhielt

3. Juni Ab. 5^U 25^M . . . . . . Zenit Moleson . . . . 99^G,1330
— Seeufer bei Monbet 104,1324

3. Juni Ab. 6^{U} 10^{M}	Th. 15	Zenit	Moleson	....	996,1318
— 7. 30	Th. 14,5	—	Moleson	....	99,1320
4. Juni Mg. 4. 30	Th. 13	—	Moleson	....	99,1281
		—	— — —	....	99,1274
— 5. 45	......	—	— — —	....	99,1282
— 6. 30	......	—	Seeufer bei Monbet		104,1272

Das Wetter am 3ten war sehr schön, allein es konnten am 4ten Morgens für die fernen Alpenspitzen nicht vergleichende Beobachtungen erhalten werden. Denn wenn gleich die Luft für heiter gehalten werden kann, so fehlen doch nicht selten einzelne Punkte des Horizonts. Es scheint besonders, als ob die hohen Berggipfel die Nebel gern um sich her sammeln.

Allgemeine Resultate der Beobachtungen.

Aus den beobachteten Veränderungen der scheinbaren Höhenwinkel der Objekte ergiebt sich, dafs sie besonders von der Temperatur der Luft der Jahres- und Tageszeit im allgemeinen abhängen. Die Beobachtungen im Schlosse von Neuchatel, wo die gröfsere Anzahl die Vergleichung begünstigte, geben die Höhenwinkel vor 9^{U} 30^{M} Morgens für den Moleson

29. Mai	bei	14°,0	Wärme der Luft	1° 34′ 46″,5		
30. —	—	17,5	— — —	28,0		
2. Juni	—	12,5	— — —	42,0		
6. —	—	10,0	— — —	37,5		
7. —	—	10,5	— — —	14,8	aus 2	Beobb.
12. —	—	11,4	— — —	43,6	— 3	—
13. —	—	15,7	— — —	34,8	— 2	—
21. Juli	—	15,0	— — —	15,3	— 6	—
22. —	—	14,1	— — —	14,3	— 3	—
23. —	—	13,5	— — —	35,1	— 7	—

Das Mittel nach der Zahl der Beobachtungen genommen, ist aus Allen bei 13°,6 ... 1° 34′ 28″,3.

Nimmt man auf die wiederholten Beobachtungen an demselben Morgen nicht Rücksicht, so ist das Mittel nach den verschiedenen Tagen

aus Allen bei	13°,4 ...	1° 34′ 31,″2
mit Ausschlufs der kleinsten bei ...	13,5 ...	1. 34. 38,2
die kleinsten vom 7., 21. und 22. bei.	13,2 ...	1. 34. 14,8

Die kleinsten Höhenwinkel sind nicht deswegen abgesondert, weil sie als weniger mit den übrigen zusammenstimmend weniger genau anzusehen sind, sondern weil sie an regnerischen Tagen genommen sind, an welchen alle Beobachtungen dahin zusammenstimmen, dafs die Morgenrefraktion an denselben geringer ist, als an den heitern Tagen.

Die Nachmittagsbeobachtungen des Moleson nach 3 Uhr bis Sonnenuntergang sind:

22. Mai	bei 11°	Wärme der Luft	1° 34′ 11″,8	
23. —	— 11	— — —	15,0	
27. —	— 15	— — —	00,0	
29. —	— 18	— — —	8,5	
4. Juni	— 8	— — —	16,0	aus 2 Beobb.
6. —	— 11,6	— — —	14,8	— 3 —
7. —	— 15	— — —	6,7	
8. —	— 14	— — —	25,0	
9. —	— 16,8	— — —	2,0	
11. —	— 17,5	— — —	1,5	— 2 —
12. —	— 20,5	— — —	7,7	— 2 —
13. —	— 20,0	— — —	4,2	
16. —	— 16	— — —	8,7	
18. —	— 18,8	— — —	0,5	
19. —	— 18	— — —	2,2	
20. —	— 19,8	— — —	0,5	
18. Juli	— 19	— — —	0,3	
23. —	— 18,6	— — —	0,3	
30. —	— 20,9	— — —	1. 33. 58,7	
1. Aug.	— 23	— — —	0,5	

Es giebt sich hier deutlich zu erkennen, dafs die Höhenwinkel von der Temperatur abhängen. Trennt man die Beobachtungen, welche bis 16° gehen, von denen bei den höhern Temperaturen angestellten, so ist das Mittel jener nach der Zahl der Beobachtungen

1° 34′ 13″,1 bei 12°,1 Wärme.

Läfst man die beiden Beobachtungen vom 27sten Mai und 8ten Juni, als bei seltener vorkommendem Zustande der Atmosphäre, oder sonderbar von den übrigen im entgegengesetzten Sinn abweichend, aufser Acht; so wird der Nachmittagshöhenwinkel:

1° 34′ 13″,2 bei 11°,5 Wärme.

Die übrigen geben:

1° 34′ 3″,0 bei 19°,2 —

Es erhellt also, dafs selbst bei niedrigerer Temperatur am Abend der Höhenwinkel geringer ist, als am Morgen.

Denn diesen Beobachtungen zufolge, indem man sich erlaubt, die Höhenänderung der Temperaturänderung proportional zu setzen, ist:

Abendhöhe des Moleson . . . . 1° 34′ 10″,6 bei 13°,5 Th.
Morgenhöhe — — oben gefunden . . . . 1. 34. 38,2 — — —
Die Morgenhöhe bei gleicher Temperatur übertrifft also die Abendhöhe . . . . 27″,6

Die Morgenhöhe würde gröfser und die Abendhöhe kleiner, also der Unterschied noch gröfser sein, wenn man die gröfsten und kleinsten Beobachtungen auswählte, und besonders auf die heitersten Tage, an welchen die Aenderungen der Brechung immer am stärksten sind, Rücksicht nähme.

Es sind hier nur die Beobachtungen der Sommermonate zusammengestellt, um nicht die bei zu sehr verschiedener Temperatur angestellten zu vermischen. Die Beobachtungen von 1804 bei niedrigem Thermometerstande geben folgende Resultate:

Für die Beobachtungen bei den Temperaturen unter Null
Vormittagshöhe 1° 35′ 11″,1 bei — 3°,7 Mittel aus 3 Tagen
Nachmittagshöhe 1. 34. 48,2 - — 1,7 - - 2 -

Die Abendhöhe am 4ten ist besonders grofs, so wie die Morgenhöhe am 22sten Februar in Beziehung auf die Temperatur klein. Jenes als Folge der grofsen Vormittagshöhe, denn wäre der Moleson hinlänglich sichtbar gewesen, um früher als erst zu Mittag beobachtet werden zu können, so würde auch diese Abendbeobachtung mehr als 12″ von der am Morgen verschieden sein. Allein die tägliche Refraktionsänderuug ist bei den niedrigen Temperaturen geringer als bei den höhern, da die Sonnenstrahlen die untersten Luftschichten weniger zu erwärmen vermögen, auch weniger Zeit als in den längern Tagen wirken. Diese beide sind also im obigen Mittel nicht aufgenommen, um die gewöhnlichern Veränderungen der Refraktion von den aufserordentlichen und von zufälligern Ursachen abhängenden zu trennen, damit diese für sich erwogen werden.

Die Morgenbeobachtungen von + 3°,2 bis 5°,2 und die Abendbeobachtungen von 7°,3 bis 10° geben nach dem Mittel der Tage:

Die Morgenhöhe 1° 34′ 57″,2 bei 4°,2 Wärme
Die Abendhöhe 1. 34. 28,6 — 9,3 —

Die Vergleichung dieses für den Ausgang des Winters erhaltenen Resultats mit dem obigen für den Sommer giebt zwischen beiden Jahrszeiten:

Abnahme der Morgenhöhe 21″ bei einer Zunahme der Wärme von 9°,3
— — Abendhöhe 15,4 — — — — — 2,2

Es ist also die Veränderung der Refraktion am Morgen in dieser Beziehung geringer als am Abend bei gleichem Temperaturunterschied, dem oben angemerkten entsprechend.

Die Veränderung, welche überhaupt bei diesem Höhenwinkel beobachtet worden, beträgt für die Mittelresultate der niedrigsten Temperatur des Morgens und die höchste des Abends 1′ 8″. Die gröfste einzelne Beobachtung im Winter übertrifft aber die kleinste im Sommer um 1′ 21″, welche Gröfse sich also als das Maximum der Veränderung der Refraktion ansehen läfst bei einem terrestrischen Bogen von 26′ 51″,6.

Für die Tour d'Aï ergeben sich als Mittelresultate der Beobachtungen:

Die Morgenhöhe 1° 17′ 6″,6 bei 12°,5 Wärme
Die Abendhöhe 1. 16. 24,2 — 14,3 —
— — 1. 16. 12,3 — 20,8 —

In dem ersten Abendresultat sind nur Beobachtungen bei Temperaturen unter 17° aufgenommen, und nur eine, welche 1° 16′ 41″ bei 14° giebt, als aufserordentlich weggelassen. Im andern ist die beobachtete Höhe von 1° 16′ 23″,5 bei 18°,8 nicht aufgenommen. Zieht man sie mit in Rechnung, so werden die Abendhöhen:

1° 16′ 28″,4 bei 14°,2
und 1. 16. 14,6 — 20,25

Es würde dieser Berg häufiger beobachtet worden sein wegen seines obern isolirten und wie ein Obelisk in die Luft hoch emporstehenden Gipfels. Allein dieser Kalkfelsen hatte eine Farbe und häufig eine Erleuchtung, bei welcher es schwer war, mit Sicherheit genau auf den höchsten Punkt der Spitze zu-zielen. Ueberdem war diese oft von Nebeln umhüllt, unterdessen der Moleson noch sichtbar war.

Die Morgenbeobachtungen der Tour d'Aï sind bei besonders starken Refraktionen an heitern Morgen angestellt, und läfst man die gröfste derselben weg, so hat man den Höhenwinkel 1° 17′ 2″,3 bei 12°,5 um etwa 35″ gröfser, als den, welchen Abendbeobachtungen für eben die Temperatur geben.

Werden für den Montblanc die Mittel der Beobachtungen ebenfalls nach den verschiedenen Tagen genommen, damit nicht, wenn an einem Tage mehrere Morgen- oder Abendbeobachtungen angestellt sind, dieser Tag einen besondern Einfluſs auf das Resultat aller habe, so ergiebt sich dessen

Morgenhöhe 1° 26′ 11″,9 bei 13°,4 Wärme.

Nimmt man aber nur die bis 8 Uhr angestellten, so wird die

Morgenhöhe 1° 26′ 21″,7 bei 13°,5 Wärme.

Aus den Abendbeobachtungen von 14 bis 17° Wärme und denen von 19 bis 21° folgt:

Abendhöhe 1° 25′ 34″,8 bei 15°,5 Wärme
und 1. 25. 20,6 — 20,0 —

Die Aenderung der Höhe am 29sten Mai 1804, an welchem Tage in der wärmeren Jahrszeit gerade die gröſsten Höhenwinkel des Montblanc beobachtet worden, beträgt sehr nahe eine Minute, und am 12ten Juni 1′ 4″,5 bei Temperaturunterschieden von 4 und 5 Grad. Für die Mittelresultate ist die Morgenrefraktion von der des Abends nur 46″,9 verschieden bei 2° Verschiedenheit der Wärme. Allein in jenen einzelnen Resultaten sind die möglichen Fehler der Beobachtung um so mehr zu berücksichtigen, als gerade nur die am meisten von einander abweichenden Beobachtungen herausgehoben werden.

Im Winter ist diese Veränderung geringer und beträgt nur 35″,7 bei einer Temperaturverschiedenheit von 1°,4. Doch ist es nur einmal möglich gewesen, bei Temperaturen unter Null den fernen Montblanc des Vormittags schon wegen der dann bei sonst klarem Wetter in der Nähe des Horizonts so undurchsichtigen Luft beobachten zu können.

Die an jenem kalten Morgen wiederholt angestellte Beobachtung giebt den Höhenwinkel 1° 27′ 15″,1 bei — 3°,2, also 53″,4 gröſser als das Mittel der bei den wärmeren Temperaturen von 13°,5.

Die kältern Abendbeobachtungen geben 1° 26′ 47″,1 bei — 2°3, also 1′ 12″,3 mehr, als die mittlere Abendhöhe bei 15°,5.

Der ganze Unterschied der beobachteten Höhenwinkel des Montblanc von den gröſsten Höhen am Wintermorgen und den kleinsten des Abends bei der gröſsten Wärme, nach Mittelresultaten, ist 1′ 54″,5; der Unterschied der einzelnen am gröſsten und am kleinsten beobachteten Höhe aber giebt die gröſste wirklich beobachtete Aenderung der Refraktion 2′ 5″, welche aber der

der Wahrscheinlichkeit nach, wegen der möglichen Fehler der Beobachtungen, zu grofs ist. Der Winkel zwischen dem Beobachtungsort und dem Montblanc am Mittelpunkt der Erde ist 1° 9′ 34″,4.

Dieser Winkel oder die Entfernung zwischen Neuchatel und dem Montblanc ist beinahe 2,6 mal gröfser, als zwischen Neuchatel und dem Moleson. Nun sind zwar für den Montblanc die beobachteten Aenderungen der Refraktion in jeder Rücksicht gröfser als bei dem Moleson, allein sie sind weit davon entfernt, in dem Verhältnifs der Entfernung gröfser geworden zu sein, wie auch aus der blofsen vergleichenden Ansicht der gegebenen Resultate ohne weitere Rechnung erhellt.

Es ist an sich klar, dafs mit zunehmenden Höhenwinkeln für gleich hohe Berge die Refraktionsänderungen abnehmen werden und umgekehrt. Indessen um für gröfsere Höhenwinkel die Veränderungen der Refraktion einigermafsen zu beurtheilen, können die in Bern angestellten Beobachtungen dienen, wo die Höhenwinkel zweimal und darüber gröfser sind als in Neuchatel, die absoluten Höhen zweier der beobachteten Berge aber nicht beträchtlich kleiner sind, als die Höhe des Montblanc.

Die Unterschiede der Abend- und Morgenbeobachtungen vom 7ten und 8ten Juli sind:

für das Jungfrauhorn	47″,3	bei 87°,5 und 63°,5 Wärme nach Fahr.			
— — Finsterarhorn	45,0				
— — Wetterhorn	45,8				
— — Finsterarhorn	50,0	— 90	— 63°,5	—	— —

Nach den obigen Aufzeichnungen wären die ersteren 47,3, 48 und 42″,2, es sind aber die Unterschiede, welche wirklich auf einer und derselben Seite des Kreises sich ergeben haben, als sicherer vorgezogen, weil am Morgen wie am Abend die Ablesungen von denselben Theilstrichen des Instruments geschehen, und hier nur diese Unterschiede berücksichtiget werden. Indessen ist die Verschiedenheit doch nicht von Bedeutung.

Der Unterschied der Abendhöhe des Jungfrauhorns am 7ten Juni von der Höhe desselben am folgenden Morgen beträgt nur 19″,5 für eine Wärmeabnahme von 75 bis 60° Fahr. Allein es ist klar aus allen übrigen Beobachtungen dieser Bergspitze, dafs die am 8ten Juni des Morgens angestellten nur kleine Resultate für diese Tageszeit gegeben haben, welcher Erscheinung weiter unten noch erwähnt werden soll.

Im Winter selbst, wenn man die Abendhöhen am 23sten und 24sten

Februar mit den Morgenhöhen zwischen beiden vergleicht, so sind, bei einer Morgentemperatur von 30°, ihre Unterschiede im Mittel:

für das Finsterarhorn . 27″,9

für das Jungfrauhorn . 32,7

Der Höhenunterschied des Finsterarhorns ist vielleicht zu klein, denn weil es in der gesehenen Richtung wie eine feine Felsspitze erscheint, von welcher es schwer war den höchsten Punkt am Morgen deutlich genug zu erkennen, so sind die Morgenhöhen dieses Berges wohl etwas zu klein genommen.

Die gröfsten beobachteten Höhenwinkel sind

für das Finsterarhorn 2° 50′ 17″,2 bei 23° Fahr.

— — Jungfrauhorn 3. 12. 56,0 — 31. —

welche die kleinsten bei 90 und 87°,5 Wärme um 1′ 25″,2 und 1′ 23″,3 übertreffen.

Im Schlosse von Neuchatel sind einigemale kleine Höhenwinkel beobachtet, um für sie Refraktionsänderungen zu erhalten, wozu der Standpunkt in Bern keine Objekte darbot. Es ist erforderlich, dafs es gegen den freien Himmel erscheine, um zu allen Tageszeiten beobachtet werden zu können, auch ein beträchtlich hoher, also viel entfernter Berggipfel sei, als es solche von Bern sichtbare sind. Die Berge aber, welche in Neuchatel dem Zweck ihrer Beobachtung sich eigneten, waren eben wegen ihrer Ferne und geringen scheinbaren Höhe über den Horizont entweder gar nicht oder doch zu schwer zu sehen, besonders des Morgens, als dafs man den Beobachtungen einen der Absicht hinlänglich angemessenen Grad von Genauigkeit hätte zutrauen dürfen.

Der Höhenwinkel der Aiguille de Varens, eine isolirte Felspyramide, diesen Beobachtungen günstig, hat nur einmal bei grofser Morgenrefraktion genommen werden können. Das Resultat 39′ 59″,5 ist aber zuverlässig zu grofs angegeben, indem die mit umgewandten Kreisebenen erhaltenen nicht mit dem bekannten Collimationsfehler des Instruments stimmen, so dafs die Höhe in der einen Lage des Kreises 30″ zu hoch angesetzt ist. Es ist also jenes Resultat um 15″ zu vermindern.

Die Aenderung des Höhenwinkels der Aiguille de Varens am 13. Juni vom Morgen bis Abend beträgt also 1′ 26″, man müfste denn annehmen, dafs während der Zeit zwischen den beiden Beobachtungen, die doch unmittelbar nach einander gemacht sind, die Refraktion um 30″ zugenommen

hätte, welches dann eine Aenderung derselben an diesem Tage von 1′ 56′ anzunehmen nöthigte, wie sie unter ähnlichen Umständen doch nur für etwa 10 Minuten niedrigere Höhenwinkel wahrgenommen worden ist.

Dafs also für gröfsere Höhenwinkel die Variationen der Refraktion kleiner, für kleinere Höhenwinkel nicht sehr in absoluter Höhe verschiedener Punkte gröfser sind, geben die Beobachtungen hinlänglich zu erkennen. Das eigentliche Verhältnifs in dieser Beziehung auszumitteln ist jedoch mehr Sache der Theorie, sobald für die Refraktionsänderungen irgend eines in der Atmosphäre gesehenen Punkts die Art und Gröfse der bestimmenden Ursachen hinlänglich bekannt sind.

Es ist bisher nur die Veränderung der Höhenwinkel überhaupt betrachtet, allein sie verhalten sich nicht einen Tag wie den andern. An schönen heitern Tagen sind die Veränderungen der Brechung überhaupt am gröfsten und gehen am regelmäfsigsten, hingegen bei trübem, bewölktem Himmel, besonders bei regnerischem Wetter geringer; die Refraktion aber nimmt bald zu bald ab, in Folge sich ereignender Wechsel im atmosphärischen Zustande.

Früh am Morgen eines schönen Tages, etwas vor und mit Sonnenaufgang, also bei der niedrigsten Tagestemperatur, ist die Refraktion zwar grofs, aber ihr Maximum erreicht sie doch erst nachher, wenn gleich die Zunahme von Tagesanbruch an verhältnifsmäfsig der ganzen täglichen Aenderung nur geringe ist, der Genauigkeit der angestellten Beobachtungen fast entgeht. Die physische Ursache dieser Erscheinung ist nicht verborgen. Die Oberfläche der Erde erwärmt sich früher, als Luftschichten in einiger Erhöhung über dieselbe. Diese erhalten von unten durch die Wärme vertriebene Luft, welche bevor sie durch die ganze Höhe zwischen den in einiger Entfernung über dem Boden befindlichen Beobachter und dem in den höhern Luftregionen gesehenen Punkt steigt, Verdichtung und also gröfsere Brechbarkeit in Luftschichten um den Beobachter und in einiger Höhe über denselben veranlafst. Ueberdem enthält die dem Boden entweichende Luft vielen Wasserdampf, der da die Quelle seiner Entstehung hat und fortwährend erzeugt wird. Diese Entstehung einer neuen elastischen Flüssigkeit, welche das Aufsteigen der von ihr geschwängerten Luft von unten befördert, theils allein in die über sie liegenden dampfleereren Schichten tritt, erhöht deren Feuchte, Dichte und Brechbarkeit. Es scheint in der That, dafs so lange bei zunehmender Temperatur das Hygrometer zur

Feuchtigkeit geht, die Refraktion zunimmt, auch selbst noch einige Zeit hernach, zufolge der Beobachtungen vom 12ten Juni, sich nicht merklich vermindert. Der Moment der gröfsten Refraktion wäre dem zufolge derjenige der gröfsten Feuchtigkeit. Nicht lange hernach nehmen die Höhenwinkel schnell ab, gegen Mittag aber, und wenn die Zeit der gröfsten Tageswärme herannaht, langsamer, doch auch noch dann, wenn dieser Zeitpunkt schon vorüber ist und die Wärme abnimmt, bis nicht lange vor Sonnenuntergang, wo sie das Minimum erreichen; und dieser Moment der kleinsten Refraktion scheint wieder mit dem der gröfsten Trockenheit des Tages zusammen zu fallen. Die kleinsten Höhenwinkel bleiben ziemlich lange ohne merkliche Aenderung; erst kurz vor und bei Sonnenuntergang geben die Beobachtungen eine kleine Zunahme der Refraktion zu erkennen. die wohl ohne Zweifel bald die Gröfse erreicht und während der Nacht unverändert erhält, die am folgenden Morgen bis zum Sonnenaufgang noch gefunden wird. Die Abnahme der Refraktion ist Folge der oben angeführten Ursachen ihrer Vergröfserung. Denn so wie die zunehmende Wärme in den untersten Luftschichten zuerst Luft vertreibt, so wird diese nicht in der Höhe des Beobachters beharren, sondern aufwärts gehen, und da sich diese Schichten um den Beobachter auch stets mehr erwärmen, so wird endlich aus ihnen mehr elastische Flüssigkeit aufsteigen, als sie von unten zugeführt empfangen. Es dringt diese Luft in höhere Schichten, welche sich nun mehr verdichten als niedrigere. Die schnelleste Abnahme der Luftdichtigkeit bleibt also nicht in der Höhe des Beobachters, sondern was sich hier früher ereignete, hat später in gröfseren Erhöhungen statt, die scheinbaren Höhenwinkel müssen sich also verringern. Nicht selten wird endlich durch die Erwärmung des Bodens um den Beobachter die Luft dünner sein, als in höhern Schichten, so dafs die Dichte, statt bis zum beobachteten Objekt stets abzunehmen, zuerst wächst, und der Lichtstrahl zwischen Objekt und Beobachter im letzten Theil der Bahn entgegengesetzt gekrümmt ist, wodurch die scheinbaren Höhen noch mehr vermindert werden können.

Angenommen dafs die Wasserdämpfe ein stärkeres Brechungsvermögen als die Luft besitzen, so liegt hierin ein Grund mehr für die tägliche Aenderung der Refraktion, indem am Morgen aufser der schnellern Dichtigkeitsabnahme in der Region des Beobachters auch in derselben sich die gröfsere Menge Wasserdampf befindet, und gegen Abend neben der wo nicht anfänglichen Zunahme doch geringeren Dichtigkeitsabnahme auch

gröfsere relative Trockenheit herrscht, als in den höhern Regionen. In dieser Hypothese liegt der Grund der Annahme der Uebereinstimmung des Zeitpunktes für das Maximum und das Minimum der Refraktion, mit denen für die Feuchtigkeit, denn aus Beobachtungen um das Maximum oder Minimum selbst die Zeitmomente für sie genau zu bestimmen, ist zu unsicher. Der blofse Temperaturunterschied der Luft bei dem Beobachter und bei dem gesehenen Objekte scheint dessen gröfste und kleinste Höhe nicht zu bestimmen. Denn die Temperatur nimmt bei Aufgang der Sonne, wenn sie am geringsten, am langsamsten, und einige Zeit nach Mittag, wenn sie am gröfsten, am schnellsten, mit der Höhe ab. Indessen wird dies dazu beitragen, das Maximum und Minimum der Refraktion früher als sonst zu bewirken. Doch wenn auch die Temperaturänderung allein als Ursache der Aenderung der Refraktion angenommen würde, so müfste dennoch ihr Minimum erst einige Zeit nach der gröfsten Wärme eintreten, indem ihre Wirkung auf die höhern Schichten erst später erfolgt, wie man auch am täglichen Gange des Barometers wahrnimmt, welches erst zwei bis drei Stunden hernach sowohl in der Ebene als auf den Bergen den tiefsten Stand hat. Auch das Maximum der Refraktion wird aus ähnlichen Betrachtungen, und da gegen Sonnenaufgang und gerade in diesem Zeitpunkt noch das Thermometer merklich zu sinken pflegt, sich bis zur Zeit des höchsten täglichen Barometerstandes oder etwas mehr verspäten. Es vereinigen sich also alle tägliche periodische Modifikationen der Atmosphäre, die gröfste und kleinste Refraktion einige Zeit nach der niedrigsten und höchsten Tageswärme selbst noch etwas später als die Zeitpunkte der gröfsten und kleinsten Feuchtigkeit und Barometerhöhen anzunehmen, welches die Beobachtungen ebenfalls andeuten, dem sie wenigstens nicht widersprechen. Es ist aber hiebei die Höhe des Beobachters über den Boden nicht aufser Acht zu lassen, welches nach dem schon oben bemerkten kaum der Erinnerung noch bedarf.

Von den Bergen wird die atmosphärische Bewegung, welche die Veränderung in der Refraktion bewirkt, unter gewissen Umständen selbst sichtbar. Man bemerkt nemlich oft am Morgen, dafs Nebel die Wälder bedeckt, oder aus ihnen hervortritt, während Felder und Wiesen frei sind und bleiben. Man sieht jene sich heben und ausbreiten, und über diese hernach in einiger Höhe Wolken in freier Luft entstehen, mit jenen zugleich steigen, und nach vier oder fünf Stunden eine Höhe von fast eben so viel tausend Fufsen erreichen; Nachmittags hingegen pflegt bis in beträchtlicher

Höhe über die Ebene keine Wolke mehr zu sein. Offenbar sind es weder die Dunstbläschen für sich, die über die Wälder, noch die Dämpfe allein, die über die Felder am Morgen aufsteigen. Auch an völlig heitern Tagen erkennt man das Aufströmen der Luft an dem beträchtlichen Wind, der bei jähen Abstürzungen auf den Bergen aus der Tiefe kömmt, und am Steigen des Barometers, unterdessen es in der Ebene sinkt. Am Abend strömt die Luft vom Gebirge herab, um den untern Schichten die aus ihnen durch die Wärme vertriebene Luft zu ersetzen, und das Gleichgewicht herzustellen, welches die wegen nachlassender Kraft der Wärme verminderte Elastizität nicht mehr zu erhalten vermag. Am Fufse des Jura, besonders am See von Neuchatel, ist dieser meistens schönen Tagen folgende Abendwind unter dem Namen des Joran bekannt; er biegt mit Gewalt die Aeste der Bäume zum Boden; auf dem See, wo er in horizontale Luftbewegung übergeht, werden Schiffende, aller Anstrengung das Ufer zu erreichen ohnerachtet, weit von demselben entfernt.

Da die Veränderungen des atmosphärischen Zustandes nicht an einem selbst heitern Tage genau wie den andern eintreten; so werden auch die durch sie bewirkten Abänderungen der Refraktion nicht beständig auf einerlei Weise erfolgen. Indessen scheint aus der Reihe der Beobachtungen hervorzugehen, dafs die Verschiedenheit ungleich mehr auf die Geschwindigkeit, mit welcher die Refraktionsänderung, und auf die Zeitpunkte, wo sie ihren gröfsten und kleinsten Werthen sehr nahe kömmt, als auf diese äufsersten Gröfsen der Refraktion selbst fällt, wenn die mittlere Temperatur der Tage nicht sehr von einander abweicht. Auch an bewölkten Tagen verhält es sich so; nur bei völlig bedecktem Himmel und beim Regen hält sich die Refraktion von den äufsersten Grenzen am entferntesten und schwankt um das Mittel zwischen beiden.

Auch auf den Bergen geben die Beobachtungen noch dieselben Phänomene der Refraktionsänderung zu erkennen, geringer in der That, und es steht zu erwarten, desto kleiner, je höher der Beobachtungsort ist. Zwar waren auf dem Moleson während des dortigen Aufenthalts die hohen Alpen niemals am Nachmittage sichtbar, und überdem der Zustand der Atmosphäre so beschaffen, dafs auch sie nur geringe Veranderungen der Brechung, zufolge den Beobachtungen anderer Objekte und den gleichzeitigen in Neuchatel würden gegeben haben. Allein die Beobachtungen vom Chasseron setzen wohl für sich die Sache aufser Zweifel. Die auf dem Chau-

mont zeigen dasselbe und stärker, da die Erhöhung geringer. Allein dieser Standpunkt ist nicht isolirt, sondern liegt an einer noch langsam steigenden und mit einer Rasendecke belegten Bergfläche, welches zur Vergröfserung der Variation der Strahlenbrechung hier, wenn etwas, doch wohl nur wenig beigetragen haben mag, da die Beobachtungen in einiger Erhöhung über den Boden angestellt sind.

Die angestellten Beobachtungen zeigen, dafs die bisher übliche Weise, für die terrestrische Strahlenbrechung Rechnung zu tragen wenig genau, in den Fällen aber gar nicht zuläfslich ist, wo der Lichtstrahl lange in der Nähe der Erdoberfläche fortgeht. Denn wenn man gleich sich damit begnügen will, die Krümme des Lichtstrahls als kreisförmig zu betrachten, so ist doch dieser Krümmungsradius zu verschiedenen Zeiten viel zu veränderlich, als dafs man die Refraktion einem beständigen aliquoten Theil des Winkels der Vertikalen zweier Punkte gleich setzen darf, wenn man vom Gebrauche dieser Gröfse eine bedeutende Genauigkeit erwartet. Allein diese Vorstellungsart ist bequem um im allgemeinen die Werthe und die Verhältnisse der absoluten Gröfse der Refraktion in verschiedenen Beobachtungen, und ihrer Variationen zu übersehen, sich von der Unzuläfslichkeit eines konstanten Refraktionsfaktors zu überzeugen oder im erforderlichen Falle den den Umständen angemessenern zu wählen.

Gleichzeitige Nachmittagsbeobachtungen zwischen Font am See und der Kuppe des Chasseron geben die Krümme des Lichtstrahls 0,140 des Erdbogens zwischen seinen beiden Endpunkten, also den Radius der Krümme des Lichtstrahls etwas über siebenmal gröfser als den Radius der Erde.

Die gleichzeitigen Beobachtungen zwischen dem Moleson und dem Schlosse von Neuchatel geben am Morgen die Krümme des Strahls gleich 0,180, am Abend aber 0,156 des Winkels der Vertikalen jener Punkte. Also in der Hypothese, dafs die Linie des Lichtstrahls kreisförmig, war der Halbmesser am Morgen 5,55, am Abend 6,41 mal gröfser als der Radius der Erde. Der Winkel zwischen der Tangente am Ende des Lichtstrahls und der geraden Linie vom Beobachtungspunkt zum Objekt, welchen man gewöhnlich die terrestrische Refraktion nennt, betrüge hier am Morgen des Tages der Beobachtung 0,090 des Winkels am Mittelpunkt der Erde, also für den Morgen, wo der Höhenwinkel des Moleson am gröfsten gefunden 0,114 und für den kleinsten Abendhöhenwinkel 0,077.

In Bellevaux sind keine gleichzeitige Beobachtungen mit denen auf

dem Berge angestellt, allein die Rechnung ergiebt, dafs die zuletzt erwähnten Verhältnifszahlen oder Refraktionsfaktoren für den gröfsten und kleinsten der da beobachteten Höhenwinkel des Moleson, 0,102 und 0,078 werden. Dafs hier der erstere kleiner als fürs Schlofs Neuchatel ausfällt, ist den Umständen der Beobachtung völlig angemessen; dafs aber der kleinste für die Nachmittagsrefraktion doch noch beträchtlich gröfser als für die Beobachtungen zwischen Font und Chasseron, wo der Faktor nur 0,070 gefunden worden, ist zu bemerken. Es ist dies dem Standpunkte unmittelbar über dem Boden oder der Wasserfläche zuzuschreiben.

Zwischen dem Chaumont und Moleson ist aus wechselseitigen Beobachtungen gefunden für den Refraktionsfaktor am Morgen 0,083 und am Abend 0,079.

Die Beobachtungen auf Chasseron und Chasseral geben den Faktor im Mittel 0,081.

Die Morgenbeobachtungen auf Chasseron mit denen auf Moleson geben 0,0805, die Abendbeobachtungen des Moleson auf Chasseron geben 0,075 für den Refraktionsfaktor.

Zwischen Chasseral und Moleson ist derselbe, ohne Rücksicht auf Abend- und Morgenbeobachtungen, überhaupt 0,081 gefunden.

Die Beobachtung des Oldenhorns vom Moleson hat nur des Morgens gemacht werden können, und im Tagebuch meiner frühern Reise aufs Oldenhorn fand sich nur eine Nachmittagsbeobachtung des Moleson, welche mit einander verbunden den Faktor gleich 0,070 geben.

Dafs dieser Faktor so klein ist, rührt von der schon beträchtlichen Höhe beider Standpunkte her, besonders des Oldenhorns 9620 par. Fufs übers Meer. Der Lichtstrahl hält sich also im Mittel zwischen seinen Endpunkten 7900 Fufs hoch, und bisher scheint es nicht angemerkt worden zu sein, dafs der Refraktionsfaktor nicht in jeder Höhe über die Erde, also auch nicht für in Höhe sehr verschiedene Punkte, obgleich von einem Standort beobachtet, als unveränderlich angesehen werden dürfe, weil derselbe meistens nur zum praktischen Gebrauch etwa für wenig über die Erdfläche gelegene Punkte in Anwendung gekommen.

Mufs demnach, wenn es auch hinlänglich gehalten wird, die terrestrische Refraktion der Entfernung proportional zu setzen, doch auf den Barometerstand geachtet werden, so darf die Temperatur noch weniger unberück-

rücksichtiget bleiben. Denn in ersterer Beziehung vergröfsert sich der Exponent jenes Verhältnisses oder der Refraktionsfaktor proportional der Zunahme der Elastizität, in der andern aber nimmt er ab, proportional dem Quadrate der durch die Wärme vergröfserten Elastizität. Für denselben Beobachtungsort ist die Veränderung der Refraktion wegen Wärmeänderung weit beträchtlicher als die vom Barometerstand herrührende, welche daher auch hier anfänglich nicht mit in Betrachtung genommen ist. Der oben zwischen dem Schlofs Neuchatel und dem Moleson angegebene Faktor hat für die gröfsten der bei den Temperaturen unter Null beobachteten Höhenwinkel statt. Nimmt man aber das Mittel der Morgenbeobachtungen 1° 35′ 11″,1 bei 5°,5 unter Null, so wird dafür der Faktor 0,109 gefunden oder 0,110, wenn man denselben vom Barometerstande 26^{Z} 6^{L} auf den von 26^{Z} 10^{L},8 bringt, für welchen die Sommerbeobachtung bei 13°,5 den Faktor 0,090 gegeben. Dieser Faktor folgt aber auch sehr nahe aus jenem des Winters, wenn man dessen Aenderung wegen der Temperatur berechnet. Für Bellevaux und Moleson giebt der mittlere Höhenwinkel des Morgens 1° 36′ 33″ bei der Temperatur von 9° und 8°,5 beobachtet, 0,091, also 0,087 bei 13°,5, etwas kleiner als der vom Schlosse gefundene. Der oben angegebene Faktor für Bellevaux bei 2°,5 ist hingegen 0,102, aber sehr wahrscheinlich zu grofs. Da von Neuchatel aus der höchste Punkt des Berges beobachtet worden, so können die Höhenwinkel desselben im Winter wohl wegen aufliegenden Schnees einige wenige Sekunden zu hoch sein. Die Resultate der wechselseitigen Beobachtungen auf den Bergen entfernen sich etwas von jenem, da denselben zu Folge der Refraktionsfaktor für 27 Zoll Barometerhöhe und ohngefähr 11° Wärme beinahe 0,095 betragen würde, der sich hingegen aus den Beobachtungen zu Neuchatel im Mittel 0,099 ergiebt.

Die beträchtlich kleineren Faktoren aus den Nachmittagsbeobachtungen ergeben sich nicht aus denen für den Morgen, indem man allein auf die Temperaturänderung sieht, wie dieses aus den Beobachtungen unmittelbar hervorgeht, da bei gleichen Barometer- und Thermometerständen am Morgen und Abend die Höhenwinkel keinesweges gleich sind. Es dürfen also auch die Faktoren aus Morgenbeobachtungen und die in andern Tageszeiten nicht mit einander verbunden werden, um zu einem Mittelresultate zu gelangen, indem man wissentlich bei der Anwendung desselben sowohl für den Morgen als für den Abend ohne Noth gleiche Fehler nur im entgegengesetzten Sinne zuliefse. Einen solchen Faktor als für die mitt-

lere Tageszeit gültig betrachten zu wollen, ist ohne Nutzen, weil der atmosphärische Zustand, welchem er am nächsten entsprechen sollte, fast der wandelbarste, bei welchem ferne Objekte, selten ohne Undulation, sich schwer oder gar nicht beobachten lassen; früh Morgens aber und besonders gegen Abend sind die Beobachtungen weit sicherer und unter sich am übereinstimmendsten. Es sind also auch für die verschiedenen Tageszeiten die einer jeden besonders zukommenden Refraktionsfaktoren zu gebrauchen mit Berücksichtigung der ihnen eigenthümlichen Aenderung in Folge des Zustandes der Atmosphäre während der Beobachtung.

Nähere Untersuchungen und die Anwendung von den einzelnen Beobachtungen, deren Mittheilung überhaupt nur hier vorzüglich beabsichtigt worden, erfordert eine ihnen besonders zu widmende Abhandlung. Kaum wird es erforderlich sein, ausdrücklich noch zu bemerken, daſs die angestellten Beobachtungen auch für die Astronomie um so weniger gleichgültig sein können, da die Aenderungen der Refraktion bei den Gestirnen in gleichen Höhen beträchtlicher sein müssen, als bei den Erdobjekten. Zufolge den nur vermittelst diesen erhaltenen Resultaten ist es schon keinem Zweifel mehr unterworfen, daſs die astronomische Refraktion in der Nacht von der am Tage, die am Vormittage von der am Abend verschieden sein müsse. Wenn astronomische Beobachtungen bisher dies nicht bestimmt entschieden, so rührt es nur daher, daſs sie nahe am Horizont seltner sind, theils weil der Astronom hier die Unregelmäſsigkeit der Strahlenbrechung fürchtet, theils weil Wolken und Undurchsichtigkeit der Luft mehr als näher zum Zenith hindern. In gröſsern Höhen entgeht die Veränderlichkeit der Refraktion der Wahrnehmung, so lange man sich ihrer Wirklichkeit nicht versichert hält, und verbirgt sich hinter den Fehlern der Beobachtung. Es ist wohl kaum zu bezweifeln, daſs nicht für Bestimmung der Zeit durch Sonnenhöhen, daher der Azimuthe, und für die Genauigkeit wichtiger Punkte der Astronomie, öfter die unbeachtete Refraktionsänderung nachtheiligen Einfluſs gehabt habe. Beobachtungen der Sterne, wenn sie zu verschiedenen Zeiten des Tages und der Nacht wenig über den Horizont durch den Meridian gehen, müssen bald zu unsern bisherigen Refraktionstafeln erforderliche Berichtigungen liefern.

Allgemeine

Untersuchungen und Bemerkungen

über die

Lage und Austheilung aller bisher bekannten Planeten- und Kometenbahnen. *)

Von Herrn Bode.

Eine Fortsetzung

der

am 11. Januar 1787. über diese Materie bei der Akademie vorgelesenen Abhandlung. **)

Meine damalige Vorlesung beschäftigte sich mit sieben Planeten und 72 Kometenbahnen, die bis zu der Zeit bekannt waren. Ich wurde durch unsers unvergeſslichen Lamberts, in seinen *kosmologischen Briefen über die Einrichtung des Weltbaues*, aufgestellten sinnreichen Versuche, aus der Halleyschen Tafel über 21 von 1337 bis 1698 erschienene Kometen, Folgerungen über die Austheilung dieser, dem äuſsern Ansehen, der Lage und Gestalten ihrer Bahnen wegen, fremdartig scheinenden Weltkörper im Sonnensystem herzuleiten, zu einem ähnlichen Unternehmen bei der Kenntniſs einer mehr als dreimal gröſsern Anzahl derselben, veranlaſst. Ich nahm jenes Halleysche noch sehr unvollständige Kometenregister, mit den von 1698 bis 1785 viel häufiger aufgefundenen und beobachteten Kometen, ohne Auswahl zusammen, da die, aus Mangel gehöriger Nachforschungen, geringe Anzahl der in den ersten Jahrhunderten darin aufgezeichneten Kometen, das Resultat sehr wenig ändern kann. Diesemnach forschte ich nach, ob sich nicht bei der Austheilung, Bewegungsrichtung, Neigung, Lage, Knoten u. s. w. aller 72 Kometen etwas regelmäſsiges finde, wie sie sich

*) Vorgelesen den 27. Februar 1806.

**) S. die Mémoires für 1787. S. 341 bis 362.

gegen die Stellung und Lage der Sonnenaxe und des Sonnenäquators verhalten, nach welchen Gegenden des Sonnensystems hin, ihre Sonnennähepunkte und Knoten liegen, und was sich sonst dabei als wahrscheinlich oder zuverlässig angeben lasse. Ich fand nun im Ganzen, Lamberts glückliche Ideen mehr bestätigt, und nahm noch zur vergleichenden Darstellung, die 7 Planetenbahnen mit hinzu. Ich entwarf auf einem grofsen Blatt die parabolischen Bahnen aller dieser 72 Kometenbahnen, auf die Ebene der Erdbahn niedergelegt, bis noch jenseits der Marsbahn, und bemerkte auf einer jeden das Perihelium, die Knoten, Neigung, Laufsrichtung u. s. w. *)

Seit jener Vorlesung, also seit nunmehr 19 Jahren, sind wieder 23 Kometen entdeckt worden, und also steigt nun die Anzahl aller beobachteten und berechneten auf 95. Ueberdem hat man, in dieser Zwischenzeit, sogar noch drei neue Hauptplaneten des Sonnensystems zwischen der Mars- und Jupitersbahn, wo auch ich, längst, wenigstens einen erwartete, entdeckt, die die Namen: Ceres, Pallas und Juno erhalten. Ersteren fand bekanntlich Hr. D. Piazzi zu Palermo am 1. Januar 1801, den zweiten Hr. D. Olbers zu Bremen den 28. März 1802, und den dritten Hr. Prof. Harding zu Lilienthal den 1. Sept. 1804.

Die Anzahl der bekannten Kometen und Planeten ist also gegenwärtig bis auf 105 gestiegen. In meinem grofsen Entwurf, den ich hiemit vorzulegen die Ehre habe, trug ich nun die seit 1785 noch beobachteten und berechneten 23 Kometenbahnen ein, so wie von den drei neu entdeckten Planeten denjenigen Theil ihrer elliptischen Bahnen, der innerhalb der Grenzen des äufsern Zirkels fällt. Jene Tafel der Elemente von 72 Kometenbahnen steht schon in den Mémoires für 1787, und gegenwärtig erfolgt der Nachtrag derselben für die bis 1805 erschienenen 23 Kometen, gleichfalls nur in einer für den Entwurf der Bahnen hinreichenden Genauigkeit. Ich habe in demselben gleichfalls die beiden neu berechneten Kolumnen für die auf die Ekliptik reducirte Länge der Kometen im Perihelio und für ihre heliocentrische Breite daselbst, beigefügt. Zugleich erfolgen am Schlufs der Tafel die nemlichen Elemente, für sämmtliche nunmehr bekannte zehn Planetenbahnen.

Ich mache, wie in meiner erstern Abhandlung, wieder den Anfang mit der Sonnennähe. Dieser Punkt fällt bei allen Planetenbahnen helio-

*) Diese grofse Charte fehlt noch in den Mémoires; sie erschien in Kupfer gestochen in der Himburgschen Buchhandlung im Jahr 1791.

centrisch, und der Länge nach auf die Ebene der Ekliptik reduzirt, vom 2ten Grad der ♓ ostwärts bis zum 17ten Grad der ♍, also auf einen Bogen von 195°, der 21° kürzer sein, also noch keinen Halbzirkel betragen würde, wenn die Sonnennähe des Uranus nicht in die Mitte des Zeichens der ♍ träfe, da die äufserste östliche Grenze derselben bei der Ceres statt findet und im 26° ♌ liegt. Nun fallen, sehr merkwürdig, die auf die Ekliptik reduzirten Sonnennähepunkte vom bei weitem gröfsten Theile unserer bisher bekannten 95 Kometenbahnen gleichfalls nach eben dieser Seite des Sonnensystems hinaus. Es erreichten nemlich, wenn ich die letztern Grade des ♒ mitnehme, in den Zeichen ♓ ♈ ♉ ♊ ♋ ♌ und ♍ 65 Kometen ihre Sonnennähe, und nur die übrigen 30 kamen der Sonne in ♎ ♏ ♐ ♑ und der ersten Hälfte des ♒ am nächsten. Ueberhaupt gingen durch in den 6 nördlichen Zeichen 58, in den 6 südlichen 37.

Es ist also, der sehr verschiedenen Abweichungen und gröfstentheils viel stärkern Neigungen der Kometenbahnen, gegen die der Planeten ungeachtet, doch so ziemlich eine und dieselbe Gegend des Sonnengebiets, in welcher die mehresten bekannten Kometen mit den Planeten gemeinschaftlich sich der Sonne am meisten nähern, welches kein blofser Zufall zu sein scheint. Nun behält bei der 25tägigen Umwälzung der Sonnenkugel, ihre Axe unter dem Winkel von 82½° eine unverrückte Stellung gegen den 8° ♓ und ♍, wohin also die Sonnenaxe gerichtet ist und die Pole der ⊙ fallen. Der Sonnenäquator neigt sich daher um 7½° mit der Ebene der Ekliptik, und dessen Knoten liegen in 8° ♊ und ♐. Sehen wir also die ⊙ im ♓ oder ♍, so erscheinen die Sonnennähepunkte aller Planeten- und Kometenbahnen gröfstentheils auf der Ost- oder Westseite derselben, und es scheint also, dafs sie auf die Lage dieser Drehungsaxe der ⊙ einen Bezug haben und senkrecht gegen dieselbe am gewöhnlichsten angetroffen werden. Bei den Polen der ⊙ herum, unter 82½° Nördlicher und Südlicher Breite in 8° ♓ und ♍ hingegen ging fast kein einziger Komet durch seine Sonnennähe.

Das zweite, was zu untersuchen ist, betrifft die Entfernung des Sonnennähepunkts aller dieser 95 Kometenbahnen. Setzt man den mittlern Abstand der Erde von der ⊙ = 1000, so liefen in dem Nord- und Südwärts liegenden Raum zunächst um die Sonne:

zwischen	0 u. 100 Theilen	4 Komet.	zwischen	900 u. 1000 Theilen	7 Komet.
—	100 — 200	— 3 —	—	1000 — 1100	— 9 —
—	200 — 300	— 8 —	—	1100 — 1200	— 2 —
—	300 — 400	— 7 —	—	1200 — 1300	— 2 —
—	400 — 500	— 9 —	—	1400 — 1500	— 1 —
—	500 — 600	— 14 —	—	1500 — 1600	— 3 —
—	600 — 700	— 8 —	—	2100 — 2200	— 1 —
—	700 — 800	— 10 —	—	3700 — 3800	— 1 —
—	800 — 900	— 6 —			

Setzt man aber richtiger die wirkliche Entfernung der Planeten von der ☉, in der Gegend, wo ein jeder Komet in seiner Sonnennähe war, an, so liefsen hindurch:

zwischen der Sonnen- und Merkursbahn . . . 20 Kometen
— — Merkur- und Venusbahn . . . . . 36 —
— — Venus- und Erdbahn . . . . 20 —
— — Erd- und Marsbahn . . . . 15 —
— — Mars- und Ceresbahn . . . . 4 —

Die weit gröfsere Anzahl der Kometen, die innerhalb der Erdbahn ihr Perihelium erreichten, giebt zu erkennen, dafs diese, ihres schnellern Laufs und stärkeren Lichtes wegen, uns gewöhnlicher zu Gesicht kommen müssen als die entlegenern. Da ferner zwischen der Merkur- und Venusbahn, die mehresten Kometen der ☉ am nächsten durchgingen, so ist daselbst noch der besondere Grund ihrer Sichtbarkeit darin zu suchen, weil solche gerade in dem halben Abstand zwischen uns und der Sonne ihr Perihelium haben, sich etliche Monate in diesem Raume verweilen, und so am ersten, an der West- oder Ostseite der Sonne am Firmament zum Vorschein kommen können. Kometen, die sich bis innerhalb der Merkursbahn zur Sonne herablassen, erscheinen auch ihres oft lebhaftern Lichts und ihrer längern Schweife wegen nicht selten bei einer vortheilhaften Stellung der Erde gegen sie und gegen die Sonne. Allein die in der Nachbarschaft der Erdbahn, innerhalb oder aufserhalb derselben der Sonne am nächsten vorbeigehende, zeigen gewöhnlich eine schwächere Erleuchtung, durchlaufen oft, wegen ihrer Nähe in kurzer Zeit scheinbar einen grofsen Bogen der Himmelskugel, und sind nicht lange sichtbar.

Da ferner von unsern 95 Kometen allein 76 innerhalb der Erdbahn ihr Perihelium passirten, wo doch die Planetenbahnen am engsten beisam-

men liegen, so könnte man daraus folgern, daſs in den erweiterten Räumen jenseits der Erdbahn, noch eine viel gröſsere Menge dieser Weltkörper sich aufhalten und der Sonne am nächsten kommen. Lambert läſst die Anzahl der Kometen sogar, wie das Quadrat des Abstandes ihrer Perihelien zunehmen, und findet diese Voraussetzung bei der Merkur- und Venusbahn schon zum Theil mit dem unvollständigen Halleyschen Kometenregister zustimmend. Aber auch noch das jetzige fast fünfmal stärkere, harmonirt hiebei recht gut damit. Z. B. innerhalb der Venusbahn liefen 56 und innerhalb der Merkursbahn 20 durch das Perihelium. Nun ist die Kreisebene der Bahn des Merkurs etwa dreimal kleiner als die der Venus, und es verhält sich 56 : 20 ohngefähr wie 3 : 1.

In Betreff der Jahreszeiten zeigt das gegenwärtige Kometenregister, daſs von diesen 95 Kometen in den 6 Sommermonaten vom April bis September 39, und in den 6 Wintermonaten vom Oktober bis März 56 durch ihr Perihelium gingen. Da wir nun die Kometen nur in der Nachbarschaft ihrer Sonnennähen und bei Nacht sehen, so trägt allerdings wol ihre Sichtbarkeit zu diesem merklichen Unterschied einiges bei, oder wir müssen mehrere in den langen Winter- als kurzen Sommernächten entdecken.

Drittens liegen die aufsteigenden Knoten aller zehn Planetenbahnen heliocentrisch, gleichfalls nach eben der nemlichen Gegend des Sonnensystems hin, wo ihre Sonnennähen eintreffen, nemlich von 16° des ♉ bis 22° ♍, also auf einem Bogen von 126 Graden *), oder etwas über dem dritten Theil vom Kreise. Nun giebt unser Verzeichniſs von 95 Kometenbahnen, innerhalb diesen Graden der Länge den ☊ von 42 Kometen, also fast die Hälfte von der ganzen Anzahl der beobachteten, an. Nehme ich den Halbzirkel, innerhalb welchem der 16° ♉ und 22° ♍ liegen, also von 19° ♈ bis 19° ♎, so fällt in denselben der ☊ von 59 Kometen, also fast $\frac{2}{3}$ von 95. Ueberhaupt liegt in den 6 Nördlichen Zeichen der aufsteigende Knoten von 57, in den 6 Südlichen der von 38 Knoten. Hieraus ergiebt sich, daſs die mehresten Kometen mit allen Planeten gemeinschaftlich nach einer und derselben Gegend des Sonnensystems ihren ☊ und Sonnennähepunkt erreichen.

*) Der ☊ der Pallas und Juno fallt gemeinschaftlich in den 22° ♍. Vor der Entdeckung dieser Planeten waren die Knoten bei den übrigen Planeten in viel engere Granzen, und etwa nur auf die Hälfte des obigen Bogens, eingeschlossen, nemlich zwischen den 16° ♉ und 21° ♋ = 65°.

Nun sind alle Planeten, bis auf den Uranus, in ihrer Sonnennähe dem ☊ viel näher als dem ☋. Allein, nach unsrem jetzigen vollständigeren Kometenregister sind die Knoten der Kometenbahnen in Ansehung des Abstands von ihrem Perihelio mehr vertheilt. Nach der Länge in der Bahn, also wahren Entfernung vom Knoten im Perihelio gerechnet, kamen 49 Kometen, unter 90° Abstand vom ☊ west- oder ostwärts, und 46 unter 90° vor oder nach dem ☋ in die Sonnennähe.

Daſs bei den mehresten nun bekannt gewordenen Kometen, der ☊ in die Nördlichen Zeichen fällt, befördert freilich ihre Sichtbarkeit, in Europa; allein, wir sehen auch öfters Südliche Kometen durch ihren ☊ in unsere nördliche Hemisphäre treten und zum Vorschein kommen.

Viertens, sind unter unsern 95 Kometenbahnen, nur 14, deren Ebenen sich längs der Knotenlinie weniger gegen die Ebene der Erdbahn neigen, als 8 von den jetzt bekannten 9 Planetenbahnen, nemlich 13° (die 9te oder Pallasbahn, wegen ihrer so groſsen Neigung von 34° nicht gerechnet). Alle übrige neigen sich unter viel gröſseren Winkeln. Bei 39 Kometenbahnen ist die Neigung unter 45°, und bei 56 von 45 bis 90 Grad, so daſs also die gröſsern Winkel die gewöhnlichsten sind. Folgende Tafel, aus unserm Kometenregister abgeleitet, giebt dies gleichfalls zu erkennen. Denn es finden sich überhaupt diese Neigungswinkel:

Zwischen	0	und	10°	bei	8	Kometen.
—	10	-	20	-	11	—
—	20	-	30	-	8	—
—	30	-	40	-	9	—
—	40	-	50	-	10	—
—	50	-	60	-	15	—
—	60	-	70	-	15	—
—	70	-	80	-	10	—
—	80	-	90	-	9	—

Nach angestellten Untersuchungen habe ich nun abermal gefunden, daſs diese Neigungswinkel keinesweges etwa nach einer gewissen Gegend des Sonnensystems hinaus gewöhnlich gröſser oder kleiner ausfallen, sondern sie sind in alle Zeichen auf das verschiedentlichste vertheilt und scheinen daher überall sämmtlich gleich möglich zu seyn. Hiedurch wird eine gröſsere Mannigfaltigkeit in den Bewegungsrichtungen veranlaſst, es werden die gegenseitigen geschickten Ausweichungen der Planeten und Kometen beför-

befördert, und die anziehende Kraft der grofsen Sonnenkugel und ihre wohlthätigen Wirkungen nach allen Seiten benutzt. Es scheint auch, dafs die Entfernungen und Oerter der Sonnennähe nicht nach dem Maafse gröfserer oder kleinerer Neigungswinkel, Entfernungen und Oerter, an besondere Gegenden des Sonnenbezirks gebunden sind, denn es zeigen sich hiebei grofse Ausnahmen. Unterdessen hatten doch von den 20 Kometen, die sich innerhalb der Merkursbahn zur Sonne herabliefsen, 16 sehr grofse Neigungswinkel zwischen 30 und 80 Grad, und bei vieren lag derselbe zwischen 13 und 22 Grad. Lambert hat dies schon bei den 21 Kometen der Halleyschen Tafel bemerkt, und daraus den wohlthätigen Zweck einer geschickten Ausweichung der Kometen und der innern Planeten erkannt.

Um noch zu sehen, ob alle Neigungswinkel gleich möglich sind, zeigt folgende Tafel: 1) wie viele von unsern 95 Kometen auf jede Abtheilung dieses Winkels von 10 zu 10 Grad kommen, und 2) wie viel bei der gleichförmigen Vertheilung dazu gehören sollten.

Neigung der Bahn.	Beobachtete Anzahl.	Berechnete Anzahl.	Unterschied.
Zwischen 0 u. 10°	8	10	+ 2
— 0 - 20	19	21	+ 2
— 0 - 30	27	31	+ 4
— 0 - 40	36	42	+ 6
— 0 - 50	46	52	+ 6
— 0 - 60	61	63	+ 2
— 0 - 70	76	73	— 3
— 0 - 80	86	84	— 2
— 0 - 90	95	95	— 0

Im Allgemeinen sind also hiernach die Neigungswinkel ziemlich mit der Rechnung zustimmend vertheilt, obgleich die gröfstentheils auf einer Seite fallenden Ausnahmen erkennen zu geben scheinen, dafs die Neigungen von mittlerer Gröfse seltener vorfallen. Die fast 5mal geringere Kometenanzahl der Halleyschen Tafel zeigte hiebei sehr geringe Unterschiede, woraus Lambert folgerte, dafs die Neigungswinkel in gleicher Anzahl vorkommen.

Fünftens liefen von unsern 95 Kometen, aus der Sonne gesehen, sehr merkwürdig, gerade die Hälfte, nemlich 48, vorwärts oder mit allen Planeten gemeinschaftlich von Westen nach Osten, wohin sich auch die

Sonnen- und Planetenkugeln um ihre Axen drehen, und 47 rückwärts oder nach der entgegengesetzten Seite. Daher scheinen die ursprünglichen heliocentrischen Richtungsläufe oder Wurffbewegungen der Kometen sowol nach der einen als andern Gegend gleich möglich, und also an keine bestimmte gebunden zu seyn. Es findet sich auch dabei keine Regelmäſsigkeit, so wenig in Betreff der Gröſse der Neigungswinkel als der Lage der Knotenlinien und Perihelien; doch ist es auffallend, daſs von den 14 Kometen, deren Bahnen sich weniger als die jetzt bekannten Planeten (die Pallas ausgeschlossen) gegen die Ebene der Ekliptik neigen, 9 ihren Weg vorwärts nahmen. Ferner, daſs von den 47 rückwärts gegangenen, keiner in ♓ und ♍ sein Perihelium erreichte, wohin die Pole der Sonne fallen, die 48 vorwärts laufenden aber in allen 12 Zeichen des Thierkreises dort ankamen. Bei allen rückwärts gehenden liegt der ☊ nicht im ♓, und bei den rechtläufigen nicht im ♋.

Der Neigungswinkel einer Kometenbahn wird bekanntlich allemal so genommen, wie er für einen Zuschauer in der Sonne, nach der Seite des Kometen und dessen Perihelium hinaus vor ihm liegt, und ist also allemal kleiner als 90 Grad. Nimmt man aber bei rückwärts gehenden Kometen das Complement dieses Winkels zu 180 Grad, so liegt die Bahn an ihrer Knotenlinie auf der entgegengesetzten Seite der Sonne, und sie laufen in derselben mit den vorwärts gehenden nach der nemlichen Richtung im Sonnensystem fort, oder von Westen nach Osten, das ist von der rechten zur linken Hand, wobei man den Kometen allemal heliocentrisch hinter sich hat. Hiernach zu rechnen gäbe es eigentlich keine rückwärtsgehende Kometen. Setzt man also von den Neigungswinkeln der als rückläufig bemerkten, das Compl. zu 180° an, so ergiebt sich von 10 zu 10° die ganze Anzahl aller bekannten Kometen folgendermaaſsen sehr gleichförmig vertheilt:

Von 0 bis 10°	— 6 Kometen.	Von 90 bis 100°	— 3 Kometen.
— 10 - 20	— 7 —	— 100 - 110	— 6 —
— 20 - 30	— 3 —	— 110 - 120	— 8 —
— 30 - 40	— 4 —	— 120 - 130	— 8 —
— 40 - 50	— 3 —	— 130 - 140	— 6 —
— 50 - 60	— 8 —	— 140 - 150	— 6 —
— 60 - 70	— 6 —	— 150 - 160	— 4 —
— 70 - 80	— 5 —	— 160 - 170	— 4 —
— 80 - 90	— 6 —	— 170 - 180	— 2 —
	48 Kometen.		47 Kometen.

Ob nun gleich der Richtungslauf, zufolge der obigen Vorstellung, die vor- und rückwärts gehenden Kometen nicht von einander unterscheidet, so bleibt doch ein wesentlicheres Unterscheidungsmerkmal derselben dieses, dafs jene der 25tägigen Umwälzungsrichtung der grofsen Sonnenkugel, gemeinschaftlich mit allen Planeten folgen; diese aber solcher entgegengesetzt sich im Sonnensystem bewegen.

Sechstens kamen von unsern 95 Kometen, 54 unter einer nördlichen Breite im Perihelio, nemlich 25 nach dem ☊ und 29 vor dem ☋; so wie 41 unter einer südlichen Breite, nemlich 25 vor dem ☊ und 16 nach dem ☋. Es sind also die Sonnennähepunkte noch so ziemlich an der Nord- und Südseite der Sonnenkugel vertheilt. Der gröfsern Anzahl an der Nordseite wegen, scheinen dort die Durchgänge am gewöhnlichsten zu geschehen, denn die Sichtbarkeit der Kometen wird wol hiebei nicht sehr befördert, weil sie nur bei grofsen nördlichen Breiten im Perihelio sich uns noch zu zeigen pflegen. Von den 48 vorwärts gehenden waren 28 unter einer nördlichen und 20 unter einer südlichen Breite im Perihelio; von den 47 rückwärts laufenden aber 26 unter einer nördlichen und 21 unter einer südlichen Breite, demnach von der einen Art fast so viel als von der andern. Theilt man die 95 Kometen in diese zwei Klassen, so finden sich im Ganzen von den 54 nördlichen die mehresten grofsen Neigungswinkel.

Sind nun die Sonnennähepunkte durch die Sphäre überall gleichförmig vertheilt, so müssen ihre heliocentrischen Breiten oder Erhöhungen über der Ebene der Ekliptik wie die Zonen derselben, also nach den Sinussen der Breite abnehmen. Wie dies nun bei den nördlichen und südlichen Breiten zutrift, zeigt folgende Tafel.

Breite im Perihelio Nördlich.				Breite im Perihelio Südlich.			
	Anzahl der Kometen.	Berechnete Anzahl.	Unterschied.		Anzahl der Kometen.	Berechnete Anzahl.	Unterschied.
o bis 10°	10	9	— 1	o bis 10°	9	7	— 2
o — 20-	18	18	0	o — 20-	20	14	— 6
o — 30-	28	27	— 1	o — 30-	29	20	— 9
o — 40-	32	35	+ 3	o — 40-	33	26	— 7
o — 50-	38	41	+ 3	o — 50-	39	31	— 8
o — 60-	45	46	+ 1	o — 60-	40	35	— 5
o — 70-	50	50	0	o — 70-	41	38	— 3
o — 80-	53	53	0	o — 80-	41	40	— 1
o — 90-	54	54	0	o — 90-	41	41	0

Bei den Nordwärts durchgegangenen Kometen stimmt also die berechnete Anzahl sehr gut mit der beobachteten; allein bei den Südwärts passirten finden sich beträchtlichere Unterschiede, die anzudeuten scheinen, dafs dort noch mehrere Kometen, vielleicht unter sehr grofsen Südlichen Breiten von uns ungesehen, ihr Perihelium erreichten.

Haben wir demnach, aus den bisher vorgestellten Gründen, anzunehmen Ursache, dafs alle Neigungswinkel der Kometenbahnen gleich möglich und auch, dafs die Perihelien ziemlich gleichförmig vertheilt sind, so ist noch zu untersuchen, ob die Bahnen dieser Weltkörper alle mögliche Lagen unter einander haben. Denkt man sich hiebei eine Linie aus der Sonne senkrecht auf die Ebene einer Kometenbahn gezogen, so bezeichnet dieselbe am Firmament den Pol derselben, und diese Pole müfsten daher heliocentrisch an der Kugeloberfläche gleichförmig vertheilt und vom Pol der Ekliptik um den Neigungswinkel entfernt seyn, oder das Compl. dieses Winkels ist der Abstand des Pols der Kometenbahn von der Ekliptik. Die Anzahl der Pole *) der Kometenbahnen würde hiernach wie bei den Perihelien zunehmen, das ist: wie der Sinus dieses Complements oder wie der Cosinus des Neigungswinkels. Wie dies nun zutrift zeigt folgende Tafel:

Compl. des Neigungswinkels.	Beobachtete Anzahl.	Berechnete Anzahl.	Unterschied.
Zwischen 0 u. 10°	9	17	+ 8
— 0 - 20	19	32	+ 13
— 0 - 30	34	47	+ 13
— 0 - 40	49	61	+ 12
— 0 - 50	59	73	+ 14
— 0 - 60	68	82	+ 14
— 0 - 70	76	89	+ 13
— 0 - 80	87	93	+ 6
— 0 - 90	95	95	0

Hier sind die Unterschiede beträchtlich gröfser, als oben für die gleichmöglichen Neigungswinkel sich ergaben. Die Abweichungen fallen auch hiebei sämmtlich auf eine Seite und die berechnete Anzahl ist gröfser als

*) Anmerk. Mémoires 1787 Seite 357 Zeile 9 lies statt Orbites, Poles.

die beobachtete. Hieraus scheint hervorzugehen, dafs die Voraussetzung: die Kometenbahnen haben unter einander alle mögliche Lagen ihrer Ebenen, zur Folge hat, dafs nicht alle Neigungswinkel gleich möglich sind, sondern dafs der gröfsern mehr seyn müssen als der kleinern, und zwar in einem Verhältnifs, welches die bisherigen Beobachtungen nicht geben. Es müfsten sich z. B. finden:

Zwischen 0 und 45° Neigung 28 Kometen.
— 45 - 90 — 67 —

Nach der obigen Tafel aber sind beobachtet:
zwischen 0 und 45° — 39 Kometen,
— 45 - 90 — 56 —

Da es nun wahrscheinlich ist, dafs die Sichtbarkeit der Kometen hiebei grofse Ausnahmen machen, dafern nicht die mit grofsen Neigungen gerade in ihrer besten Sichtbarkeit in die Südliche Halbkugel fallen, auch ohnedem die gleichförmige Vertheilung der Neigungswinkel und die gleich möglichen Lagen der Perihelien oder die Neigung der grofsen Axen gegen die Ebene der Ekliptik, wenigstens besser mit unsern 95 beobachteten Kometen zutreffen, so haben diese ohnstreitig den Vorzug vor den gleichmöglichen Lagen ihrer Ebenen unter sich, zumal da auch überhaupt letzteres mit den beiden ersteren sich nicht gut vereinigen läfst.

Bei allen Lücken und Ausnahmen, die unser jetziges vollständigeres Kometenregister von allgemeinen unumstöfslichen Regeln noch zeigt, stellt es doch unverkennbare Spuren auf, von einer gewissen Ordnung und Regelmäfsigkeit in der gemeinschaftlichen Stellung, Lage und dem Richtungslauf aller bisher bekannten 105 Planeten- und Kometenbahnen, welche darauf hindeuten, dafs weise und wohlthätige Plane einer vernünftigen, ewig wirksamen Ursache aller Dinge, dabei obwalten. Im Ganzen wird alles das noch mehr bestätigt, was schon Lambert vor 45 Jahren, aus der Halleyschen Kometentafel folgerte, und ich in meiner ehemals vorgelesenen Abhandlung weiter fortsetzte. Es würden aber die Resultate höchstwahrscheinlich mit den Voraussetzungen noch besser harmoniren, wenn Kometenbeobachtungen in ältern Zeiten eben so häufig angestellt worden wären als seit einem Jahrhundert, und wenn nicht manche Kometen, wegen anhaltender unbeständiger und trüber Witterungen, ihrer Erscheinung bei Tage, grofsen

Südlichen Breiten und zu weiter Entfernung von der Erde, den Nachforschungen der europäischen Astronomen sich entzögen.

In meinem astronomischen Jahrbuch für 1789 habe ich die vom nunmehr verstorbenen Prof. Prosperin zu Upsala berechnete Tafel über den kleinsten Abstand aller bis dahin berechneten 72 Kometen von der Erdbahn geliefert. In des Herrn Dr. Olbers Abhandlung über die leichteste Methode, die Bahn eines Kometen zu berechnen, 8. Weimar 1797, ist diese Tafel bis zum Kometen von 1795 fortgeführt und enthält dies Bestimmungsstück für 84 Kometen. Es ergiebt sich nun aus derselben, dafs gerade davon die Hälfte, also 42 bei ihrem ☊ und 42 bei ihrem ☋ unserer Erde am nächsten kommen können. Bei 4 Kometen war bei ihrer gröfsten Erdnähe, der Abstand vor oder nach dem ☊ oder ☋ unter 1°, bei 11 zwischen 1 und 2°, bei 13 ging dieser Abstand bis zu 5°. Dann findet derselbe bei den mehrsten von 5 bis 60° statt.

Den Abstand der ♁ von ☉ = 1000 gesetzt, kamen nach dieser Tafel nur 3 Kometen unserer Erde bis 2, 5, 9 solcher Theile (jeder hat einen absoluten Werth von 20800 Meilen) am nächsten; 14 bis auf 50 und 13 bis auf 100. Die übrigen gehen uns, auch in den bedenklichsten Fällen, in weit gröfsern Entfernungen vorbei. Aus allen diesem läfst sich die geringe Gefahr beurtheilen, die wir von allen diesen Kometen zu befürchten haben, wenn man auch den gewifs äufserst seltenen Fall annimmt, dafs die Erde und einer derselben sich gerade in den einander am nächsten liegenden Puncten ihrer Bahnen zu gleicher Zeit begegnen.

Aufser nun, dafs meine grofse Charte zur allgemeinen Uebersicht des wahren parabolischen Laufs aller bisher berechneten 95 Kometen und der dabei vorkommenden nähern Umstände, als Oerter und Abstand der Sonnennähe, Knotenlinie, Richtungslauf, Neigung etc., die durch Zeichen und Schrift bemerkt worden, dienen kann, ergiebt sich auch auf derselben, dafs bis ziemlich weit jenseits der Marsbahn, und in die Region der Ceres-, Pallas- und Junobahnen, von diesen 95 Kometen sich 132 Knoten bei der Sonne herum in allen Gegenden finden, nemlich 74 aufsteigende und 58 niedersteigende. Von allen diesen Durchschnittspunkten treffen aber nur drei beinahe, das heifst nach astronomischer Redensart bis auf mehrere tausend Meilen, in die Erdbahn; alle übrige liegen in sehr verschiedentliche Entfernungen zwischen den Planetenbahnen zerstreut, nemlich:

zwischen der Sonne und Merkursbahn	15	
— — Merkur- und Venusbahn	25	
— — Venus- und Erdbahn	25	
— — Erd- und Marsbahn	42	
und jenseits der Marsbahn bis zum Abstande von 2800	noch	25 Knoten.

Und auch diese schickliche Vertheilung der Knoten scheint mir gleichfalls einen Beweis aufzustellen, dafs die dadurch beförderte Ausweichung der Planeten und Kometen, gleichfalls im wohlthätigen Plane des Allerweisesten beim Entwurf des Sonnensystems gelegen.

Verzeichniſs von 23 seit dem Jahre 1785 erschienenen Kometen, deren Bahnen berechnet worden.

Fortsetzung der Tafel in den Memoiren 1787 Seite 361.

	Zeit der Sonnennähe	☊	Neigung der Bahn.	Sonnennähe in der Bahn.	Sonnennähe in der Ekliptik.	Breite in der Sonnennähe.	Abstand der Sonnennähe.	Lauf.
No.	Jahre. Mt. T.	Z. G. M.	G. M.	Z. G. M.	Z. G. M.	G. M.	♁ von ☉ = 1000	
73	1786 Jul. 7	♎ 14 23	50 54	♍ 9 26	♍ 20 36	26 24 S.	410	V.
74	1787 Mai 10	♋ 16 52	48 16	♈ 7 44	♈ 3 17	47 27 N.	349	R.
75	1788 Nov. 10	♍ 7 11	12 28	♋ 9 8	♋ 9 45	10 33 N.	1063	R.
76	1788 Nov. 20	♓ 22 24	64 30	♈ 22 50	♈ 6 36	27 12 N.	757	V.
77	1790 Jan. 15	♍ 26 12	31 54	♊ 0 14	♉ 26 22	28 22 N.	753	R.
78	1790 Jan. 28	♐ 27 9	56 58	♋ 21 45	♋ 11 10	20 25 S.	1064	V.
79	1790 Mai 21	♉ 3 11	63 52	♑ 3 4[illegible]	♐ 11 7	51 25 N.	798	R.
80	1792 Jan. 13	♎ 10 46	39 47	♉ 6 30	[illegible] 1 5	16 8 N.	1293	R.
81	1792 Dec. 27	♑ 13 18	49 0	♌ 16 [illegible]	♌ 6 12	24 7 N.	966	R.
82	1793 Nov. 4	♋ 18 29	60 21	♏ 18 42	♐ 8 8	48 41 S.	403	R.
83	1793 Nov. 18	♈ 2 20	51 56	♊ 11 0	♉ 29 59	47 10 N.	1504	V.
84	1795 Dec. 15	♓ 23 14	22 10	♍ 10 29	♍ 11 24	4 47 N.	243	V.
85	1796 April 2	♈ 17 2	64 55	♎ 12 44	♎ 15 12	3 54 S.	1578	R.
86	1797 Jul. 9	♒ 29 16	50 41	♉ 19 27	♉ 14 0	49 40 S.	527	R.
87	1798 April 4	♌ 2 9	43 52	♋ 14 59	♋ 19 36	11 48 S.	485	V.
88	1798 Dec. 31	♐ 9 30	42 15	♉ 3 33	♉ 11 18	23 14 S.	775	R.
89	1799 Sept. 7	♋ 9 27	50 57	♈ 3 39	♈ 0 17	50 35 N.	840	R.
90	1799 Dec. 25	♌ 26 49	77 2	♎ 10 20	♍ 8 51	42 9 S.	626	R.
91	1801 Aug. 8	♉ 14 28	21 20	♎ 3 49	♎ 5 49	13 43 S.	262	R.
92	1802 Sept. 9	♒ 10 17	57 0	♓ 2 8	♒ 22 36	18 11 N.	1094	V.
93	1804 Fbr. 13	♍ 26 48	56 29	♌ 28 45	♍ 10 24	23 5 S.	1071	V.
94	1805 Nov. 18	♓ 14 37	15 37	♌ 27 51	♌ 28 26	4 28 N.	379	V.
95	1805 Dec. 31	♐ 10 35	16 30	♋ 19 22	♋ 18 12	10 15 S.	892	V.

Die Planeten.

	☉ Aequator	♊ 8	7 30					
I	Merkur ☿	♉ 15 52	7 0	♊ 14 14	♊ 14 3	3 19 N.	308	V.
II	Venus ♀	♊ 14 48	3 24	♌ 8 31	♌ 8 28	2 44 N.	718	V.
III	Erde ♁			♋ 9 22	♋ 9 22	0 0	983	V.
IV	Mars ♂	♉ 17 59	1 51	♓ 2 16	♓ 2 17	1 48 S.	1382	V.
V	Ceres ⚳	♊ 20 59	10 38	♌ 26 26	♌ 26 3	9 32 N.	2689	V.
VI	Pallas ⚴	♍ 22 30	34 38	♌ 1 3	♌ 6 35	26 23 S.	2519	V.
VII	Juno ⚵	♍ 21 3	13 4	♉ 23 11	♉ 22 33	11 32 S.	2410	V.
VIII	Jupiter ♃	♋ 8 20	1 19	♈ 11 2	♈ 11 2	1 19 S.	4953	V.
IX	Saturnus ♄	♋ 21 53	2 30	♊ 28 56	♊ 28 57	0 58 S.	9004	V.
X	Uranus ♅	♊ 12 49	0 46	♍ 17 15	♍ 17 15	0 46 N.	18174	V.

Von

Von

der Zusammensetzung der Kräfte,

als

mathematische Aufgabe betrachtet.

Von Herrn Tralles *).

I.

Vorläufige Bemerkungen, das Problem betreffend.

Mehrere Schriftsteller, verleitet durch das Ansehen des grofsen Geometers des Alterthums, welcher die Statik zuerst systematisch behandelte, oder durch die scheinbare Einfachheit des gleicharmichten Hebels, haben aus dem bei diesen nicht zu läugnenden Gleichgewichte, die Lehren der Statik überhaupt abzuleiten unternommen. Bei Seite gesetzt, dafs dieser Gang etwas mechanisches hat, ist auch der demselben zum Grunde liegende Satz, schon ein besonderer Fall des Gleichgewichtes dreier Kräfte. Die Darstellung des allgemeinen Falls bleibt also eine Forderung der reinen Theorie, damit wirklich im wissenschaftlichen Systeme das Gleichgewicht am gleicharmichten Hebel als abgeleiteter partikulärer Satz erscheine. Im Entstehen einer Wissenschaft wird weniger an eine genaue Anordnung des Erfundenen gedacht, als an der blofsen Einsicht der Wahrheit neuer Sätze oder ihres Nutzens in der Anwendung, sei es aufs Praktische oder zur fernern Erweiterung der Einsichten und Kenntnisse. Es ist daher nicht zu verwundern, dafs weder Stevin den Satz vom Gleichgewicht dreier auf einen Punkt wirkender Kräfte, noch Galilei die Zusammensetzung der Bewegung als die allgemeineren Principien ansahen, sondern diese von ihnen entdeckten Sätze nur gelegentlich in ihren Untersuchungen benutzten. Erst mit dem Anfange einer neuen Epoche für die mechanischen

*) Vorgelesen den 25. Juni 1807.

Wissenschaften, haben diese Sätze ihre gehörige Stelle und Würdigung von Newton in seinen Principien erhalten, und im Jahre nach deren Erscheinung, 1687, gründete Varignon seinen Entwurf einer neuen Mechanik ganz auf das Parallelogramm der Kräfte; der Satz selbst blieb aber an sich eigentlich unerwiesen, oder man hatte doch Ursache sich an den bis dahin gegebenen Gründen nicht zu befriedigen. Daniel Bernoulli scheint mir der erste gewesen zu sein, der sich bemühte, einen genauen Beweis an die Stelle der Gründe zu setzen, die bis dahin die Sätze mehr zu verdeutlichen dienten, als die Nothwendigkeit ihrer Wahrheit darzuthun. Nicht selten pflegt es der Fall zu sein, dafs wenn die Entwickelung eines Satzes nicht gelingt, die zu dessen Herleitung angewandten Principien nicht die rechten sind. Auch legte D. Bernoulli seinem Beweise einen von ihm wie ich glaube zuerst gebrauchten Satz zum Grunde; diesen nemlich: wenn drei Kräfte im Gleichgewicht sind, so werden sie es auch dann sein, wenn ihre Gröfsen in einerlei Verhältnifs vergröfsert oder vermindert werden. Die Darstellung welche Bernoulli von denselben giebt, ist etwas kurz, und Bernoulli hat unberührt gelassen worauf sich derselbe gründet, welches doch nachgewiesen werden kann. Indessen den Satz, der evident genug ist, zugegeben; so zeigt Bernoulli vermittelst desselben und den bekanntesten allgemein angenommenen ersten Grundwahrheiten der Lehre des Gleichgewichts, sehr gut, wie die Gröfse der Kraft, welche zweien nach aufeinander rechtwinklichten Richtungen, auf einen Punkt wirkenden Kräften, gleichgeltend ist, gefunden werden könne. Allein die Richtung dieser Kraft zu bestimmen, macht den schwierigsten und weitläuftigsten Theil seines Beweises aus, welcher jedoch auf eine elementare Weise befriedigend durchgeführt wird und allerdings verdient hätte, in den Lehrbüchern der Statik aufgenommen zu werden. Man hat diesem Beweise vorgeworfen, er sei zu lang, und enthalte unerwiesene Voraussetzungen; ein Tadel, gegen welchen sich Bernoulli's Beweisart wohl rechtfertigen liefse. Indessen, vergessen oder, nicht gebührend gewürdigt und übersehen, gab lange hernach ohne dasselbe zu erwähnen, d'Alembert in seiner Dynamik einen eignen Beweis, welcher aber keinesweges genügend ist. Hingegen hat Hr. Laplace, in seiner *Mécanique céleste*, kein Princip der Bewegungslehre unbeleuchtet gelassen, und auch die Zusammensetzung der Kräfte einer kunstreichen Darstellung unterworfen, welche, was die Bestimmung der Gröfse der Kraft anbetrift, mit der Bernoullischen im Grunde

übereinkömmt, aber für die Bestimmung der Richtung durch einen eigenthümlichen Gang das allgemeine Resultat giebt, was Bernoulli vermittelst synthetischer Construktion nur in der Auseinandersetzung aller besondern Fälle zeigen konnte.

Wenn gleich die gegebenen Beweise, welche sowohl auf synthetischem als analytischem Wege mehrere Abänderungen in der Darstellung noch zulassen, die Wahrheit des Satzes gegen Einwürfe sichern, so führen sie doch nur von besondern Fällen des Gleichgewichts zum Allgemeinen. Es läfst sich also noch eine allgemeine rein analytische von jeder Construktion unabhängige Behandlung des Satzes wünschen. Ich glaube daher nichts Ueberflüssiges zu thun, wenn ich denselben als erstes Problem der Statik und Mechanik behandle, und direkte analytische Auflösungen desselben gebe. Die Natur dieser Aufgabe bringt es mit sich, dafs ihre direkten Auflösungen nicht elementar sein können. Es sey mir daher erlaubt, bevor ich sie unternehme, über diesen Gegenstand, besonders in elementarischer Rücksicht, einige Bemerkungen zu machen.

Von einem Naturgesetz ist im allgemeinen kein eigentlicher Beweis möglich. Wenn man daher den Satz des Gleichgewichts dreier Kräfte auf einen Punkt wirkend, oder den Satz der Zusammensetzung der Bewegung, denn beide sind im Grunde ein und eben derselbe Satz, und ich unterscheide sie nicht; wenn man, sage ich, diesen Satz als ein Naturgesetz ansieht, wozu man einigermaafsen wegen dessen Einfachheit sich berechtiget halten möchte, so müfste man es für ein eitles Unternehmen achten, einen Beweis desselben suchen zu wollen. Dies scheint wirklich die Meinung einiger Gelehrten zu sein. Allein man ist gezwungen von derselben zurückzukommen, wenn man bemerkt, dafs beim Gleichgewichte dreier Kräfte eine Relation zwischen wechselseitig von einander abhängigen Gröfsen statt findet, also das Gesetz des Gleichgewichts einer mathematischen Bedingung unterworfen ist, der es entsprechen mufs, widrigenfalls es keinesweges zuläfslich ist. Man wird weiter unten sehen, dafs gerade diese Bedingung das Princip der Auflösung des Problems giebt. Bisher ist darauf im allgemeinen ausdrücklich wenig Rücksicht genommen, wenn es gleich in den oben erwähnten Beweisen gebraucht worden. In den Elementarschriften bei der Behandlung des Gleichgewichtes dreier Kräfte, ist dasselbe vielleicht nie berührt worden, obwohl es da, wenn nicht zum direkten Beweise, doch zur Verifikation desselben, leicht gebraucht werden könnte.

Nimmt man das bekannte Gesetz der Zusammensetzung der Kräfte an, so wird in der That, wie sich vermuthen läfst, der Bedingung zwischen den im Gleichgewicht dreier Kräfte vorkommenden Gröfsen Genüge geleistet. Allein, dies zu zeigen, und die Bedingung herauszuheben, ist gar nicht überflüssig, wenn das Gesetz selbst aus andern Gründen, und nicht aus dieser Bedingung, abgeleitet worden ist. Es sey mir erlaubt dies im Vorbeigehen mit stillschweigender Voraussetzung des nöthigen Vorhergehörigen zu thun

Die gedachte Bedingung läfst sich folgendermaafsen geometrisch ausdrücken. Wenn drei auf einen Punkt wirkende Kräfte im Gleichgewichte sind, und drei gerade Linien von jenem Punkte ausgehend in Lage und Länge die Richtungen und Gröfsen dieser Kräfte darstellen, so mufs durch eben die Construction, nach welcher eine dieser Linien in Lage und Gröfse durch die andern beiden bestimmt wird, auch jede von diesen durch die übrigen zwei bestimmt sein; weil jede der drei Kräfte als diejenige angesehen werden kann, die den andern beiden das Gleichgewicht hält. Allein wenn von einem Puukte zwei gerade in Länge und Richtung willkührliche Linien ausgehen, und man zieht von eben demselben Punkte eine dritte gleich und in gerader entgegengesetzter Richtung mit der Diagonale des Parallelogramms, beschrieben über die zwei angenommenen, so ist, wie sich leicht erweisen läfst, jede von diesen dreien Linien gerade entgegengesetzte Diagonale der Parallelogramme beschrieben über die andern. Also entspricht die angegebene Construktion, für die Lage und Gröfse einer dritten Kraft, zweien gegebenen das Gleichgewicht haltend, der angegebenen Bedingung. Dem zufolge mufs nun auch die Kraft, welche zwei auf einen Punkt wirkende Kräfte äufsern, die entgegengesetzte der den beiden das Gleichgewicht haltenden sein, also in Richtung und Gröfse die, vom Punkte auf welchen die Kräfte wirken ausgehende, Diagonale selbst von dem Parallelogramme über die beiden Kräfte als Seiten, beschrieben.

In der Ungewifsheit, ob nicht mehrere Construktionsarten einer zweien gegebenen Kräften das Gleichgewicht haltenden Kraft möglich sind, die der gemachten Bedingung entsprechen, kann man nicht umhin, die Folgen der angenommenen aufzusuchen, um sich zu überzeugen, ob dieselben mit sich selbst und den anerkannten Grundsätzen der Statik bestehen können. Es fliefst nemlich aus jener Construction, dafs zu irgend einer Kraft unzählige Paare von Kräften gefunden werden können, von welchen

jedes Paar insbesondere der einen Kraft das Gleichgewicht halten kann, oder in entgegengesetzter Richtung genommen, dieselbe Wirkung haben als diese gegebene Kraft. Werden aber die Richtungen zweier Kräfte als gegeben angenommen, so folgt aus jener Construktion die Gröfse der nach diesen Richtungen einer einzigen Kraft das Gleichgewicht haltenden oder der mit ihr gleich wirkenden Kräfte. Es müssen also, wenn man zwei Richtungen willkührlich wählt, die Kräfte, welche nach diesen Richtungen paarweise einer jeden von dreien auf einen Punkt im Gleichgewichte befindlichen Kräfte gleichwirkend sind, sich aufheben. Oder wenn man nach dreien willkührlichen Richtungen Kräfte construirt, dreien andern auf denselben Punkt im Gleichgewicht stehenden, gleichwirkend; so müssen auch diese wiederum so beschaffen sein, dafs eine in Gröfse und Lage die entgegengesetzte Diagonale des Parallelogramms über die andern beiden ausmacht. Und in der That, wenn man drei von einem Punkt ausgehende gerade Linien hat, deren eine entgegengesetzte Diagonale des Parallelograms über die andern beiden ist, und man auf zweien oder dreien durch den Punkt willkührlich gezogenen geraden Linien die Seiten der drei Paarllelogramme construirt, in welchen jene drei der Gröfse nach bestimmten Linien Diagonale sind, so beweiset die Geometrie, dafs im ersten Falle, die Summe zweier nach derselben Richtung liegenden Seiten gleich ist der Parallelogrammseite in gerade entgegengesetzter Richtung; und dafs im zweiten Falle, wenn man auf jeder der gewählten Richtungen von ihrem gemeinschaftlichen Punkte aus die algebraische Summe der in derselben liegenden Parallelogrammseiten nimmt, von den dreien so in den angenommenen Richtungen bestimmten Längen, die eine entgegengesetzte Diagonale des Parallelogramms über die andern ist. Mithin sind in einem wie im andern Falle die substituirten Kräfte im Gleichgewicht; in jenem heben sie sich wechselseitig auf, in diesem sind sie im Falle der Construction, welche dem Gleichgewicht dreier Kräfte zuzukommen, vorausgesetzt worden *).

Durch diese Betrachtungen versichert, dafs das sogenannte Parallelogramm der Kräfte geometrisch zuläfslich, darf mithin auf diesem Princip eine rationelle Mechanik gegründet werden, zu deren wirklicher Anwendbarkeit weiter nichts erforderlich ist, als in der Erfahrung zu zeigen, dafs die Natur dies Gesetz wirklich befolgt. Allein die reine Wissenschaft for-

*) Man sehe hierüber den Zusatz am Ende der Abhandlung.

dert mehr, und es bleibt ohne Zweifel eine für sie höchst wichtige Frage, nicht blofs, ob nur ein Gesetz der Zusammensetzung der Kräfte möglich ist, sondern auch, wie man dahin gelangen könne es zu wissen. Die Beantwortung jener Frage hat ein naturphilosophisches, die Entwickelung dieser ein mathematisches Interesse. Ist einmahl dargethan, dafs das Princip der Zusammensetzung der Kräfte, die verschiedene Richtungen haben, einzig ist; so fällt jede fernere Bewährung desselben von selbst weg, denn es findet alsdann in der Natur nur zufolge dieses Princips Gleichgewicht statt, oder es ist überhaupt keines möglich. Da in demselben die Auflösung der Aufgabe enthalten ist, wie zu zweien auf einen Punkt wirkenden Kräften die ihnen gleichgeltende oder auch die ihnen das Gleichgewicht haltende Kraft gefunden werde; so mufs das umgekehrte und unbestimmte Problem, zwei Kräfte zu finden, die einer gegebenen gleichwirkend sind, oder das Gleichgewicht halten, eine blos geometrische Folge des ersten sein. Denn dessen Auflösung enthält die Relation zwischen den Gröfsen der Kräfte und ihren Richtungen für den Fall des Gleichgewichts im allgemeinen, ohne dafs es darauf ankömmt zu unterscheiden, was gegebene und was gesuchte Gröfsen seien. Diese Bemerkung mufs allerdings jedem Mathematiker sehr überflüssig vorkommen, und nur deswegen halte ich es nicht für nöthig sie zu unterdrücken, weil doch noch Gelehrte zu fordern für nöthig achten, die Dekomposition der Kräfte müsse eben so wohl besonders als die Composition der Kräfte bewiesen werden.

2.

Von den zur Auflösung des Problems erforderlichen Grundsätzen.

Um eine Aufgabe aus der Naturlehre mathematischer Untersuchung zu unterwerfen, mufs dieselbe auf eine rein mathematische zurückgeführt werden können. Man mufs also vorläufig dahin gelangen, die physischen Bedingungen mathematisch auszudrücken, welche in zureichender Anzahl und so beschaffen sein müssen, dafs sie eine mathematische Verbindung derselben zulassen. Wir haben also die zweckmäfsigen Bedingungen zu unserer Aufgabe aufzusuchen, welche die Elemente der Statik darbieten oder die als solche aufgestellt werden dürfen. Es wird erlaubt sein, hier die Begriffe und Grundsätze abstrakt aufzufassen und für deren Erörterung oder Versinnlichung, die hier überflüssig oder doch nicht am gehörigen Orte wäre, auf die Schriften zu verweisen, welche dies zum Zwecke haben.

Ich sehe eine Kraft [der Qualität nach etwas das Materie bewegen kann] bloſs als eine Gröſse an, welcher eine Richtung zukömmt. Die Richtung dieser Gröſse ist diejenige, nach welcher ein materieller Punkt anfängt bewegt zu werden, wenn die Kraft allein auf denselben wirkt. Eine solche Gröſse muſs also auch als eine zusammengesetzte, als die algebraische Summe mehrerer Gröſsen oder Kräfte, von welchen jeder dieselbe Richtung oder einigen die gerade entgegengesetzte eigen ist, betrachtet werden können, und umgekehrt.

Wenn ein Punkt von mehreren Kräften getrieben wird, so kann es geschehen, daſs die Kräfte im Gleichgewicht sind, deren Wirkung Null ist, nemlich daſs der Punkt in demselben Zustande beharrt, in welchen er sich vor dem Einflusse der Kräfte befand. Ist kein Gleichgewicht vorhanden, so wird vorausgesetzt, Eine Kraft könne es bewirken, welche in Richtung und Gröſse völlig bestimmt, also einzig ist. Diese Kraft ist anzusehen als die entgegengesetzte der Uebrigen, als Eine (in der Wirkung) betrachtet. Wenn also zweien auf einen Punkt wirkenden Kräften eine dritte Kraft das Gleichgewicht halten soll; so muſs jede der Kräfte den andern beiden das Gleichgewicht halten und vermittelst derselben auf einerlei Weise sich vollständig bestimmen in Richtung sowohl als in Gröſse. Daher werden Drei Kräfte nur dann im Gleichgewicht sein können, wenn ihre Richtungen in einer Ebene liegen, sonst gäbe es Zwei Kräfte gleicher Gröſse, aber verschieden gerichtet, doch gleichmäſsig gegen die andern beiden, welche jede für sich diesen beiden das Gleichgewicht hielten.

Jedes Gleichgewicht wird gestöhrt, wenn zu den Kräften, welche im Gleichgewichte stehen, andere hinzukommen, die mit einander allein auf demselben Punkte wirkend, nicht im Gleichgewicht wären.

Daraus folgt, daſs, in so ferne nebst schon im Gleichgewichte befindlichen Kräften im allgemeinen auch noch Gleichgewicht möglich sein soll, wenn andere Kräfte hinzukommen, folgender Grundsatz nothwendig angenommen werden müsse.

Wenn ein Punkt von Kräften getrieben wird, deren Wirkung Null oder die sich das Gleichgewicht halten, und es kommen neue Kräfte hinzu, welche, wenn sie allein auf einen Punkt wirkten, im Gleichgewicht wären, so wird auch die Vereinigung jener und dieser Kräfte, auf denselben Punkt wirkend, im Gleichgewicht sein.

Es ist hier zwar bloſs nöthig, den Satz für Systeme von drei Kräften

anzunehmen, allein er ist nicht minder einleuchtend für so viele Kräfte als man will, und dies nicht allein wenn sie alle auf denselben Punkt wirksam sind, sondern auch für jedes im Gleichgewicht befindliche System. Uebrigens ist jener Grundsatz einerlei mit diesem: die Wirkung einer Kraft auf einen Punkt ist dieselbe, dieser Punkt mag der Wirkung, von welchen Kräften es auch sei, unterworfen sein, woferne sein Zustand der Ruhe oder der Bewegung nur bei allem Wechsel dieser letztern Kräfte stets derselbe ist. Der obige Ausdruck des Grundsatzes aber giebt ihm eine bestimmtere keiner weitern Erläuterung bedürftige Bedeutung, welche selbst den mit den Lehren der Statik und Mechanik noch ganz Unbekannten faſslich ist.

Daſs dieser Grundsatz in der Statik zugelassen werden muſs, ist nicht zu bezweifeln. Denn ein Punkt, oder auch irgend ein System, kann seinem Zustande der Ruhe oder der Bewegung nach gegeben sein, ohne daſs die Kräfte selbst bestimmt wären, vermöge welchen dem Systeme der gegebene Zustand eigen ist. In diesem Falle könnte also nichts über die Wirkung anderer gegebener Kräfte auf dem Punkte oder dem Systeme ausgemittelt werden, woferne diese Wirkung von jenen unbekannten schon vorhandenen Kräften abhinge. Es gäbe also dann gar kein allgemeines bloſs in Beziehung auf den Zustand des Punktes gültiges Gesetz des Gleichgewichtes oder der Wirkung überhaupt für auf diesen Punkt gegebene wirkende Kräfte. In Physischer Hinsicht beruht der Grundsatz auf wechselseitiger Unabhängigkeit der Kräfte, daſs diese einander nicht stöhren, daſs die Gegenwart einer Kraft die Wirksamkeit Anderer nicht abändere. In so ferne dies angenommen werden darf, hat also jener Grundsatz vollkommene Anwendung in der Naturlehre. Aber deswegen folgt nicht, daſs die auf denselben gegründete Statik aufhöre brauchbar zu sein, wenn die Kräfte sich wechselseitig bestimmen. In diesem Falle müssen nur besondere Data vorhanden sein, durch welche sich die besondere Wirkung einer jeden Kraft, in wie ferne sie durch die übrigen bestimmt wird, ausmitteln läſst. Die so bestimmten Kräfte lassen sich alsdann als unabhängige betrachten, und diese sind alsdann wieder den allgemeinen statischen Gesetzen unterworfen.

Aus dem aufgestellten statischen Grundsatz flieſst nun folgender Lehrsatz, dessen Ausdehnung derjenigen angemessen bleibt, welche man dem Grundsatz giebt:

„Wenn

„Wenn drei — oder mehrere — Kräfte, die auf einen Punkt — oder „in irgend einem System — wirken, im Gleichgewicht sind, so wird das „Gleichgewicht nicht gestöhrt, wenn die Gröfsen der Kräfte ändern, aber „gegen einander in denselben Verhältnissen bleiben, woferne nur ihre „Richtungen nicht ändern.“

Denn gesetzt, es sei ein Gleichgewicht im System der Kräfte P, Q, R, so bleibt dasselbe, wenn ein anderes System von gleich viel Kräften in Gröfsen und Richtungen jenem gleich auf denselben Punkt zugleich wirkend angenommen wird. Da die Richtungen der Kräfte beider Systeme zusammenfallen, so sind die Kräfte $P+P$, $Q+Q$, $R+R$ etc., d. i., die Kräfte $2\,P$, $2\,Q$, $2\,R$ etc. im Gleichgewicht. Gesellt man zu diesen wiederum ein dem ersten System in jeder Beziehung gleiches System von Kräften, so wird Gleichgewicht vorhanden sein mit den Kräften $3\,P$, $3\,Q$, $3\,R$ etc., u. s. w. mit den Kräften $n\,P$, $n\,Q$, $n\,R$, woferne diese Kräfte mit denen des ersten einzelnen im Gleichgewicht befindlichen Systeme einerlei Richtungen haben.

Auf eine den Geometern sehr bekannte Weise läfst sich zeigen, dafs man nicht dabei stehen bleiben dürfe, unter n eine ganze Zahl zu verstehen, sondern jede gebrochne und mit der Einheit incommensurable Zahl für n setzen kann.

Da dieses Theorem als Fundamentalsatz der Auflösung des Problems des Gleichgewichtes dreier Kräfte angewandt werden soll, so wird es nicht undienlich sein, umgekehrt zu zeigen, dafs in diesem Falle, wenn die Kräfte P, Q, R im Gleichgewichte sind, für andere absolute Gröfsen gleichgerichteter Kräfte nur dann Gleichgewicht statt haben könne, wenn diese Gröfsen nP, nQ, nR sind.

Denn wenn nur eine der Kräfte nP, nQ, nR, bei welchen vermöge des vorigen Satzes Gleichgewicht statt hat, sich änderte, so ist es klar, dafs es nicht bestehen kann, weil man die Quantität, um welche sich die Kraft nP z. B. ändert, als eine Kraft für sich ansehen kann, in einerlei oder entgegengesetzter Richtung als nP wirkend, nachdem die Aenderung eine Zunahme oder Abnahme der Kraft nP sein soll. Diese einzige Kraft $\Delta.nP$ wirkt also nebst einem System von Kräften im Gleichgewicht, stöhrt mithin dasselbe. Also hört in diesem Falle mit dem geänderten Verhältnifs der Kräfte der Bestand des Gleichgewichts auf. Sind es die Gröfsen zweier Kräfte $n\,Q$, nR welche ohne die dritte ändern, so kann man diese Aende-

rungen auch als besondere Kräfte ansehen, welche nebst den im Gleichgewicht befindlichen zugleich wirken. Aber da die Richtungen dieser hier einen Winkel schliefsen, so können sie nicht mit einander im Gleichgewicht sein und müssen also das Gleichgewicht der übrigen stöhren. Mithin auch in dieser Voraussetzung der Aenderung des Verhältnisses zwischen den Kräften kann das Gleichgewicht nicht bestehen. Also bei gleichen unveränderten Richtungen dreier Kräfte kann das Gleichgewicht nur statt finden, wenn die Kräfte bestimmte Verhältnisse zu einander haben.

3.

Allgemeine Auflösung des Problems.

Gesetzt drei auf einen Punkt wirkende Kräfte seien im Gleichgewicht. Es seien P, Q, R die Gröfsen dieser Kräfte und die Winkel der Richtungen der Kräfte P und Q, Q und R, R und P seien in dieser Ordnung γ, α, β. Da die Richtungen der Kräfte wegen des vorausgesetzten Gleichgewichts in derselben Ebene sind, so ist $\alpha+\beta+\gamma=2\pi$, wenn 2π der Umfang des Kreises zum Radius 1 ist. Die Winkel zwischen den Richtungen der Kräfte sind also so genommen, dafs innerhalb eines solchen Winkels nie die Richtung der übrigen Kraft fällt, ohne zu entscheiden, ob einer derselben gröfser als zwei rechte sei.

Der Winkel α mufs Funktion von Q, P, γ und dieselbige Funktion mufs der Winkel β von P, Q, γ sein. Dies ist die nothwendige Bedingung, ohne welche kein Gesetz des Gleichgewichts mathematisch möglich ist. Betrachtet man den Winkel γ als beständig; so hat man, wenn man P und Q willkührlich ändert:

$$d\alpha = \left(\frac{d\,\alpha}{d\,Q}\right) d\,Q + \left(\frac{d\,\alpha}{d\,P}\right) dP;\ d\beta = \left(\frac{d\,\beta}{d\,P}\right) dP + \left(\frac{d\,\beta}{d\,Q}\right) dQ.$$

Allein läfst man die Kräfte sich ihren Gröfsen proportionel ändern, so bleiben im Falle des Gleichgewichts die Winkel ungeändert. Man hat also, um die Natur der Funktionen α und β zu bestimmen, die Partialdifferenzialgleichungen

$$o = \left(\frac{d\,\alpha}{d\,Q}\right) Q + \left(\frac{d\,\alpha}{d\,P}\right) P;\ o = \left(\frac{d\,\beta}{d\,P}\right) P + \left(\frac{d\,\beta}{d\,Q}\right) Q,$$

welche aus den obigen entstehen, wenn man in denselben $dQ = kQ$, $dP = kP$, und dann wegen der Bedingung des Gleichgewichts $d\alpha$, $d\beta$ Null setzt.

Es ist hinlänglich eine dieser Gleichungen zu integriren, denn man darf nur im Resultate β gegen α, P gegen Q vertauschen, um das Integral der andern zu haben.

Nimmt man aus der ersten Gleichung den Werth von $\left(\frac{d\alpha}{dP}\right)$, substituirt denselben im allgemeinen Ausdruck des Differenzials von α, so hat man dessen besondere der Bedingung des Problems entsprechende Form:

$$d\alpha = \left(\frac{d\alpha}{dQ}\right)\left(dQ - \frac{Q}{P}dP\right) \text{ oder die gleichgeltende}$$

$$d\alpha = \frac{P}{a}\left(\frac{d\alpha}{dQ}\right)\left(\frac{aP\,dQ - aQ\,dP}{P^2}\right),$$

in welcher a eine willkührliche Beständige ist. Der letzte Faktor in dieser Gleichung zweitem Gliede ist ein exaktes Differenzial, α ist daher irgend eine Funktion vom Integral dieses Faktors. Mithin wenn b die willkührliche Beständige

$$\alpha = \varphi\left(\frac{aQ}{P} + b\right);$$

folglich nach kraft obiger Bemerkung

$$\beta = \varphi\left(\frac{aP}{Q} + b\right);$$

φ bedeutet sowohl für α als für β dieselbe Funktionsform, man kann also setzen:

$$f\alpha = \frac{aQ}{P} + b \text{ und } f\beta = \frac{aP}{Q} + b.$$

Wenn hingegen oben statt des Werthes $\left(\frac{d\alpha}{dP}\right)$ der von $\left(\frac{d\alpha}{dQ}\right)$ substituirt wird, so entstehen auf ähnliche Weise die Gleichungen

$$f\alpha = a\frac{P}{Q} + b\,;\, f\beta = a\frac{Q}{P} + b.$$

Allein jene sowohl als diese führen zu folgender:

$$(f\alpha - b)(f\beta - b) - a^2 = 0,$$

in welcher der Herleitung zu folge a und b Funktionen von γ, da es als unveränderlich behandelt worden, oder welches auf dasselbe hinauskömmt, von $\alpha = \beta$, sein werden. Diese Funktionen bleiben also ungeändert, wenn man auch α und β veränderlich betrachtet, woferne man nur $d\alpha = -d\beta$ setzt.

Die Gleichung unter dieser Voraussetzung differenzirt, giebt:

$$(f\beta - b)f'\alpha - (f\alpha - b)f'\beta = 0.$$

Hierin aus der Gleichung $(f\alpha - \beta)(f\beta - b) = a^2$ den Werth von

$$b = \frac{b^2 - a^2 + f\alpha . f\beta}{f\alpha + f\beta}$$

substituirt, giebt:

$$\left(\frac{f'\alpha}{f\alpha^2 + a^2 - b^2} - \frac{f'\beta}{f^2\beta + a^2 - b^2}\right)\left(\frac{(f^2\beta + a^2 - b^2)(f^2\alpha + a^2 - b^2)}{f\alpha + f\beta}\right) = 0.$$

Es ist aber klar, daſs von den beiden Faktoren des Ausdrucks nur der erste gleich Null gesetzt werden kann. Man hat also:

$$\frac{f'\alpha}{f^2\alpha + a^2 - b^2} - \frac{f'\beta}{f^2\beta + a^2 - b^2} = 0;$$

eine Gleichung deren beide Glieder gleich und einerlei Funktionen der Gröſsen α und β sind. Sie kann also nur statt haben, wenn jedes Glied einer beständigen Gröſse gleich ist. Setzt man diese gleich k, so ist also:

$$\frac{d f\alpha}{f^2\alpha + a^2 - b^2} = k d\alpha$$

deren Integral, wenn μ eine willkührliche Beständige, ist,

$$\text{Arc. tang} \frac{f\alpha}{\sqrt{a^2 - b^2}} = k\sqrt{a^2 - b^2} . \alpha + \mu.$$

oder, Kürze halber $\sqrt{a^2 - b^2} = c$, $kc = m$ gesetzt,

$$f\alpha = c \text{ tang} (m\alpha + \mu)$$

und so hat man auch,

$$f\beta = c \text{ tang} (m\beta + \mu).$$

Man setze nur die gefundenen Formen für $f\alpha$, $f\beta$ in einer der ursprünglichen Gleichungen, wie

$$f\alpha = a\frac{Q}{P} + b$$

so wird dieselbe, da $\frac{a}{c} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{c^2}}$

$$\text{tang} (m\alpha + \mu) = \sqrt{1 + \frac{b^2}{c^2}} . \frac{Q}{P} + \frac{b}{c}$$

in welcher nun noch die Beständigen zu bestimmen sind.

Zu dem Ende erwäge man die besonderen Fälle des Gleichgewichts, welchen diese allgemeine Gleichung entsprechen muſs.

Zuerst setze man $Q = P$, so wird $\alpha = \beta$ also $\alpha = \pi - \frac{1}{2}\gamma$. Mithin wird die allgemeine Gleichung

$$\text{tang} (m(\pi - \tfrac{1}{2}\gamma) + \mu) = \sqrt{1 + \frac{b^2}{c^2}} + \frac{b}{c}.$$

Man setze das erste Glied gleich tang A, also

$$\operatorname{tang} A = \sqrt{1+\frac{b^2}{c^2}} + \frac{b}{c}$$

so folgt

$$\operatorname{tang}^2 A - 2\frac{b}{c}\operatorname{tang} A = 1$$

also

$$\frac{b}{c} = -\cot 2A, \quad \sqrt{1+\frac{b^2}{c^2}} = \operatorname{cosec} 2A.$$

Oder den Werth von A wieder genommen

$$\frac{b}{c} = -\cot(2(m\pi+\mu)-m\gamma) = \operatorname{tang}(2(m\pi+\mu)-\tfrac{1}{2}\pi-m\gamma)$$

folglich ist nun die allgemeine Gleichung

$$\operatorname{tang}(m\alpha+\mu) = \sec(2(m\pi+\mu)-\frac{\pi}{2}-m\gamma).\frac{Q}{P} + \operatorname{tang}(2(m\pi+\mu)-\frac{\pi}{2}-m\gamma).$$

Setzt man nun zweitens $Q = o$, so kann das Gleichgewicht nur statt haben, wenn R der P entgegengesetzt, also der Winkel der Richtungen dieser Kräfte $\beta = \pi$ ist, der Winkel γ bleibt willkührlich unbestimmt und es ist $\alpha = \pi - \gamma$ zu setzen. Damit wird die letzte Gleichung

$$\operatorname{tang}(m(\pi-\gamma)+\mu) = \operatorname{tang}(2(m\pi+\mu)-\frac{\pi}{2}-m\gamma)$$

Mithin wenn i irgend eine ganze Zahl oder Null,

$$i\pi + m(\pi-\gamma) + \mu = 2(m\pi+\mu) - \frac{\pi}{2} - m\gamma$$

Also

$$\mu = (i+\tfrac{1}{2})\pi - m\pi.$$

Aber da die Gröfse μ unter solchen goniometrischen Funktionen steht, für die es völlig gleichgültig, welche ganze Zahl oder ob man Null für i annimmt, so kann man letzteres ohne Nachtheil der Allgemeinheit wählen, also:

$$\mu = (\tfrac{1}{2} - m)\pi$$

in die allgemeine Gleichung setzen, wodurch sie sich in folgende verwandelt

$$\cot m(\pi-\alpha) = \operatorname{cosec} m\gamma.\frac{Q}{P} + \cot m\gamma.$$

Daher:

$$(\cos m(\pi-\alpha)\sin m\gamma - \sin m(\pi-\alpha)\cos m\gamma)P = \sin m(\pi-\alpha).Q$$

$$\text{das ist: } \sin m(\gamma-\pi+\alpha).P = \sin m(\pi-\alpha).Q$$

oder, weil $\gamma+\alpha = 2\pi-\beta$,

$$\frac{P}{\sin m(\pi-\alpha)} = \frac{Q}{\sin m(\pi-\beta)}$$

Drittens setze man $R = o$, so bleibt α oder β willkührlich, aber das Gleichgewicht erfordert, daſs sei $\gamma = \pi$, mithin $\beta = \pi - \alpha$, und überdem muſs $P = Q$ sein; dieses in die zuletzt erhaltene Gleichung gebracht, giebt:

$$\frac{P}{\sin m(\pi - \alpha)} = \frac{P}{\sin m\alpha}$$

Also $\sin m(\pi - \alpha) = \sin m\alpha$.

Daher $\cos m\pi = -1$

folglich ist m gleich einer ganzen ungraden Zahl.

Also ist nunmehr allgemein

$$\frac{P}{\sin m\alpha} = \frac{Q}{\sin m\beta} \text{ und daher auch}$$

$$\frac{P}{\sin m\alpha} = \frac{R}{\sin m\gamma}.$$

Da nun $m\alpha + m\beta + m\gamma = 2m\pi$, also:

$$\sin m\gamma = \sin[2m\pi - m(\alpha + \beta)] = -\sin m(\alpha + \beta);$$

so folgt aus der letzten Gleichung

$$-P(\sin m\alpha \cos m\beta + \cos m\alpha \sin m\beta) = R \sin m\alpha$$

in welcher aus der ihr vorhergehenden die Werthe von

$$\sin m\beta = \frac{Q}{P}\sin m\alpha \text{ und } \cos m\beta = \sqrt{\left(1 - \frac{Q^2}{P^2}\sin^2 m\alpha\right)}$$

substituirt, erhalten wird

$$-P\sqrt{\left(1 - \frac{Q^2}{P^2}\sin^2 m\alpha\right)} = R + Q\cos m\alpha.$$

Diese, wenn man sie quadrirt und zusammenzieht, giebt

$$\cos m\alpha = \frac{P^2 - Q^2 - R^2}{2QR};$$

und durch Verwechselung von Q oder von R gegen P erhält man die ähnlichen Werthe für $\cos m\beta$ oder $\cos m\gamma$.

Nennt man die kleinsten positiven Winkel welche diese Werthe zu Cosinusse haben, A, B, C, so ist jeder nothwendig kleiner als π. Allein aus

$$\cos A = \frac{P^2 - Q^2 - R^2}{2QR} \text{ und } \cos B = \frac{Q^2 - R^2 - P^2}{2PR}$$

folgt für sich, wenn man, da $A < \pi$, $B < \pi$ sein sollen, die entsprechenden Werthe von $\sin A$, $\sin B$ positiv nimmt

$$\cos(A + B) = \frac{R^2 - P^2 - Q^2}{2PQ} \text{ und}$$

$$\sin(A + B) = -\frac{\sqrt{(2Q^2R^2 + 2P^2R^2 + 2P^2Q^2 - P^4 - Q^4 - R^4)}}{2PQ}.$$

Aber es ist auch in Folge des Vorhergehenden

$$\cos C = \frac{R^2 - P^2 - Q^2}{2PQ}.$$

Hingegen da dem zufolge auch $C < 2\pi$ also $\sin C$ positiv sein mufs; so hat man durch Vergleichung

$$\cos C = \cos(A + B) \text{ daher } \sin C = -\sin(A + B).$$

Also

$$C = 2\pi - (A + B).$$

Die Summe $A + B + C$ der kleinsten positiven Winkel, den obigen Werthen der Cosinusse von $m\alpha$, $m\beta$, $m\gamma$ entsprechend, ist also gleich vier rechten.

Es folgt aus $\cos m\alpha = \cos A$

$$m\alpha = 2i\pi \pm A$$

wo i irgend eine ganze Zahl.

Aber β, γ müssen vollständig als dieselben Funktionen aus Q, R, P und R, P, Q, so wie α aus P, Q, R sich ergeben; man mufs also auch

$$m\beta = 2i\pi \pm B\,;\; m\gamma = 2i\pi \pm C$$

auf dieselbe Weise als $m\alpha$ bestimmen, mithin zur willkührlichen Zahl i für $m\beta$ und $\mu\gamma$ dieselbe als für $m\alpha$ nehmen, auch dasselbe Verbindungszeichen $+$ oder $-$ durchgängig gebrauchen. Dann hat man, da sowohl $\alpha + \beta + \gamma$ als $A + B + C = 2\pi$, wenn man die drei Gleichungen addirt

$$2m\pi = 6i\pi \pm 2\pi \text{ oder } m = 3i \pm 1.$$

Allein m mufs, wie gezeigt worden, eine ganze ungrade Zahl sein, also i eine grade ganze Zahl. Ist daher n irgend eine ganze Zahl so hat man

$$m = 6n \pm 1.$$

Man setze es sey $R = 0$ und $P = Q$; so wird, damit das Gleichgewicht bestehe, $\gamma = \pi$ sein müssen. Wenn man aber im Ausdrucke für $\cos m\gamma$ diese Bedingungen bringt, so hat man $\cos C = -1$, $C = \pi$ und da $i = 2n$,

$$m\gamma = (6n \pm 1)\gamma = 4n\pi \pm \pi.$$

Daher

$$\gamma = \frac{4n \pm 1}{6n \pm 1}\pi$$

und da $\gamma = \pi$ sein soll

$$1 = \frac{4n \pm 1}{6n \pm 1}$$

folglich da man im Zähler und Nenner dieses Bruches einerlei Zeichen nehmen mufs

$$n = 0 \text{ mithin } m = \pm 1.$$

Also
$$\frac{P}{\sin \pm \alpha} = \frac{Q}{\sin \pm \beta} = \frac{R}{\sin \pm \gamma} \text{ das ist } \frac{\sin P}{\sin \alpha} = \frac{\sin Q}{\sin \beta} = \frac{\sin R}{\sin \gamma}.$$

Hiemit ist also das gesuchte Gesetz des Gleichgewichts völlig bestimmt. Wäre man, statt $f\alpha = a\frac{Q}{P} + b$ zu setzen, von der gleichfalls zuläfslichen Formel $f\alpha = a\frac{P}{Q} + b$ in der Bestimmung der Constanten ausgegangen, so hätte man auf demselben Wege mit geringer Aenderung in der Betrachtung der besondern Fälle dasselbe Resultat erhalten. Auch die Herleitung der Beständigen aus der gewählten läfst sich verschiedentlich darstellen, und die Relation von a zu b durch die Funktionsform f, bevor sie bestimmt ist, darlegen. Hiebei zu verweilen scheint überflüssig. Eine Erläuterung wegen der zur Integration gewählten Form ist hingegen der Eigenheit der Analysis der Aufgabe halber wohl nicht gänzlich hier am unrechten Orte.

Man hat nemlich zuerst oben gefunden für die Bestimmung der f Form
$$(f\alpha - b)(f\beta - b) = a^2.$$
Daraus folgt durch Differenziation für $d\alpha = -d\beta$,
$$(f\beta - b)f'\alpha - (f\alpha - b)f'\beta = 0$$
woraus unmittelbar
$$\frac{f'\alpha}{f\alpha - b} = \frac{f'\beta}{f\beta - b} = 0$$
oder die Gleichheit zweier identischer Funktionen für verschiedene Werthe ihrer Veränderlichen sich ergiebt; so dafs man unmittelbar jede einer willkührlichen Beständigen gleich setzen kann, also
$$\frac{df\alpha}{f\alpha - b} = kd\alpha.$$

Integrirt man die Gleichung, so wird sie, wenn λ die durch die Integration hinzutretende willkührliche Beständige bedeutet und $log.\, e = 1$,
$$f\alpha = e^{k\alpha + \lambda} + b$$
und für $f\alpha$ dessen Werth $a\frac{Q}{P} + b$ gesetzt
$$a\frac{Q}{P} = e^{k\alpha + \lambda}, \text{ daher } a\frac{P}{Q} = e^{k\beta + \lambda} \text{ also:}$$
$$a^2 = e^{k(\alpha + \beta) + 2\lambda} = e^{k(2\pi - \gamma) + 2\lambda}.$$

Daher

Daher $a = e^{k(\pi - \frac{\gamma}{2}) + \lambda}$; also wieder in das vorige gesetzt:

$$\frac{Q}{P} e^{k(\pi - \frac{\gamma}{2}) + \lambda} = e^{k\alpha + \lambda}$$

oder

$$\frac{Q}{P} = e^{k(\alpha - \pi) + k\frac{\gamma}{2}}$$

für $Q = o$ wird $\alpha = \pi - \gamma$, also:

$$o = e^{-\frac{1}{2}k\gamma} \quad \text{daher } k \text{ unendlich.}$$

Also für α gleich irgend einem positiven Winkel kleiner als π, wird

$$\frac{Q}{P} = e^{-\infty(\pi - \alpha) + \infty\frac{\gamma}{2}} = \frac{e^{-\infty(\pi-\alpha)}}{e^{-\infty\frac{\gamma}{2}}}$$

Also

$$\frac{Q}{P} = \frac{o}{o}.$$

Das Verhältnifs der Kräfte bleibt also bei gegebenen Richtungen derselben unbestimmt.

Zweite Auflösung.

Was in der gegebenen Auflösung beim ersten Anblick etwas verwickelt erscheinen mag, liegt in der Bestimmung der Richtung der zu suchenden Kraft durch Kreisbogen. Dies wird aus folgender Analyse der Aufgabe erhellen, in welcher der goniometrischen Schwierigkeit durch eine leichte sich von selbst darbietende geometrische Betrachtung ausgewichen wird.

Man denke sich in einer Ebene drei grade von einem Punkt ausgehende Linien in ihren Längen P, Q, R und Richtungen, drei auf dem Punkt sich das Gleichgewicht haltende Kräfte P, Q, R vorstellend. Die Richtung der einer jeden Kraft entgegengesetzten Verlängerung schneidet nothwendig eine grade Linie zwischen den Endpunkten der die andern beiden Kräfte vorstellenden graden gezogen. Die Richtung der Kraft R also schneidet eine zwischen den Endpunkten der graden P und Q gezogenen graden Linie, deren Länge s bezeichnen soll, p und q, die entstehenden Theile zwischen dem Durchschnittspunkt und den Endpunkten von P und von Q.

Es ist in Folge der aufgestellten Grundsätze klar, dafs alle diese Gröfsen ihr Verhältnifs gegen einander unveränderlich behalten, so lange

dasjenige der beiden Kräfte P und Q nebst den Winkel ihrer Richtungen ungeändert bleibt. Da die Gröſsen $\frac{p}{s}$, $\frac{q}{s}$ also nur ändern können mit der Gröſse $\frac{P}{Q}$; so kann man jene nur als Funktionen dieser annehmen. Mithin setzen

$$\frac{p}{s} = f\frac{P}{Q}, \text{ folglich } \frac{q}{s} = f\frac{Q}{P}.$$

Denn es ist klar daſs der Werth von $\frac{q}{s}$ entsteht, wenn man in dem von $\frac{p}{s}$ die Gröſsen Q und P vertauscht.

Addirt man beide Gleichungen, so hat man da $p + q = s$

$$f\frac{P}{Q} + f\frac{Q}{P} = 1.$$

Gesetzt $\frac{P}{Q} = x$, so ist $\frac{Q}{P} = \frac{1}{x}$, und diese Gleichung wird

$$fx + f\frac{1}{x} = 1$$

deren Differenzial mit x multiplizirt auf

$$xf'x - \frac{1}{x}f'\frac{1}{x} = 0$$

also auf die Gleichheit zweier identischer Funktionen von einander verschiedener veränderlichen Gröſsen x und $\frac{1}{x}$ führt. Also ist jede einer beständigen gleich. Daher

$$x \,.\, dfx = k\,dx \text{ also } df'x = k\frac{dx}{x}.$$

Welche Gleichung zum Integral hat

$$fx = k \log x + c$$

worin c die willkührliche Beständige, und kehrt man zur Bedeutung von x zurück, so ist also:

$$f\frac{P}{Q} = k \log \frac{P}{Q} + c$$

$$\text{und da} \quad f\frac{P}{Q} = \frac{p}{s}$$

$$\frac{p}{s} = k \log \frac{P}{Q} + c \text{ daher } \frac{q}{c} = k \log \frac{Q}{P} + c.$$

Also

$$\frac{p}{s} + \frac{q}{s} = 2c$$

Aber $p + q = s$ folglich $\frac{p}{s} + \frac{q}{s} = 1$. Also

$$\frac{p}{s} + \frac{q}{s} = 1 = 2c \quad \text{und} \quad c = \tfrac{1}{2}.$$

Die allgemeine Formel wird demnach:

$$\frac{p}{s} = \tfrac{1}{2} + k \log \frac{P}{Q}.$$

Setzt man $P = o$; so fallen die Richtungen der andern beiden Kräfte R, Q in dieselbe grade Linie. Es wird $s = Q$, und da stets $p \lesseqgtr {s \atop o}$ also $\frac{p}{s} \lesseqgtr {1 \atop o}$; so giebt die allgemeine Formel für diesen Fall und den besondern Werth von $\frac{p}{s}$,

$\frac{p}{s} = \frac{1}{2} + k \log \frac{o}{Q} \lesseqgtr {1 \atop o}$, also $\log \left(\frac{o}{Q}\right)^k \lesseqgtr {\frac{1}{2} \atop -\frac{1}{2}}$ oder $\log o^k \lesseqgtr {\frac{1}{2} \atop -\frac{1}{2}}$.

Daraus folgt $k = o$

so dafs allgemein, welches auch die Gröfse der Kräfte

$$\frac{p}{s} = \tfrac{1}{2} \text{ also auch } \frac{q}{s} = \tfrac{1}{2}.$$

Anstatt die Theile p und q gegen ihre Summe $p + q = s$ in Vergleichung zu bringen, wie in der vorigen Auflösung geschehen ist, kann man dieselben unmittelbar gegen einander vergleichen, dies giebt eine etwas verschiedene Auflösung der Aufgabe. Es wird nach dem in der vorigen bemerkten von selbst erhellen, dafs $\frac{p}{q}$ mithin auch $\frac{q}{p}$ nur mit $\frac{P}{Q}$ oder $\frac{Q}{P}$ ändern können. Also $\frac{p}{q}$ als eine Funktion von $\frac{P}{Q}$ mithin $\frac{q}{p}$ als Funktion von $\frac{Q}{P}$ angenommen werden könne. Die Formen derselben mit f bezeichnet, so entsteht, indem man beide mit einander multiplicirt und bemerkt dafs das Produkt der ersten Theile $\frac{p}{q} \cdot \frac{q}{p}$ gleich 1 die Gleichung

$$f\frac{P}{Q} \cdot f\frac{Q}{P} = 1$$

und abgekürzt ausgedruckt

$$fx \cdot f\frac{1}{x} = 1.$$

Deren Differenzial

$$f\frac{1}{x} \cdot f' x - \frac{1}{x^2} fx \cdot f' \frac{1}{x} = o$$

geht über in die Gleichheit zweier identischer Funktionen

$$\frac{x f' x}{f x} = \frac{\frac{1}{x} f' \frac{1}{x}}{f \frac{1}{x}}$$

welche der beständigen Gröfse k gleich gesetzt, geben

$$\frac{d f x}{f x} = k \frac{dx}{x}.$$

die zum vollständigen Integral hat

$$f x = c \, . \, x^k$$

Also ist da $f \frac{1}{x} = c \left(\frac{1}{x}\right)^k$ und $f x \, f \frac{1}{x} = 1$ auch $c^2 = 1$ und $c = \pm 1$.

Demnach hat man

$$\frac{p}{q} = \pm \left(\frac{P}{Q}\right)^k.$$

Allein da p und q beide positiv, so wie P und Q, so hat nur das positive Zeichen statt.

Für $P = o$ wird $p + q = Q$. Aber p kann nicht Null werden, sonst bliebe die Richtung der Kraft R, welche der Q das Gleichgewicht zu halten hat, unbestimmt, indem sie nur durch den Punkt, auf welchen beide wirken, durchzugehen hätte. Also ist der Werth von $\frac{p}{q}$ auch in diesem Falle positiv endlich. Mithin auch $\left(\frac{o}{Q}\right)^k$. Also $k = o$. Es ist also allgemein $\frac{p}{q} = \left(\frac{P}{Q}\right)^o = 1$. Oder $p = q$.

Dritte Auflösung.

Auch auf dem Wege, welchen Daniel Bernoulli genommen, um die Zusammensetzung der Kräfte zu zeigen, läfst sich das Resultat leicht, vermittelst der Analysis, erlangen.

Es seyen (Fig. 1.) die graden Linien $MA = P$, $MB = Q$ auf einander rechtwinklicht, welche Gröfsen und Richtung zweier auf einen Punkt M wirkenden Kräfte vorstellen. Es sey $MC = R$ die aus denselben entstehende gleich wirkende Kraft, deren zwischen jenen beiden fallende Richtung mit denselben also in einer Ebene liegt. In dieser Ebene ziehe man durch den Punkt M auf die Richtung der entstehenden Kraft R eine grade Linie rechtwinklicht. Dann hat wegen Gleichheit der entstehenden Winkel CMB, AMD so wie DMC, AMB, die AM gegen MD und MC eben die Richtung

als MC gegen MB und MA. Man sehe also $MA = P$ als eine Kraft an, zusammengesetzt aus zweien Kräften, von welchen die eine nach der graden MD, die andere nach MC gerichtet ist. Die Gröſsen dieser Kräfte denen P, Q, R proportionel, mithin die Kraft nach MD gleich $Q \cdot \frac{P}{R}$ die nach MC, das sey die MF, gleich $P \cdot \frac{P}{R}$, und die diesen beiden entsprechende wird die Kraft MA gleich P seyn, so wie R als die den P und Q entsprechenden angenommen ist. Da auch die grade MB gegen MC und ME eben die Richtungen hat als MC gegen MB und MA, so kann man die Kraft MB betrachten als aus zweien nach ME, MC gerichteten zusammengesetzt, deren Gröſsen ME gleich $P \cdot \frac{Q}{R}$, MG gleich $Q \cdot \frac{Q}{R}$ und MB gleich $R \cdot \frac{Q}{R}$, das ist Q, zu einander in eben den Verhältnissen stehen als die ebenso gegen einander gerichteten Kräfte P, Q, R.

Man hat also statt den Kräften P und Q die vier Kräfte $MD = Q\frac{P}{R}$, $MF = P \cdot \frac{P}{R}$, $ME = P \cdot \frac{Q}{R}$, $MG = Q\frac{Q}{R}$, von welchen zwei die MD und ME grade entgegengesetzt gerichtet sind; aber diese Kräfte sind auch der Gröſse nach gleich, also heben sie sich gegen einander auf, und es bleiben nur die in derselbigen Richtung liegenden Kräfte MF, MG allein übrig, deren Summe als Resultat von P und Q der Kraft $MC = R$ gleich seyn muſs.

Man hat also die Gleichung

$$R = P \cdot \frac{P}{R} + Q\frac{Q}{R} \text{ oder } R = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

und es ist die Gröſse der einzigen den beiden Kräften P und Q gleichgeltenden Kraft bestimmt.

Es ist also nur noch die Richtung dieser Kraft anzugeben, welche aus der eben gefundenen Gleichung sich herleiten läſst.

Man bemerke, daſs da die beiden auf einander rechtwinklichten Seitenkräfte P, Q ihre zusammengesetzte R in Richtung und Gröſse bestimmen, aus der Gröſse dieser Kraft und ihrer Richtung gegen die Seitenkräfte die Gröſse dieser folgen müsse, also die eine von der andern unabhängig gefunden werden könne. Es sey der Winkel der zusammengesetzten Kraft R mit der Seitenkraft P gleich α, also ihr Winkel mit der andern Q gleich $\frac{\pi}{2} - \alpha$, und man muſs haben

$$P = f(R, \alpha, \frac{\pi}{2} - \alpha)$$

wofür man setzen kann

$$P = f(R, \alpha)$$

also aus eben den Gründen

$$Q = f\left(R, \frac{\pi}{2} - \alpha\right).$$

Aber diese Gleichungen müssen noch bestehen, wenn man statt den Kräften P, Q, R die Kräfte nP, nQ, nR setzt; also mufs sein

$$nP = f(nR, \alpha) \text{ und } nQ = f\left(nR, \frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

wo n jede Zahl sein kann. Dann aber können diese Gleichungen nicht anders statt haben, als wenn man setzt

$$nP = nR . f\alpha \,;\; nQ = nRf\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right).$$

Daher:

$$P = R . f\alpha \,;\; Q = Rf\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

und es bleibt blofs die Form der Funktion $f\alpha$, oder $f\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ zu bestimmen.

Man setze zu dem Ende in der obigen Gleichung

$$R^2 = P^2 \div Q^2$$

für P und Q ihre aus den letzten folgende Werthe, und man erhält

$$1 = f^2\alpha + f^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

und aus deren Differenzial folgt

$$\frac{f'\alpha}{f\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{f'\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{f\alpha}$$

und durch Substitution aus der ursprünglichen

$$\frac{f'\alpha}{\sqrt{(1 - f^2\alpha)}} = \frac{f'\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\sqrt{\left(1 - f^2\left[\frac{\pi}{2} - \alpha\right]\right)}}$$

Mithin:

$$\frac{f'\alpha}{\sqrt{(1 - f^2\alpha)}} = m, \text{ oder } \frac{df\alpha}{\sqrt{(1 - f^2\alpha)}} = m\,d\alpha,$$

wo m eine willkührliche von α also unabhängige Gröfse.

Das vollständige Integral dieser Gleichung ist:

$$\text{Arc. sin} f\alpha = m\alpha + \mu; \quad \text{Also:}$$

$$f\alpha = \sin(m\alpha + \mu).$$

Mithin, diesen Werth von $f\alpha$ in die obige $P = R . f\alpha$ substituirt,

$$P = R . \sin (m\alpha + \mu).$$

Für $\alpha = o$ wird $P = R$, also hat man in diesem Fall

$$1 = \sin \mu, \text{ daher } \mu = \text{Arc. sin. } 1;$$

für $\alpha = \frac{\pi}{2}$ wird $P = o$, daher:

$$o = \sin \left(m\frac{\pi}{2} + \text{Arc. sin. } 1\right) \text{ oder } o = \cos m\frac{\pi}{2};$$

folglich ist $m\frac{\pi}{2} = (n + \frac{1}{2})\pi$ oder $m = 2n + 1$, wo n irgend eine ganze Zahl oder auch Null sein kann.

Die allgemeine Gleichung wird demnach:

$$P = R \cos (2n + 1)\alpha.$$

Setzt man $\alpha = \frac{\text{Arc. cos. } o}{2n+1} = \frac{(i+\frac{1}{2})}{2n+1}\pi$

wo i eine ganze willkührlich zu ändernde Zahl, so folgt, da n eine unabänderliche Zahl, für alle diese Werthe von α, daſs $P = o$ und

$$Q = R . \cos (2n + 1)\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\text{Arc. cos. } o}{2n+1}\right)$$

also $Q = \pm R$.

Das heiſst, die Kraft Q könnte für sich allein eben so auf denselben Punkt wirken, als andere gleich groſse aber verschieden gerichtete, welches unzuläſslich. Es müssen also jene vielfachen Werthe von α nur einem einzigen Winkel, und zwar einem rechten, entsprechen. Dessen Ausdruck aber ist $(2k + \frac{1}{2})\pi$ für k jede ganze Zahl. Also muſs sein

$$\frac{(i+\frac{1}{2})\pi}{2n+1} = (2k + \frac{1}{2})\pi$$

Oder

$$\frac{2i + 1}{4n + 2} = 2k + \frac{1}{2}$$

Welche Gleichung nicht anders statt haben kann, als wenn im ersten Gliede der Nenner ± 2 also $n = o$ oder $n = -1$ ist. Folglich wird $2n + 1 = \pm 1$, die allgemeine Gleichung, also

$$P = R \cos \pm \alpha.$$

Da aber $\cos + \alpha = \cos - \alpha$, und es nur darauf ankommt, sich zu erinnern welches Zeichen man gebraucht wenn man aus den Kräften die Winkel zu bestimmen hat, so kann man ein für allemal dasselbe Zeichen wählen, und es ist am natürlichsten das positive zu nehmen, wo dann der Cosinus von

dem Winkel der Richtungen selbst zu verstehen ist, und die ihnen entgegengesetzten, so wie sie in den Construktionen nicht erscheinen, auch im analytischen Ausdruck nicht vorkommen.

Man ist gewohnt von der Zusammensetzung der Bewegung zu sprechen, ja vielleicht wohl gar diesen Satz von dem der Zusammensetzung der Kräfte zu unterscheiden. Jenes ist wohl nur ein nicht guter Sprachgebrauch, diese Trennung der Vorstellungen aber wäre irrig. Denn ein Punkt kann nie zwei Bewegungen zugleich haben, mithin kann auch von keiner Zusammensetzung derselben die Rede sein. Ein Punkt kann nur der Einwirkung von zweien verschieden gerichteten Kräften ausgesetzt seyn. Die entstehende Bewegung ist gerade diejenige, welche der Kraft entspricht, die jenen beiden gleichwirkend ist. Also kömmt es, im Falle keine Kraft jenen beiden das Gleichgewicht hält, nur darauf an, zu bestimmen, welche Bewegung einer einzigen in Richtung und Gröſse gegebenen Kraft auf einen gegebenen materiellen Punkt hervorbringt. Dies ist das Geschäft der ersten Grundsätze der Mechanik. Dies angenommen, so ist also die Bewegung eines von zweien gegebenen Kräften getriebenen Punktes vermöge der Auflösung des Problems bestimmt, welches zu zweien gegebenen Kräften die gleichwirkende sogenannte mittlere finden lehrt, und es bleibt also über diesen Punkt nichts zu erörtern übrig.

Zusatz zum ersten Artikel der Abhandlung.

Es sey MC der Diagonale MD des Parallelograms über MA und MB gleich, und in entgegengesetzter Richtung, so wird jede der dreien vom Punkte M ausgehenden Linien entgegengesetzte Diagonale der Parallelogramme der andern beiden Linien seyn.

Es werde über MC und MB das Parallelogram $MBEC$ construirt, und dessen Diagonale ME gezogen. Nun ist, da DMC eine gerade Linie vermöge Voraussetzung, und CE parallel MB vermöge Construktion, der Winkel MCE gleich dem Winkel DMB, und da MC gleich DM vermöge Voraussetzung, CE gleich MB vermöge Construktion, so ist das Dreieck MCE dem DMB also ME der DB gleich und parallelliegend, weil EC mit MB parallel. Aber AM ist der DB gleich und parallel. Mithin ME gleich der MA und mit derselben in einer geraden. Folglich ist MA die entgegengesetzte Diagonale des Parallelograms über MB und MC. w. z. z. w.

Es

Es seyen *MA*, *MB*, *MC* nach Richtung und Gröfse drei im Gleichgewicht befindliche Kräfte; jede derselben ist also eine durch *M* gehende entgegengesetzte Diagonale des Parallelograms über die andern (nach dem vorigen Satz.) Es seyen *UX*, *YZ* zwei willkührlich gewählte Richtungen durch *M*. Zieht man *AD*, parallel der einen Richtung *YZ* bis sie die andere *UX* in *D* trift, und *AE* parallel der andern Richtung *UX*, bis sie die erstere *YZ* in *E* trift, so sind *MD*, *ME* als Kräfte betrachtet der Kraft *MA*, nach hypothetisch angenommener Construktion, gleichwirkend. Nach ähnlicher Construktion sind die Kräfte *MF*, *MG* der *MB*, und die Kräfte *MJ*, *MH* der Kraft *MC* gleichwirkend. Also wirken die Kräfte *MD*, *ME*, *MF*, *MG*, *MJ*, *MH* wie die drei gegebenen *MA*, *MB*, *MC*, und müssen also an ihrer Statt gesetzt werden können, auch im Gleichgewichte sein, weil diese es sind. Und da jene sechs Kräfte nur nach zweien Richtungen wirken, so müssen die in einer und eben derselben befindlichen sich aufheben, weil, was ich hier voraussetzen darf, zwei nach zweien verschiedenen Richtungen wirkende Kräfte nicht im Gleichgewicht sein können. Es ist hinlänglich, dies für die nach einer der Richtungen wirkenden Kräfte zu zeigen; derselbe Beweis gilt für die andere. Es müssen also die Summen der Linien *MD*, *MF*, *MJ* Null sein oder die Summe der in einerlei Sinn vom Punkte *M* aus liegenden, hier *MF*, *MJ*, gleich sein der in entgegengesetzter Richtung liegenden, *MD*.

Man verlängere *CM* bis *MK* gleich *MC*, so ist *MK* die Diagonale des Parallelograms über *MA*, *MB*, also die gerade von *K* nach *A* gleich *MB*, und zieht man noch *KL* parallel *AD* und *LN* parallel *KA*, so ist *NL* der *KA* mithin auch der *MB* gleich und parallel, und da *DCMF*, eine gerade, die Parallelen *DN*, *BF* und *LN*, *MB* schneidet, so sind die Winkel *NDL*, *BFM* und *NLD*, *BMF* gleich, mithin die Dreiecke *DNL*, *FBM* gleichwinklicht, und da die Seite *NL* des einen der homologen *MB* des andern gleich, so ist auch die *DL* der *MF* gleich. Aber der Dreiecke *MKL*, *MCJ* Seiten *ML*, *MJ* und *MK*, *MC*, liegen in denselben geraden Linien, und die dritte Seite *KL* ist der dritten *JC* parallel, also sind sie gleichwinklicht, und weil auch noch die Seite *MK* der homologen *MC* gleich, so sind auch die Seiten *ML*, *MJ* einander gleich. Also da vorhin gezeigt, dafs *MF* gleich *DL*, so ist *ML* und *LD* zusammen, d. i. *MD* gleich der Summe von *MF* und *MJ*. w. z. z. w.

Wenn statt dreien Kräften im Gleichgewicht, *MA*, *MB*, *MC*, andere gleichwirkende Kräfte nach dreien willkührlich angenommenen Richtungen zu folge der hypothetisch angenommenen Construktion substituirt werden, so müssen die neuen Kräfte wiederum zu einander in oftgedachter Relation des Gleichgewichtes stehen. Ich nehme an, *MD* sey eine der neugewählten Richtungen, und substituire statt der Kraft *MC* die ihr gleichwirkenden *MD*, *ME*, wo *ME* in der Richtung *MB*, so müssen die vier Kräfte *MA*, *MB*, *ME*, *MD*, oder die drei *MA*, $MF = MB - ME$ und *MD* im Gleichgewicht sein.

Da *MD*, *ME* mit *MC* gleichwirkend, so sind jene, Seiten, diese, Diagonale eines Parallelograms *DE*, und weil die Richtung von *ME* mit der von *MB* einerlei angenommen worden, so ist *BME* eine gerade welcher also *DC* parallel. Man vollende über *MB*, *MA* das Parallelogramm *BA*, dessen Diagonale *MG* der *MC* gleich und mit derselben in einer graden Linie liegt zu folge Voranssetzung. Man verlängere auch *DM* bis an die *AG* in *H*. Die *AG* ist der *BE* mithin der *DC* parallel, sie werden von der geraden *GMC* geschnitten, also ist der Winkel *HGM* dem *MCD* gleich und der Winkel *GMH* dem *DMC*, und da auch die Seite *MG* der *MC* gleich, so sind in den beiden Dreiecken *GMH*, *CMD* auch die Seiten *MH*, *MD* und *GH*, *CD* einander gleich. Also ist die *GH* gleich der *ME*; mithin *HA* gleich *GA* weniger *ME*, gleich *MB* weniger *ME*, d. i. *MB* weniger *BF* (weil *BF* gleich *ME* genommen ist) oder *MF*. Also ist die Figur *AHMF* ein Parallelogramm von welchem *MH* die Diagonale, welcher deren Verlängerung *MD* gleich ist. Also sind die drei Kräfte *MA*, *MF*, *MD* in Lage und Gröſse so beschaffen, wie es der hypothetisch angenommene Satz des Gleichgewichtes dreier Kräfte erheischt.

Verfährt man nun mit diesen drei Kräften *MA*, *MF*, *MD* wie zuvor mit denen *MA*, *MB*, *MC*, indem man nun statt der Richtung der Kraft *MF* in der Richtung *MB* eine andere wählt, und statt der Kraft *MF* zwei Kräfte substituirt, von welchen die eine in der neu angenommenen Richtung, die andere in einer der schon vorhandenen liegt, so erhält man offenbar wiederum drei Kräfte, auf welche sich die vier zurückführen, von welchen wiederum eine die entgegen gesetzte Diagonale des Parallelograms über die andern beiden ist. Also entsprechen dieselben der hypothetischen Gleichgewichtsbedingung.

Endlich nimmt man statt der in der dritten Richtung *MA* befindlichen Kraft eine andere Richtung und setzt statt jener Kraft eine nach dieser neuen Richtung und eine nach einer der beiden vorhergewählten Richtungen, so erhält man abermals vier Kräfte oder drei, wenn man die zwei die sich in einerlei Richtung befinden auf eine zurückbringt, welche drei zufolge des gegebenen Beweises der angenommenen Gleichgewichtsconstruktion entsprechen. Also wenn statt dreien im Gleichgewicht befindlichen Kräften, Kräfte nach andern Richtungen gesetzt werden, so sind die entstehenden neuen Kräfte wiederum im Gleichgewicht, wenn zur Gleichgewichtsconstruction angenommen wird dafs jede Kraft die entgegengesetzte Diagonale des Parallelograms über die andern Kräfte ist, w. z. z. w.

Ueber
die Identität des Algorithm's
für
Differenz, Integral und ähnliche Operationen
mit dem blofs algebraischen.

Von Herrn TRALLES *).

Die von Leibnitz zuerst bemerkte Analogie von Differenzformeln mit blofs algebraischen, ist von Lagrange sehr erweitert und zur Entdeckung neuer Lehrsätze benutzt worden. Den eigentlichen Grund dieser Analogie zu finden hielt dieser grofse Geometer nicht leicht, und begnügte sich daher mit der Richtigkeit derselben als ein analytisches Faktum. Die Wichtigkeit der Sache hat zwar andere Geometer veranlafst, derselben ihr Nachdenken zu widmen, welches für die Erweiterung der Analysis nicht ohne Nutzen geblieben. Allein wenn sie gleich die Uebereinstimmung der Koeffizienten einiger Differenz- und Integralformeln mit andern algebraischen oder transcendenten Reihen hinlänglich bewiesen; so war doch die Frage über den Grund dieser Uebereinstimmung damit nicht beseitiget, weil die einen aus ganz anderen Begriffen als die andern abgeleitet wurden. Das Bedürfnifs dieser allgemeinen Formeln zu so vielen analytischen Untersuchungen, hat mich veranlafst, dem Grunde jener Analogien nachzuspühren, um zur Erleichterung des Gebrauchs der auf sie sich gründenden Formeln, diese ohne Zeitverlust im Moment wieder aufzufinden. Was ich fand ist so einfach, dafs nur der Gegenstand, welchen diese Nachforschung betrift, mir erlauben kann, dieselbe der Akademie vorzutragen. Es ergab sich nemlich, dafs die Zeichen der endlichen Differenzen und der Differenzialien sowohl als die Integralzeichen überhaupt und im allgemeinen betrachtet, gerade so wie Gröfsenzeichen im algebraischen Algorithmus zu

*) Vorgelesen den 22. Jun. 1809.

behandeln sind, sie seien mit den Funktionen auf welchen sich jene Zeichen beziehen, verknüpft, oder man betrachte und behandele sie abstrakt für sich, als Zeichen von Regeln oder Funktionennehmungen nach einem gewissen Gesetz. Der Grund hievon liegt in diesem Gesetze, aus welchem jene Behandlung eben so nothwendig folgt als eine algebraische aus dem Begriff, dem zu folge sie ausgeführt wird. Ohne diesen Grund würde das Bemerkte auch nur eine Art Erweiterung der bisherigen bekannten Analogien seyn. Das Gesetz selbst für die Regeln besteht darin, dafs dieselben so beschaffen seyen, dafs wenn die Gröfsen oder Funktionen, die ihnen zu folge behandelt werden sollen, aus mehreren von einander abgesonderten Gliedern bestehen, die also blofs mit dem Additions- oder Subtraktionszeichen verbunden sind, die Regeln auf jedes dieser Glieder insbesondere ausgeübt werden und die Summe der Resultate nach den positiven oder negativen Verbindungszeichen der Glieder genommen, das Resultat ist, welches die Summe der Glieder, als eine Gröfse betrachtet, der Regel zu folge geben mufs.

Um im Algebraischen davon ein Beispiel zu geben, so gehört die Regel der Multiplikation der Gröfsen hieher, welcher zu folge die völlig von einander getrennten jede für sich, die eine wie die andere, derselben Multiplikation unterworfen sind. Eben so bekannt ist es, dafs für die Operationen der endlichen Differenzen sowohl als der Differenziationen und Integrationen, dasselbe Gesetz obwaltet. Andere Funktionennehmungen können ebenfalls diese Bedingung haben, z. B. die Koeffizientennehmungen von Potenzen einer Gröfse, nach welcher eine Reihe entwickelt ist oder als entwickelt gedacht wird u. s. f. Dieser gemeinschaftliche Charakter der Differenziationsregeln ist bisher nicht benutzt worden. Den Geometer darauf aufmerksam zu machen, ist hinlänglich, um die Folgen dieser Bemerkung zu entwickeln. Ich habe dies, da es doch auch geschehen mufs, in dieser Abhandlung gethan, wobei es nicht zu verhüten war, sehr bekannte Dinge aufzunehmen, indem ihre Darstellung oder die Ansicht ihrer Entstehung sich ändert.

Ich fange die Untersuchung damit an, blofs die Regeln zu bezeichnen, lasse sie aber ohne alle Bestimmung, den angegebenen Charakter ausgenommen. Nachher wende ich die allgemeinen Sätze, solche Regeln betreffend, auf die bekannten Differenzialregeln und die ihnen verwandten, an, wobei insbesondere entwickelt wird, was in der allgemeinen Betrachtung

übergangen werden durfte, weil es hier doch wieder vorkommen mufste, und so bald man von der bestimmten Bedeutung der Regelzeichen bis auf ihren gemeinschaftlichen Charakter abstrahirt, das besondere Resultat für Differenz und Integraloperationen wieder ein allgemeines ist.

Wenn gleich die Grundsätze hier neu sind, so sind die Resultate als analytische Formeln betrachtet, fast alle bekannt, denn dieser Theil der transcendenten Mathematik ist so vielfältig bearbeitet worden, dafs der Aufmerksamkeit der Analysten wenig entgangen ist. Indessen glaube ich meine Summenformel neu, und sie hat gerade das einfachste Gesetz der Koeffizienten, nemlich diejenigen welche der Cosekante eines Winkels gehören. Bisher, glaube ich, kannte man kein einfacheres als das Fortschreitungsgesetz der Cotangente eines Winkels. Die ohne die allgemeine Theorie bewerkstelligte allgemeine Summation der Potestäten gehört zu jener Anordnung, aus welcher ich letztere leicht ableite. Die Koeffizienten an sich für die Summationsreihe, oder die Bernoullischen Zahlen, sind bisher nur aus Relationsgleichungen auf mancherlei Weise gefunden. Laplace hat eine allgemeine Formel für dieselbe zuerst gegeben, allein sie legt den Charakter dieser Zahlen nicht dar. Ein sehr kurzer Ausdruck, den ich für diese Zahlen finde, scheint mir der allgemeinste zu seyn dessen sie fähig sind. Von den Koeffizienten für die wiederholten Summationen zeige ich auf einem sehr kurzen Wege das allgemeine Gesetz.

Untersuchungen von Lagrange über die den Zweck dieser Abhandlung ähnlichen Gegenstände, befinden sich bekanntlich in den Abhandlungen der Berliner Akademie, worauf ich die Leser verweise, die beurtheilen wollen, was diese Eigenthümliches haben möchten. Ich mufs aber noch hinzusetzen, dafs Arbogast schon den Gedanken gehabt hat, die Operationszeichen von den Funktionen zu trennen, welches er *séparation des échelles* nennt, und so ist diese Trennung nur scheinbar, der Ausdruck selbst dessen er sich bedient, zeigt, dünkt mir, schon an, dafs hier die Sache nicht aufs Reine war, und mit meiner Behandlung nicht dieselbe ist.

1. Es sey u irgend eine willkührlich anzunehmende Gröfse oder Funktion, unter $f:u$ werde eine nach einer bestimmten Regel aus u entspringende Gröfse, eine Gattung Funktion von u oder einer der in ihr enthaltenen Gröfsen verstanden. Diese Regel sey aber der Natur, dafs wenn u in mehrere Theile, gleiche oder verschiedene Funktionen der Gröfse von wel-

cher u Funktion, zerlegbar ist, und dem zufolge $u = z + y + \ldots$, folgende Bedingung der Regel statt habe:

$$f.u = f.(z + y + \ldots) = f.z + f.y + \ldots$$

Wenn eine der Gröfsen z, y etc. diejenige von welcher u als Funktion angesehen, und auf welche f bezogen wird, nicht enthält, so wird fz und $fy \ldots$ Null gesetzt.

Es ist leicht zu erachten, dafs eine Funktionennehmung solcher Art, mit andern ähnlicher Natur vergleichbar, und aus der ihnen gemeinschaftlichen Bedingungsgleichung andere ihren Relationen gemeinschaftliche Eigenschaften entstehen.

2. Da vorausgesetzt wird, die durch f angedeutete Regel sey auf jede Gröfse anwendbar; so ist zuerst klar, dafs man $f.(f.u)$, kürzer $\overset{2}{f}.u$ geschrieben, und überhaupt $\overset{n}{f}.u$ formen kann, durch fortgesetzte Anwendung derselben Regel auf die schon durch dieselbe aus einer angenommenen Gröfse oder Funktion entstandenen; also dafs vermöge der Bedingung seyn müsse:

$$\overset{n}{f}.u = \overset{n}{f}(z + y + \ldots) = \overset{n}{f}.z + \overset{n}{f}.y + \ldots$$

3. So wie diese Funktionen höheren Grades aus denen vom niedrigeren entweder Grad für Grad oder auch durch mehrere auf einmal in jenem so wie in diesem Falle nach einerlei Regel entstehen, so kann man auch eben so umgekehrt die niedrigern aus den höheren entspringend ansehen, wenn gleich keine Vorschrift oder allgemeine Ableitungsregel für entwickelte Darstellung jener Funktionen niedrigeren Grades aus den höhern sich sollte geben lassen. Deutet man das Entstehen von $\overset{n-1}{f}.u$ aus $\overset{n}{f}u$ durch $\varphi.\overset{n}{f}u$ an, so ist also:

$$\varphi.\overset{n}{f}u = \overset{n-1}{f}.u. \text{ Mithin, für } u = z + y + \ldots$$

$$\varphi.\overset{n}{f}(z + y + \ldots) = \overset{n-1}{f}z + \overset{n-1}{f}y + \ldots$$

Aber $\overset{n-1}{f}z = \varphi.\overset{n}{f}z$; $\overset{n-1}{f}y = \varphi.\overset{n}{f}y$ u. s. w. Also

$$\varphi.\overset{n}{f}u = \varphi(\overset{n}{f}z + \overset{n}{f}z + \ldots) = \varphi\overset{n}{f}z + \varphi\overset{n}{f}y + \ldots$$

Mithin ist φ eine Funktionnehmung eben der Natur als f, nemlich derselbigen Bedingung unterworfen.

4. Da der Operation auf welche φ hinweiset, die Gröfse auf welche sie verübt werden soll gleichgültig ist, so kann durch eine Erweiterung der Ansicht welche auf sie führt, dieselbe auch auf solche Gröfsen ausgedehnt werden, welche unmittelbar gegeben sind, ohne dafs sie erst durch Operationen nach f gefunden worden wären.

Demnach ist φu diejenige Gröfse, von welcher das Resultat der Operationen nach f das u selbst geben würde. Findet man also eine Gröfse von welcher das f genommen, wirklich u giebt, so schliefst man, dieselbe sey φu. Indessen ist dabei zu bemerken, dafs wenn f so beschaffen seyn sollte, dafs auf mehrere Gröfsen die Operation, welche f fordert, vollführt, dasselbe Resultat giebt, man nur dann sicher ist, die Werthe oder den allgemeinen Ausdruck von φu zu haben, wenn jene oder dieser alle diejenigen sind oder umfassen, aus welchen durch die Nehmung von f das gegebene u erfolgt. Diese Betrachtung braucht jedoch hier nicht weiter verfolgt zu werden.

5. Man sieht aus dem Bisherigen, dafs eine φ Operation entweder jedesmal eine f Operation aufhebt oder als aufzuheben angesehen wird, und umgekehrt, beide also als einander entgegengesetzte Operationen zu betrachten sind. Es ist daher natürlich statt des Zeichens φ, in so ferne es sich auf f bezieht, sich des Zeichens f^{-1} zu bedienen. Es ist f selbst also so viel als f^{+1}, und f^{-0}, oder f^{+0} ist keine Operation, so dafs $f^{-0}u$, $f^{+0}u$ das u selbst bedeuten mufs, also das eine wie das andere gleich u zu setzen ist. Man kann daher f^{0} als eine Einmalnehmung des u betrachten, $f^{0}u = 1u$, und in diesem Sinne $f^{0} = 1$ setzen.

6. So wie nach der angenommenen Schreibart die Anzeige einer n mal nach einander zu machenden f Operation durch f^{n} angedeutet wird, so bedeutet auch $f^{-1\times n}$ oder f^{-n} die n mal nach einander zu verrichtende f^{-1} Nehmung. Und es ist klar, dafs, so wie zufolge der erstern $f^{m}f^{n}$, f^{m+n} zu schreiben ist, so auch $f^{-m}f^{n}$ oder $f^{n}f^{-m}$ durch f^{n-m} sich ausdrücken läfst, indem letzteres jedesmal das Resultat ist, wenn die Anzahl der f^{+1} Operationen n, die der f^{-1} aber m ist, selbst wenn sie in irgend einer

unter

unter einander vermischten Ordnung einzeln nach einander folgen sollen. Denn stets unterbleiben so viele Operationen der einen Art, als entgegengesetzte derselben zugleich vorhanden sind.

7. Da die Bezeichnung der Operationen einer Art in Beziehung der ihr entgegengesetzten, d. i. derjenigen welche sie aufhebt, nur so eingerichtet zu werden braucht, daſs das eine Zeichen das andere nach gewöhnlichen arithmetischen Regeln aufhebt, wenn diese Zeichen als Gröſsenbezeichnung behandelt werden, so kann man auch statt f^{-1} schreiben $\frac{1}{f}$, da in eben der Nebeneinanderstellung, in welcher $f^{-1}f$ sich als Operationen aufheben und f^{0} oder 1 machen, auch $\frac{1}{f}$ und f dieses leisten. Man kann daher die Bezeichnungen f^{-n} und $\frac{1}{f^n}$, auch f^{+n} und $\frac{1}{f^{-n}}$ als gleichbedeutend betrachten und nach den gewöhnlichen für Gröſsen üblichen Regeln in ihrer Nebeneinanderstellung mit denselben verfahren.

8. Drückt man die n mal wiederholte Operation nach f, also f^n mit einem einfachen Zeichen F aus, so ist $f^n = F$ als Operationsvorschrift und

$$f^n(z+y+..) = F(z+y+...)$$

Auch da $Fu = f^n u$ was auch u seyn mag, so ist mithin

$$f^n(z+y+...) = Fz+Fy+....$$

Mithin ist F das Zeichen einer Regel eben der Bedingung als f, indem $F(z+y+...) = Fz+Fy+..$

Man kann sehr bequem f in Beziehung auf F durch $F^{\frac{1}{n}}$ ausdrücken. Also wenn F ein Funktionszeichen obgedachter Art, so ist auch $F^{\frac{1}{n}}$ eben der Natur.

Will man anders sich davon überzeugen, so kömmt es nur darauf an, $f = F^{\frac{1}{n}}$ in F mit nicht gebrochenen Exponenten darzustellen. Diese Entwickelung von f oder $F^{\frac{1}{n}}$ wird nur die Eigenschaft haben müssen, daſs sie n mal wiederholt F giebt, indem die Bedingung

$f = F^{\frac{1}{n}}$ nur ausspricht, es solle seyn:

$$f^n = \left(F^{\frac{1}{n}}\right)^n = F.$$

Diesem Genüge zu leisten, darf man nur setzen

$$F^{\frac{1}{n}} = \left(1 + (F-1)\right)^{\frac{1}{n}}$$

Man übersieht wohin dies führt, und da gleich wieder etwas ähnliches vorkommt, so wollen wir hier nicht dabei verweilen.

9. Wenn f und φ Operationen bedeuten, die zwei von einander unterschiedene Gröſsen der Funktion die ihnen unterworfen ist, betreffen, oder diese Operationen zu einander in sonst einer willkührlichen Beziehung stehen, beide aber der Natur sind, daſs es für jede allein gestattet ist, sie auf die getrennten Glieder der Gröſse auszuüben und die Summe das Resultat der Operation auf die vereinigten Theile ausmacht; so kann man auch die zusammengesetzte Operation, nach welcher eine Gröſse oder Funktion, welche sie auch sey, sowohl die eine als die andere jener Operationen f und φ besonders betrift und die Summe der Resultate dieser Operationen auf dieselbe Gröſse zu nehmen ist, als eine einzige betrachten gleicher Bedingung mit jenen.

Denn, für y, z... als Funktionen einer oder mehrerer Gröſsen, und für $u = z + y + ..$ wird wegen der Bedingung

$$fu + \varphi u = fz + fy + .. + \varphi z + \varphi y + .. = fz + \varphi z + fy + \varphi y + \ldots$$

Versteht man also unter $(f + \varphi)u$ eben dasselbe als unter $fu + \varphi u$, so ist auch

$$fu + \varphi u = (f + \varphi).(z + y + ..) = (f + \varphi)z + (f + \varphi)y + ..$$

Mithin ist die $f + \varphi$ Operation eben der Natur als die einzelnen f und φ.

Auch wenn die eine Operation auf das Resultat der andern verrichtet wird, ist das Resultat beider als eine einzige betrachtet, eben der Natur. Denn wegen der Bedingung der Operationen nach f und nach φ ist:

$$f\varphi(z + y + ..) = f(\varphi z + \varphi y + \ldots) = f\varphi z + f\varphi y + ..$$

Also wird die Operation $f\varphi$, als eine betrachtet, auf die getrennten Theile z, y etc. der Gröſse besonders vorgenommen.

Demnach ist jeder Ausdruck von $f + \varphi$ wie von einem algebraischen Binom für sich, und in der Entwickelung ganz so zu behandeln wie ein einfaches Formzeichen, und leidet die Gleichungen zwischen F und $f + \varphi$, welche vorher zwischen F und f allein vorgekommen sind. Eben so wird es sich auch mit $f + \varphi + \psi + \ldots$ verhalten, wenn die hinzugefügten Formzeichen den erforderlichen Charakter haben, und $f\varphi$ mit φf, auch $f\psi$, $\varphi\psi$ etc. mit ψf, $\psi\varphi$ etc. verwechselt werden dürfen.

Die angenommene Bezeichnungsart der besondern Art von Funktionen, mit welchen wir uns hier beschäftigen, gestatten also, diese Regelzeichen als Gröfsenzeichen zu behandeln, entweder abstrakt für sich, oder als solche Gröfsenzeichen, welche die wirkliche Gröfse, auf der sie ausgeübt werden sollen, multipliziren. Dafs dieses in ihrer fernern Entwickelung ebenfalls statt haben wird, läfst sich erwarten.

10. Gesetzt $f+\overset{0}{f}$ oder $f+1$ werde als eine Operation F angesehen, die Gröfse u auf welche sie ausgeübt werden kann, sey welche sie wolle, so ist $Fu=(f+1).u$

Daher $\overset{2}{F}u=(f+1)\{(f+1)u\}=f(f+1)u+(f+1)u$

$$=f.(fu+u)+fu+u=\overset{2}{f}u+2fu+u\,,$$

das ist $\overset{2}{F}u=(\overset{2}{f}+2f+\overset{0}{f}).u$

Nimmt man hievon das f und $\overset{0}{f}$ zusammen, so erhält man

$$\overset{3}{F}u=(\overset{3}{f}+3\overset{2}{f}+3f+1).u$$

Allgemein sieht man dafs seyn müsse

$$\overset{n}{F}u=(1+Af+B\overset{2}{f}+C\overset{3}{f}+\ldots\ldots).u$$

wo nur die Anzahl jeder der Operationen f, $\overset{2}{f}$ etc., das ist die Gröfsen A, B, ... welche nur von n abhängen, zu bestimmen sind.

Man setze in der Absicht:

$$\overset{n+1}{F}.u=(1+A_1 f+B_1\overset{2}{f}+C_1\overset{3}{f}+\ldots).u\,;$$

so sind A_1, B_1, ... dieselben Funktionen von $n+1$ als A, B, ... von n. Also hat man $\Delta n=1$ gesetzt, $A_1-A=\Delta A$, $B_1-B=\Delta B$. u. s. w.

Auf der andern Seite, da $\overset{n+1}{F}.u=(f+1).\overset{n}{F}u$, wird $\overset{n+1}{F}.u$ aus $\overset{n}{F}u$ erhalten, wenn man von dieser das f nimmt, mithin allen f in $\overset{n}{F}$ ein f zusetzt, und im ersten Gliede da $1=\overset{0}{f}$, statt desselben $f\overset{0}{f}$ d. i. f setzt, und zu dem Erhaltenen das $\overset{n}{F}u$ selbst addirt. Daher ist

$$\overset{n+1}{F}u=\{1+(A+1)f+(B+A)\overset{2}{f}+(C+B)\overset{3}{f}+\ldots.\}.u.$$

Die Vergleichung dieser beiden identischen Ausdrücke für $\overset{n+1}{F}.u$ giebt für die Koeffizienten als Funktionen von n betrachtet:

$$A_1 - (A+1) = 0 \text{ also } \Delta A = 1, \text{ mithin}$$
$$A = \Sigma 1 = n + \text{const.}$$

Allein mit $n = 0$ wird A Null, also auch const. $= 0$ und $A = n$

$$B_1 (B + A) = 0 \text{ giebt } \Delta B = n, \text{ also}$$
$$B = \Sigma n$$

wo die willkührliche beständige aus gleichem Grunde wie zuvor Null ist, so hat man auch

$$C_1 - (C + B) = 0 \text{ also } \Delta C = B \text{ und}$$
$$C = \Sigma\Sigma n \text{ . u. s. w.; folglich}$$

$$\overset{n}{F}u = (1 + n.f + \Sigma n.\overset{2}{f} + \overset{2}{\Sigma} n.\overset{3}{f} + \overset{3}{\Sigma} n.\overset{4}{f} + \dots).u$$

wo alle Summen ohne Konstanten zu nehmen sind, unter welcher Bedingung diese Koeffizienten sehr bekannte Gröfsen kurz vorstellen.

Für n eine ganze Zahl ist alsdenn auch $\overset{n}{\Sigma} n = 0$; $\overset{n+1}{\Sigma} n = 0$ u. s. w. Ferner ist jeder vorhergehende Koeffizient die Differenz des folgenden, $\Delta n = 1$ gesetzt, also: da $A = n$ so ist der vorhergehende $\Delta A = \Delta n = 1$, der diesem vorhergehende $\Delta 1 = 0$, und so mit den übrigen, n sey was es wolle.

Es ist aber auch noch ferner:

$$\overset{n}{F}u = (1 + \Sigma n^\circ.f + \overset{2}{\Sigma} n^\circ.\overset{2}{f} + \dots)u = (1 + \Sigma.f + \overset{2}{\Sigma}.\overset{2}{f} + \dots)\, n^\circ u. \text{ Daher}$$

$$\overset{n}{F}u = \left(\frac{1}{1 - \Sigma.f}\right) n^\circ.u;$$

wo nur zu bemerken, dafs Σ und f zu einander in keiner Beziehung stehen, und jede auf eine eigne Gröfse gerichtet ist, f auf u und Σ auf n°, welches gleich Eins aber bestimmender durch n° dargestellt wird.

Also ist $\overset{n}{F}$ vollständig dargestellt durch die gegebene Entwickelung in f, fängt in allen Fällen mit $\overset{0}{f}$ oder 1 an, und hört auf, wenn n eine ganze positive Zahl, mit $\overset{n}{f}$, in allen andern Fällen aber geht sie unbestimmt fort.

Man darf nur in den entwickelten Summen für die Koeffizienten $-n$ statt n setzen, so hat man den Ausdruck für die Operation $\overset{-n}{F}$. Denn die Herleitung dieser Koeffizienten beruht einzig auf die Bedingungsglei-

chung der Regelbezeichnung $F^{n}.\ Fu = F^{n+1}u$ oder $(f+1)(f+1)^{n} = (f+1)^{n+1}$ welche auch nach obigem für ein negatives n statt hat. Auch wenn n ein Bruch oder irgend eine Zahl ist, hat sie statt (nach 8.), also gilt die gefundene Entwickelung auch für diesen Fall.

11. Es ist stets erlaubt, für die Entwickelung irgend einer Funktion eine Reihe willkührlicher Form anzunehmen. Kann man vermittelst der Bedingungen, welchen die Funktion unterworfen ist, die unbestimmten Gröſsen der für dieselbe angenommenen Entwickelungsform bestimmen, so hat man die wirkliche Entwickelung der Funktion in der gewählten Gestalt. Diese bedarf also weder einer besondern Herleitung, noch weniger einer Rechtfertigung. Ist es hingegen nicht möglich, in der angenommenen Form die unbekannten Gröſsen zu bestimmen, so läſst sich die Funktion auch nicht nach derselben darstellen.

Will man den Fall einer negativen Funktionnehmung $F^{-n} = (f^{0} + f)^{-n}$, besonders behandeln, so setze man

$$F^{-n}.u = (1 + A.f + B.f^{2} + \dots).u \text{ und}$$
$$F^{-(n+1)}.u = (1 + A_1.f + B_1.f^{2} + \dots).u$$

wo A_1, B_1, ... eben die Funktionen von $n+1$ als A, B, ... von n sind.

Es ist aber auch: $F^{-n} = F.F^{-(n+1)} = (1+f)F^{-(n+1)}$ mithin

$$F^{-n}.u = \{1 + (A_1 + 1).f + (B_1 + A_1).f^{2} + (C_1 + B_1).f^{3} + \dots\}.u$$

Verglichen mit der ersten Setzung giebt dies, wenn man sich erinnert, daſs $A_1 - A = \Delta A$, $B_1 - B = \Delta B$. u. s. f. für $\Delta n = 1$,

$$A = A_1 + 1 \text{ also } \Delta A = -1 \text{ und } A = -\Sigma 1 = -n$$
$$B = B_1 + A_1 \text{ also } \Delta B = -A_1 \text{ und } B = \Sigma(n+1)$$
$$C = C_1 + B_1 \text{ also } \Delta C = -B_1(B + \Delta B) = -\{\Sigma(n+1) + n + 1\}$$
$$\text{also } \Delta C = -\Sigma(n+2) \text{ und } C = -\Sigma^{2}(n+2)$$

u. s. w.

Zu den Integralen sind keine beständige Gröſsen hinzugefügt, weil sie mit n Null werden müssen und sie dies thun, wenn jene Beständigen Null sind.

Mithin hat man wiederum allgemein

$$F^{-n}.u = (1-n).f + \Sigma(n+1).f^{2} - \Sigma^{2}(n+2).f^{3} + \Sigma^{3}(n+3).f^{4} - \dots).u$$

worin man für n setzen kann was man will, versteht sich, nach Entwickelung der Integrale. Allein die Form für ein positives n zum Grunde gelegt, giebt eine einfachere Ansicht der Fortschreitung. Diese hier läſst sich auch zwar auf eine ähnliche bringen, durch die bekannte Relation zwischen Integralen und Summen $\Sigma y = Sy - y$, wodurch man erhält:

$$\overset{-n}{F}u = (1+f)^{-n} = (1 - n.f + Sn.\overset{2}{f} - \overset{2}{S}n.\overset{3}{f} + \ldots).u$$

$$\text{oder} \quad (1+f)^{-n} = \left(\frac{1}{1+S.f}\right) n^{\circ}.u.$$

Allein, die Abwechselung der Zeichen hat in der vorletzten Form doch noch statt, und überdem ist die obige positive Form vorzuziehen, wegen der Bequemlichkeit des einmal eingeführten Algorithms zwischen Integralen und Differenzen, sie auch wirklich allgemein ist, n absolut nimmt, da sie nur fordert am Ende $-n$ statt $+n$ zu setzen, und dann diese dem Werthe nach giebt.

12. Gesetzt man wolle $\overset{n}{F}.u$ entwickeln wenn

$$F.u = (1 + \alpha_1 .f + \alpha_2 .\overset{2}{f} + \alpha_3 .\overset{3}{f} + \ldots)u;$$

wo α_1, α_2, $\alpha_3 \ldots$ bestimmte Gröſsenzeichen und $\overset{1}{f}$, $\overset{2}{f} \ldots$ Funktionszeichen sind, unter der bisher angenommenen und fortwährend gültigen Bedingung.

Auch hier hat, der angenommenen Bezeichnung der Wiederhohlung der Anwendung der Regel gemäſs, die Gattung von Bedingungsgleichung statt, $\overset{n+1}{F} = \overset{n}{F}.\overset{n}{F}$, für die Regel an sich, oder für das durch sie bewirkte Gröſsenresultat $\overset{n+1}{F}.u = F.\overset{n}{F}u$. Setzt man nun:

$$\overset{n}{F}u = (A + B.f + C.\overset{2}{f} + D.\overset{3}{f} + \ldots)u$$

und

$$\overset{n+1}{F}.u = (A_1 + B_1 .f + C_1 .\overset{2}{f} + D_1 .\overset{3}{f} + \ldots)u$$

wo, da die Form für $\overset{n}{F}$ allgemein seyn soll, n sey was es wolle, auch A_1, B_1 etc. eben die Funktionen von $n+1$ seyn müssen als A, B etc. von n.

Um auf der andern Seite von $\overset{n}{F}.u$ das F zu nehmen, hat man, da $F = 1 + \alpha_1 .f + \alpha_2 .\overset{2}{f} + \ldots$

$$F.\overset{n}{F} = \overset{n}{F} + \alpha_1 .f\overset{n}{F} + \alpha_2 .\overset{2}{f}\overset{n}{F} + \ldots$$

gerade so, als wenn man $\overset{n}{F}$ mit F oder dem was es bedeutet, zu multiplizi-ren hätte. Für $\overset{n}{F}$ im letzten Ausdruck sein gleichgeltendes gesetzt, so hat man:

$$\begin{aligned} A_1 + B_1 . f + C_1 . \overset{2}{f} + D_1 . \overset{3}{f} + \ldots = A + B . f + C . \overset{2}{f} + D . \overset{3}{f} + \ldots \\ + \alpha_1 A . f + \alpha_1 B . \overset{2}{f} + \alpha_1 C . \overset{3}{f} + \ldots \\ + \alpha_2 A . \overset{2}{f} + \alpha_2 B . \overset{3}{f} + \ldots \\ + \alpha_3 A . \overset{3}{f} + \ldots \\ + \ldots \end{aligned}$$

welche beide Entwickelungen von $\overset{n+1}{F}$ identisch seyn müssen, also sind die bei gleichen f Zeichen befindlichen Koeffizienten gleich. Mithin ist zuerst:

$$A_1 = A$$

Also A beständig. Um es zu bestimmen darf man nur bemerken, daſs es für $n = 1$ auch 1 ist, also überhaupt $A = 1$.

Daher wird dann aus den Koeffizienten von f, die Gleichung

$$B_1 = B + \alpha_1 A \text{ oder } B_1 = B + \alpha_1 \text{ oder } \Delta B = \alpha_1$$

erhalten. In ΔB ist n die veränderliche und $\Delta n = 1$, weil B_1 eben die Funktion von $n + 1$ als B von n ist, welches auch bei den andern statt hat. α_1 ist von n unabhängig als gegebene oder willkührlich angenommene Gröſse, und so verhält es sich mit α_2, α_3 etc. Daher denn

$$B = \alpha_1 \Sigma 1 = \alpha_1 . n$$

Die hinzuzufügende Konstante ist Null, weil B für $n = 1$ gleich α_1 werden muſs. So hat man nun weiter

$$\begin{aligned} \Delta C &= \alpha_1 B + \alpha_2 \\ \Delta D &= \alpha_1 C + \alpha_2 B + \alpha_3 \\ \Delta E &= \alpha_1 D + \alpha_2 C + \alpha_3 B + \alpha_4 \\ \Delta F &= \alpha_1 E + \alpha_2 D + \alpha_3 C + \alpha_4 B + \alpha_5 \end{aligned}$$

u. s. w. Also integrirt, da $B = \alpha_1 . n$, so ist:

$$C = \alpha_1^2 \Sigma n + \alpha_2 . n$$

$$D = \alpha_1^3 \overset{2}{\Sigma} n + 2 \alpha_1 \alpha_2 \Sigma n + \alpha_3 . n$$

$$E = \alpha_1^4 \overset{3}{\Sigma} n + 3 \alpha_1^2 \alpha_2 \overset{2}{\Sigma} n + \left. \begin{matrix} 2 \alpha_1 \alpha_3 \\ + \alpha_2 \alpha_2 \end{matrix} \right\} \Sigma n + \alpha_4 . n$$

$$F = \alpha_1^5 \overset{4}{\Sigma} n + 4 \alpha_1^3 \alpha_2 \overset{3}{\Sigma} n + \left. \begin{matrix} 3 \alpha_1^2 \alpha_3 \\ + 3 \alpha_1 \alpha_2^2 \end{matrix} \right\} \overset{2}{\Sigma} n + \left. \begin{matrix} 2 \alpha_1 \alpha_4 \\ + 2 \alpha_2 \alpha_3 \end{matrix} \right\} \Sigma n + \alpha_5 . n$$

u. s. w. Die Koeffizienten sind, so wie sie hier stehen, vollständig; in den wiederhohlten Integrationen sind nemlich die beständigen Gröſsen Null zu setzen, damit die Koeffizienten C, D etc. für $n = 1$, gleich α_2, α_3 etc. werden, wie die Natur der Aufgabe hier es erfordert. Uebrigens hat die Fortsetzung der folgenden Koeffizienten keine Schwierigkeit. Aus der Herleitung erheliet, daſs sie für jeglichen Werth von n gültig sind.

Es darf beiläufig wohl angemerkt werden, daſs sich hier der Grund zeigt, auf welchen die nach Bernoulli oft gebrauchte Beweisform beruht: daſs eine Entwickelung allgemeingültig sey, die für $n + 1$ eben die Form als für n annimmt und für irgend ein bestimmtes n entsprechend befunden wird. Oben ist aus der Nothwendigkeit der Identität der Entwickelungsform für n und $n + 1$ und unter Beobachtung der Bedingung aus jener zu dieser zu gelangen, die Form gefunden. In der Bernoullischen Beweisart wird die Form selbst als bekannt angenommen und deren Richtigkeit erprobt, als die eines Integrals durch Differenznehmung.

13. Man ersieht aus dem bisherigen sehr leicht, daſs wenn

$$F = \alpha f^{\mu} + \alpha_1 f^{\mu+1} + \alpha_2 f^{\mu+2} + ..$$

man auch setzen könne:

$$F = f^{\mu} . (\alpha + \alpha_1 f + \alpha_2 f^{2} + \dots .)$$

und also seyn werde

$$F^{n} = \alpha^{n} . f^{\mu n} \left(1 + \frac{\alpha_1}{\alpha} f + \frac{\alpha_2}{\alpha} f^{2} + \dots \right)^{n}$$

Die letzte n malige Funktionnehmung ist eben so entwickelt. Es würde überflüssig seyn, andere Fälle besonders zu behandeln, da es hinlänglich erhellet, daſs diese Art Funktionszeichen durchgehends zu behandeln sind, als wären es Gröſsen, man mag die Gröſse oder Funktion, auf welche sie ausgeübt werden sollen, hinzufügen, oder sie abstrakt betrachten, wie zuletzt hier geschehen ist.

14. Sieht man $f + \alpha f^{2} + \beta f^{3} + \dots$ als eine Regel an, die man durch F andeutet, so kann man f durch F ausdrücken. Denn man setze

$$f = aF + bF^{2} + cF^{3} + \dots$$

und für F, F^{2} etc., deren gleichbedeutende aus der Einerleiheit

$$F = f + \alpha f^{2} + \beta f^{3} + \dots$$

gezogen, so erhält man:

$f = a$

$$\begin{aligned} f = af &+ a\alpha f^2 + a\beta . f^3 + a\gamma f^4 + \ldots . \\ &+ \quad bf^2 + 2ba\alpha f^3 + b\alpha^2 . f^4 + \ldots . \\ &\qquad + \quad cf^3 + 2b\beta f^4 + \ldots . \\ &\qquad\qquad + 3c\alpha f^4 + \ldots . \\ &\qquad\qquad + \quad df^4 + \ldots . \\ &\qquad\qquad\qquad + \ldots . \end{aligned}$$

Setzt man f und dessen Gleichbedeutendes identisch, so ist klar, daſs wenn a, b, c etc. diesem zufolge bestimmt werden, f mit $aF + bF^2 + \ldots$ einerlei ist.

Diese Koeffizienten aber lassen sich bestimmen, denn man hat für die Identität: $a = 1$; $a\alpha + b = 0$; $a\beta + 2b\alpha + c = 0$ etc., woraus sich b, c etc. ergeben, deren Auseinandersetzung sonst bekannt ist.

Die hier befolgte Vorstellung um f durch F darzulegen, ist so gewählt, um in Gedanken den Gang der analytischen Verrichtung so verfolgen zu können, daſs man nie aus den Augen verliehre, welchen Begriff man mit den Zeichen f und F verknüpft und dieser Ansicht gemäſs folgerecht fortschreitet. Allein zugleich wird man während der Operation gewahr, daſs man nicht anders verfahren müſste wenn f und F wirkliche Gröſsen wären. Das Resultat für die Koeffizienten zeigt das nemliche, und, da es bei einer Auflösung einer solchen Gattung von Gleichung als die vorgegebene, nur um diese zu thun seyn kann: so ist es erlaubt, auf dieselbe die Theorie der Umkehrung der Reihen ohne weiteres anzuwenden, ohne den hier gewählten Weg zu durchgehen.

Hätte man für f einen Ausdruck in F, bekannter Form, so folgt also, daſs man dieselbe auch so ausdrücken dürfe, als wären f und F Gröſsen. Wenn z. B.

$$f = F - \tfrac{1}{2} F^2 + \tfrac{1}{3} F^3 - \tfrac{1}{4} F^4 + \ldots$$

wo die Koeffizienten dem Gesetze der bekannten logarithmischen Reihe folgen, so schreibt man auch hier ohne weiteres: $f = \log. (1 + F)$, und zieht daraus $F = e^f - 1$, und so mit andern.

15. Die Behandlung von $F = f + \varphi$ geht aus dem Bisherigen hervor, wenn φ eine, wenn auch noch unbestimmte, Funktion von f, das heiſst, wenn man bloſs annimmt die φ Operation lasse sich durch Anwendung

der f ausrichten, also auch darstellen. Jede Formnehmung nach F erscheint also, als eine Binomische derselben Art von $f + \varphi$, die sich nach Umständen entwickelt ohne dafs f und φ zusammenfliefsen, welches jedoch bewirkt werden kann, sobald man eine Relation zwischen f und φ annimmt, und dieselbe in das durch f und φ gehaltene Resultat setzt. Allein alles besteht eben so, wenn man auch annimmt, es habe keine Relation zwischen f und φ statt, sie also als von einander unabhängig angesehen werden, wie auch dann geschehen mufs, wenn sie auf independente Gröfsen der ihnen zugeordneten analytischen Funktion sich beziehen, selbst wenn φ ganz derselben Natur wäre als f. Nur Vereinigung von f und φ hat nicht mehr statt, sie bleiben in Entwickelungen von zusammengesetzten Formen von F nebeneinander stets eigenthümlich bezeichnet stehen. Aber $\overset{n}{F} = \overset{n}{(f + \varphi)}$ kann nur dann vollständig die reduzirte Form einer algebraischen Binomischen Potenz annehmen, in so ferne φf und $f\varphi$ so wie Produkte zu einerlei Resultat führen, welches, wenn φ und f Funktionen von einander sind, im Allgemeinen natürliche Folge des bisherigen ist. Sind φ und f von einander unabhängig, so ist es wohl am einleuchtendsten, zu ersehen, was die bestimmte Natur von φ und f jedesmal entscheidet. In andern Fällen und bei mehrern Formen f, φ, ψ .... gilt, was von zweien gesagt ist.

16. Nur um an einer fafslichen Idee das bisher auseinandergesetzte anzuknüpfen, ist mehreremale bemerkt, dafs sich die Behandlung der Funktionszeichen in Beziehung auf die Gröfse auf welche sie anzuwenden sind, als Faktoren derselben verhalten. Da dieses aber nicht als Hülfsmittel der Herleitung gedient hat, sondern die Formen aus den festgesetzten Begriffen und deren Bezeichnung allein abgeleitet sind, so kann man umgekehrt die Sache ansehen, und die Multiplikation von irgend einer Gröfse mit einer andern in die Reihe der Funktionennehmungen setzen, welche sich auf alle abgesonderten Theile einer Gröfse gleichmäfsig erstreckt. In der That hat man, wenn $u = z + y + \ldots$ auch $\alpha u = \alpha z + \alpha y +$. Also ist diese Operation offenbar als eine besondere der Gattung $fu = fz + fy + \ldots$ zu betrachten. Man kann daher auch alle die gegebenen Formen aus einem höhern und allgemeinern Princip abgeleitet, als solche ansehen, unter welche der Algorithm der Gröfsenrechnung mit begriffen ist. In dieser Hinsicht würde eine weitere Verfolgung des Gegenstandes uns jedoch nur

mit gröfserer Abstraktion auf lauter bekannte Sätze leiten. Allein es giebt mehrere Anwendungen des bisher blofs nach der allgemeinen Eigenschaft der Regeln Behandelten, die von grofser Wichtigkeit sind, und die nach der genommenen Ansicht nicht nur mit ungemeiner Leichtigkeit geschehen, sondern auch den Algorithmus in der transcendenten Analysis vollständig begründen und erweitern.

17. Es darf ohne Beweis hier vorausgesetzt werden, dafs die Regeln nach welchen die endlichen Differenzen und die Differenzialen der Funktionen gefunden werden, den Charakter haben, dafs sie auf jeden der getrennten Theile einer Funktion besonders auszuüben sind. Alles was daher von der eigenthümlichen Art von Funktionennehmung eben im allgemeinen entwickelt worden, gilt für diese, welche durch die ihnen geeigneten Zeichen Δ und d angedeutet werden sollen. Die ihnen entgegengesetzten Operationen Σ und $\int$ sind also zufolge des obigen eben der Natur. Neben diesen führe ich noch ein besonderes Zeichen $\mho$ ein, um eine Substitution von $a+\alpha$ z. B. statt a in einer Funktion von a anzudeuten.

Diese Operation ist nemlich derselben Gattung als die übrigen eben erwähnten. Denn wenn A eine Funktion von a gleich $B+C+\ldots$ ist und man das Resultat der Substitution von $a+\alpha$ in A statt a haben will, so mufs man sowohl in B als in C etc. die Substitution besonders vornehmen. so dafs also für $A=B+C+\ldots$ seyn wird:

$$\mho A=\mho(B+C+\ldots)=\mho B+\mho C+\ldots.$$

18. Setzt man in $\mho A$ statt a, $a-\alpha$ so ist klar, dafs wieder A entsteht; diese Operation ist also der vorigen, welche sie aufhebt, entgegengesetzt, und mufs dem zufolge und dem Algorithm der Gröfsen gemäfs mit $\mho^{-1}$ bezeichnet werden.

Man hat auch $\mho\mho\mho\ldots\mho.A=\mho A$ dasjenige was aus A wird wenn man n mal nacheinander $a+\alpha$ statt a setzt, wofür sich hier ein Beispiel einer sehr einfachen einzelnen Operation darbietet, die dieses auf einmal leistet, nemlich die Substitution von $a+n\alpha$ statt a. Diese Operation kann man nöthigenfalls besonders bezeichnen, wodurch man zwischen dieser Bezeichnung und dem $\mho$ eine Gleichung wie oben (8.) erhält.

Aber die Substitutionen nach einander können auch auf verschiedene von einander unabhängige Gröfsen, welche in der Funktion A vorkommen, $a, b\ldots.$ gerichtet seyn. In diesem Fall kann man zwar beide Substitu-

tionen für *a* und *b* z. B. durch das Zeichen $\mho$ auch ausdrücken, dieses wird aber zwei von einander unabhängige Operationen unter sich begreifen, die also verschiedener gegen sich irreduktibeler doch gleiche Natur andeutender Zeichen bedürfen, $\mho_{,}$ für die *a*, $\mho_{,,}$ für die *b* Substitution, so dafs also nun $\mho = \mho_{,} \cdot \mho_{,,}$ oder auch, weil hier die Abänderung der Ordnung erlaubt ist, $\mho_{,,}\ \mho_{,}$ gesetzt werden mufs. Bei mehrern in einer Funktion vorkommenden Veränderlichen, wird also $\mho = \mho_{,}\ \mho_{,,}\ \mho_{,,,} \ldots$, mit willkührlicher Versezzung der Zeichen statt haben, und nun auch $\mho^n = \mho^n_{,} \cdot \mho^n_{,,}\ \mho^n_{,,,} \ldots$ seyn.

Aus den mit dem Zeichen $\mho$ verknüpften Begriff wollen wir nun das Folgende ableiten, wodurch, indem eine bestimmte Anwendung des allgemeinen Algorithms vorgenommen wird, zugleich ein Theil der allgemeinen Theorie der Differenzial- und Differenzfunktionennehmung und den umgekehrten Operationen von selbst sich entwickelt.

19. Da, wenn in u Funktion von x, statt x gesetzt wird $x + i$, das Resultat gleich seyn mufs der Funktion u selbst ohne i und einer andern Funktion von x und i; so kann man setzen:

$$\mho = 1 + \Delta \text{ d. i. } \mho u = (1 + \Delta) u = u + \Delta u,$$

wo, weil $\mho$ eine Funktionnehmung auf gesonderte Theile, auch 1 oder $\mho^0$ und ebenfalls Δ eine solche seyn mufs. Man kann aber für die Einmalnehmung oder $\mho^0$ jedes andere Null bezeichnete Funktionszeichen nehmen, also auch setzen: $\mho = \Delta^0 + \Delta$. Allein die Einheit ist in diesem Falle das allgemeinere Zeichen, dessen wir uns daher, wenn nicht besondere Umstände es anders veranlassen, bedienen wollen.

Das Δ ist in diesem Falle eine bekannte Operation, denn da $\mho$ es ist, so hat man aus der gesetzten Gleichung in Regelzeichen $\mho = 1 + \Delta$ sogleich $\Delta = \mho - 1$.

Es ist keinesweges nöthig die Setzung von $\mho = 1 + \Delta$ zu rechtfertigen, wie eben geschehen, sondern man kann sie als Hypothese betrachten. Denn es kömmt nur darauf an, wenn die Regel für $\mho$ gegeben ist, derselben und der gesetzten Gleichheit gemäfs, die andere Regel Δ zu bestimmen.

Wenn das Substitutionszeichen $\mho$ vor einer Funktion steht oder auf dieselbe sich bezieht, so zeigt es nur die Regelform im allgemeinen an, aber nicht die Gröfse in der Funktion für welche, noch was für dieselbe

zu substituiren sey. Eben so verhält es sich mit dem andern Zeichen Δ. Es mufs also in jedem Falle beides gemerkt und unterschieden werden, auf welche Gröfse sich jedes insbesondere erstreckt, vornemlich wenn mehrere ähnlicher Art wie oben $\mho_{,}\ \mho_{,,}$ . . unter ein allgemeineres $\mho$ begriffen sind. Denn dieser Bezeichnung ähnlich wird nun auch gesetzt:

$$\mho_{,} = 1 + \Delta_{,}\,;\ \mho_{,,} = 1 + \Delta_{,,} \text{ etc.}$$

20. Die einzige Gleichung $\mho = 1 + \Delta$ giebt zu mannigfaltigen Folgerungen Anlafs, man hat nemlich sogleich:

$$\overset{n}{\mho} = (1 + \Delta)^{n} \text{ und } \overset{n}{\Delta} = (\mho - 1)^{n}$$

von welchen die erste gröfsenähnlich entwickelt die als Interpolationsformel so bekannte Reihe

$$\overset{n}{\mho} u = (1 + n\Delta + \frac{n\,.\,n-1}{1\,.\,2}\overset{2}{\Delta} + \ldots)\,u,$$

und die andere

$$\Delta^{n} u = (\mho^{n} - n\mho^{n-1} + \frac{n\,.\,n-1}{1\,.\,2}\mho^{n-2} - \ldots\ldots)\,u$$

die *n*te Differenz einer Funktion giebt, ausgedrückt durch die verschiedenen Werthe der Funktion, wenn statt x, als die veränderliche betrachtet, die Werthe $(1 + \Delta)x = x + \Delta x$, $(1 + 2\Delta)x = x + 2\Delta x$ etc. substituirt werden.

Auch ist $\mho^{n} u$ was man sonst durch u_{n} wohl zu bezeichnen pflegt.

Das u kann in obigen Reihen hinter jedem Zeichen besonders geschrieben werden, welches aber weniger bequem. Läfst man es ganz weg, so hat man die Gleichungen in blofsen Regelzeichen.

Geschieht die Wiederhohlung der Substitution jedesmal auf eine andere Gröfse, so tritt statt der Form der Potenz die eines Produktes hervor. Denn wenn man nach schon erklärter Weise setzt, dafs für n verschiedene von einander unabhängige Gröfsen z, y, x . . . . in derselben Funktion auf einmal oder nach einander substituirt werden soll

$$(1 + \Delta_{,})z, (1 + \Delta_{,,})y \ldots = z + \Delta_{,}z, y + \Delta_{,,}y \text{ etc.}$$

so hat man:

$$\mho = \mho_{,}\mho_{,,}\mho_{,,,} \ldots\ldots\ldots = 1 + \Delta = (1 + \Delta_{,})(1 + \Delta_{,,})(1 + \Delta_{,,,}) \ldots\ldots$$

woraus umgekehrt obiges $\mho^{n}$ als eine Folgerung fliefsend betrachtet werden

mag, indem man hier $\mho_{,} = \mho_{,,} = \ldots.$ und $\Delta_{,} = \Delta_{,,} = \Delta_{,,,}$ setzt oder $z = y = x \ldots.$ annimmt.

Zu bemerken ist, dafs so lange die Zeichen $\Delta_{,}, \Delta_{,,} \ldots.$ vor Funktionen stehen, sie gleichsam formale Regeln ausdrücken, wenn sie aber in deren Ausübung vor deren Wurzelwerthe $z, y, \ldots$ treten, hört dieses auf, und $\Delta_{,} z$, $\Delta_{,,} y \ldots$ sind nur noch als einzelne unbestimmte oder willkührliche Gröfsen zu betrachten. Es kann aber freilich z noch weiter als eine Funktion von ζ betrachtet werden, und in diesem Fall hört $\Delta_{,}$ nicht auf Regel zu seyn als bis es vor ζ kömmt und man $\Delta_{,}\zeta$ und deren Potenzen grade wie die einzelnen Gröfsen behandelt.

Es ergiebt sich aus obiger Formel der Werth eines zusammengesetzten Δ, nemlich

$$\mho - 1 = \mho_{,}\mho_{,,} \ldots - 1 = \Delta = (1 + \Delta_{,})(1 + \Delta_{,,}) \ldots. - 1$$

Ferner hat man

$$\Delta^{n} = \{(1 + \Delta_{,})(1 + \Delta_{,,}) \ldots - 1\}^{n}$$

$$\mho^{n} = (1 + \Delta_{,})^{n} (1 + \Delta_{,,})^{n} \ldots\ldots$$

Will man aber statt $\Delta_{,} z\,;\ \Delta_{,,} y \ldots$ setzen $\lambda . \Delta_{,} z\,;\ \mu \Delta_{,,} y \ldots.$ so hat man

$$\mho^{n} = \mho_{,}^{n\lambda}\ \mho_{,,}^{n\mu} = (1 + \Delta_{,})^{n\lambda}_{,}\ (1 + \Delta_{,,})^{n\mu} \ldots.$$

21. Es sey $\mho u$ das Resultat der Substitution von $(1 + \Delta)x$ d. i. $x + \Delta x$ statt x in u als Funktion von x. Man bezeichne die m malige Operation oder Substitution $\mho$ mit O, so ist also $O = \mho^{m}$. Es ist aber in diesem Falle O auch das Resultat der Substitution von $x + m\Delta x$ statt x, so dafs man hat: $Ox = (1 + D)x$ gesetzt; $\frac{Dx}{\Delta x} = m$.

Abstrahirt man von allem Besondern der Anwendung und Fafslichkeit halber hinzugefügten, so bleibt im allgemeinen die Hypothese übrig dafs

$$\mho = 1 + \Delta\,;\ \mho^{m} = O \text{ und } O = 1 + D$$

nach welcher Δ in D und umgekehrt D in Δ sich darstellen läfst.

Wegen der Voraussetzung $\mho^{m} = O$ geben die andern beiden Gleichungen: $(1 + \Delta)^{m} = 1 + D$. Mithin $D = (1 + \Delta)^{m} - 1$.

Umgekehrt folgt $1 + \Delta = (1 + D)^{\frac{1}{m}}$ also $\Delta = (1 + D)^{\frac{1}{m}} - 1$; folglich

$$\Delta = \frac{1}{m} D + \frac{1-m}{m^2 \cdot 2} D^2 + \frac{1-m \cdot 1-2m}{m^3 \cdot 2 \cdot 3} D^3 + \ldots$$

Also auch:

$$\overset{n}{D} = \{(1+\Delta)^{m} - 1\}^{n}; \; \overset{n}{\Delta} = \{(1+D)^{\frac{1}{m}} - 1\}^{n}$$

Hängt man diesen Gleichungen in Regelzeichen die Funktion u von x an, auf welche D und Δ als Differenznehmungen bezogen werden, so ergiebt sich wie die Differenzen jeder Ordnuug von u aus einander abgeleitet werden, wenn die gegebenen zu den zu suchenden die Relation haben, dafs die einen aus einer m mal gröfseren Veränderung des Radikals x der Funktion u als bei andern entstehen.

Man sehe für die Anwendung nnd Entwickelung dieser Formel eine Abhandlung von de la Grange in den Schriften der Berliner Akademie für 1779.

22. Für eine Substitution von $x - \Delta x$ statt x in u ist das Zeichen $\mho^{-1}$ wie oben erwähnt, anzuwenden. Da diese negative $\mho^{-1}$ Operation eine positive Substitution $\mho$ aufhebt; so ist klar, dafs wenn man, wie geschehen, letztere auch mit $1 + \Delta$ bezeichnet, also setzt $\mho = 1 + \Delta$, man für $\mho^{-1}$ setzen müsse $(1+\Delta)^{-1}$, folgerecht den allgemeinen aufgestellten Grundsätzen, wenn man für Δ den einmal festgesetzten Begriff beibehalten will.

In der That ist $\mho^{-m} \mho^{n} = \mho^{n-m}$ und eben so in ihren gleichbedeutenden $(1+\Delta)^{-m} (1+\Delta)^{n} = (1+\Delta)^{n-m}$. Dem zu folge hat man die Substitution von $x - \Delta x$ d. i. $(1-\Delta)x$ statt x in einer Funktion auszudrücken durch

$$\mho^{-1} = \frac{1}{1+\Delta} = 1 - \Delta + \Delta^2 - \Delta^3 + \ldots$$

oder, wenn man die Reihe nicht ins unendliche, oder in bestimmten Fällen so weit bis dafs Δ^{m} der Funktion Null wird, fortschreitend denken, sondern abrechen will

$$\mho^{-1} = 1 - \Delta + \Delta^2 - \ldots \pm \Delta^{n-1} \mp \frac{\Delta^{n}}{1+\Delta}.$$

$$= 1 - \Delta + \Delta^2 - \ldots \pm \Delta^{n-1} \mp \mho^{-1} \Delta^{n}$$

Soll diese $\mho^{-1}$ Operation wiederholt werden, n male, so wird sie ausgedrückt werden müssen durch

$$\left(\mho^{-1}\right)^n = \mho^{-n} = \left(1 - \Delta + \Delta^2 - \Delta^3 + \ldots\right)^n = \left(\frac{1}{1+\Delta}\right)^n$$

welches offenbar nichts anders ist als der im vorletzten Artikel gegebene Ausdruck für $\mho^n$, wenn in demselben n negativ genommen wird, welches also diesem zufolge erlaubt ist.

Es kann also $\mho^n$ für n jede Zahl, durch $\mho^0$, $\mho^1$, $\mho^2$. , . . als gegebene betrachtet, wodurch es dann auch Δ, Δ^2 . . . . sind, gefunden werden, $\mho$ sey einfach oder zusammengesetzt, auf mehrere unabhängige Gröfsen gerichtet. Also hat man in der Anwendung dieser Formen den Werth von $F(z + \alpha\Delta_{,} z, y + \beta\Delta_{,,} y, \ldots)$ für α, β... jegliche Zahl, wenn die Werthe der Funktion F, $F(z, y \ldots)$, $F(z + \Delta_{,} z, y + \Delta_{,,} y, \ldots)$ $F(z + 2\Delta_{,} z, y + 2\Delta_{,,} y, \ldots)$, etc. gegeben sind. Für $\Delta_{,,} y = o$, $\Delta_{,,,} x = o$ etc. geht dies in die einfache Form $F(z + \alpha\Delta_{,} z)$ oder $\mho^{\alpha} . Fz$ über.

Allein um $\mho^n$ zu haben ist es nicht nothwendig von $\mho^0$ auszugehen. Denn da allgemein

$$\mho^n = \mho^{n-m} \cdot \mho^m$$

so folgt auch

$$\mho^n = (1 + \Delta)^{n-m} \cdot \mho^m = \frac{1}{1 - \Sigma . \Delta}(n - m)^0 \cdot \mho^m$$

wo in der Entwickelung alle Δ sich nun auf $\mho^m$ beziehen, das Σ aber wie es schon bei der allgemeinen Behandlung der Formen angewandt worden, auf $n - m$ allein sich richtet und die Mitfaktoren bildet.

Setzt man $n = 0$, $m = -\frac{x}{x\Delta}$, indem man die unbestimmt gelassene und gar nicht aufgenommene Funktion, doch als irgend eine denkt deren Veränderliche x, so hat man

$$\mho^0 = (1 + \Delta)^{x:\Delta x} . \mho^{-x:\Delta x} = \frac{1}{1 - \Sigma . \Delta}\left(\frac{x}{\Delta x}\right)^0 \mho^{-x:\Delta x}$$

Das $\mho^{-x:\Delta x}$ einer Funktion bezeichnet offenbar was aus derselben wird wenn in derselben $x - \frac{x}{\Delta x} . \Delta x$ anstatt x, d. h. dieses Null gesetzt wird.

Man

Man zieht aus der Entwickelung die Gleichung

$$\mho^{\circ} - \mho^{-x:\Delta x} = \left(\frac{x}{\Delta x}\Delta + \frac{x.x-\Delta x}{1.2.\Delta x^2}\Delta^2 + \ldots\right)\mho^{-x:\Delta x}$$

Also wenn man ein Δ dem $\mho$ unmittelbar vorsetzt:

$$\mho^{\circ} - \mho^{-x:\Delta x} = \left(\frac{x}{\Delta x} + \Sigma\frac{x}{\Delta x}.\Delta + \Sigma^2\frac{x}{\Delta x}.\Delta^2 + \ldots\right)(\Delta\mho^{\circ})^{-x:\Delta x}$$

Oder: $$\mho^{\circ} - \mho^{-x:\Delta x} = \left(\frac{1}{1-\Sigma.\Delta}\right)\frac{x}{\Delta x}.(\Delta\mho^{\circ})^{-x:\Delta x}$$

eine Gleichung, welche, um den ersten Theil zu finden, nur erfordert, daſs das $\Delta\mho^{\circ}$ d. i. das Δ der Funktion gegeben sey.

Es ist aber auch: $\mho^{-x:\Delta x} = \mho^{-x:\Delta x}\mho^{\circ} = (1+\Delta)^{-x:\Delta x}$.

Mithin

$$\mho^{\circ} - \mho^{-x:\Delta x} = \frac{x}{\Delta x}.\Delta - \frac{x.x+\Delta x}{1.2.\Delta x^2}\Delta^2 + \frac{x.x+\Delta x.x+2\Delta x}{1.2.3.\Delta x^3}\Delta^3 - \ldots$$

Daher dem vorigen ähnlich:

$$\mho^{\circ} - \mho^{-x:\Delta x} = 1 - \mho^{-x:\Delta x} = \frac{1}{1+S.\Delta}\frac{x}{\Delta x}.\Delta = \frac{1}{1+\mho\Sigma.\Delta}.\frac{x}{\Delta x}.\Delta.$$

Wo sich nun das Δ auf $\mho^{\circ}$ bezieht, das S oder $\mho\Sigma$ auf $\frac{x}{\Delta x}$, die Differenz von x auch für die Anwendung dieser Zeichen gleich Δx genommen.

23. Oben ist $\mho^n = (1+\Delta)^n$ nach Wiederholungen von Δ entwickelt. Allein man kann dieses $\mho^n$ auch nach Potenzen von n entwickeln und hat alsdenn zufolge der bekannten Entwickelung von a^x nach Potenzen von x auch hier

$$\mho^n = 1 + n.\log.\mho + \frac{n^2}{1.2}(\log.\mho)^2 + \frac{n3}{1.2.3}(\log.\mho)^3 + \ldots \text{ oder}$$

$$\mho^n = 1 + n\log.(1+\Delta) + \frac{n^2}{1.2}\log.(1+\Delta)^2 + \ldots$$

wo im zweiten Theile log. $\mho$ oder log. $(1+\Delta)$ als Eine Operation angesehen werden kann, die, da sie nur aus Δ Operationen zusammen gesetzt, nemlich der Form $\Delta - \frac{1}{2}\Delta^2 + \frac{1}{3}\Delta^3 - \ldots$ ist, eben den allgemeinen Charakter hat als Δ. Aber $(\log.1+\Delta)^2$, $(\log.1+\Delta)^3$ etc., sind die Wiederhohlungen der ersten Operation Zwei, Drei etc. male, jene also, die log. $(1+\Delta)$ Operation, als eine für sich betrachtet und mit d bezeichnet,

so müssen diese mit d^2, d^3 etc. bezeichnet werden, und dem zufolge ist

$$\mho^n = 1 + n.d + \frac{n^2 . d^2}{1.2} + \frac{n^3 d^3}{1.2.3} + \ldots$$

Es bleibt nun übrig zu untersuchen, wie die Operation d an sich beschaffen seyn oder was sie bedeuten mufs, in der Voraussetzung $\mho u$ bedeute die Substitution von $x + \Delta x$ statt x in u, wo dann $\mho^n$ die von $x + n\Delta x$ statt x ist. Dies zeigt indessen die Formel von selbst an. Denn da

$$\overset{n}{\mho} u = u + n.du + \frac{n^2 d^2 u}{1.2} + \ldots$$

so ist du der Koeffizient von n in der Entwickelung von u, wenn $x + n\Delta x$ statt x gesetzt wird. Mithin $\frac{du}{\Delta x}$ der Koeffizient von $n\Delta x$ in eben der Entwickelung; $\frac{d^2 u}{1.2.\Delta x^2}$, $\frac{d^3 u}{1.2.3\Delta x^3}$ etc. sind die Koeffizienten von $(n\Delta x)^2$, $(n\Delta x)^3$ u. s. w., wo so wie du aus u eben so $d^2 u$ aus du, $d^3 u$ aus $d^2 u$ entspringt.

In dieser Darstellung entstehen die Differenzialien auf eine eigenthümliche und sehr natürliche Weise, und mit ihnen zugleich der Taylorsche Satz.

24. Für $n = 1$ und $dx = \Delta x$ gesetzt, wie allerdings erlaubt ist, indem dx, Δx blofse und von x unabhängige Gröfsen sind, sobald x nicht weiter als Funktion einer andern betrachtet wird, auf welche die Δ oder d Operation sich beziehen könnte, hat man daher:

$$\mho u = (1 + d + \frac{1}{1.2} d^2 + \frac{1}{1.2.3} d^3 + \ldots) u.$$

Der zweite Theil aber ist der sehr bekannten Form e^d, für e gleich der Basis der natürlichen Logarithmen.

Also folgt: $\mho u = (1 + \Delta) u = e^d . u$,

oder in blofsen Regelzeichen:

$$\mho = 1 + \Delta = e^d, \text{ folglich:}$$

$$\Delta = e^d - 1, \; \Delta^n = (e^d - 1)^n, \text{ und } d^n = (\log. 1 + \Delta)^n.$$

Entwickelt man den zweiten Theil der vorletzten Gleichung, so bekömmt man:

$$\Delta^n = e^{nd} - n.e^{(n-1)d} + \frac{n.n-1}{1.\;2} e^{(n-2)d} - \ldots.$$

Der Koeffizient von d^μ im zweiten Theile wird seyn, wenn man sich die

Exponentialformen entwickelt gedenkt und alle zu d^μ gehörige Koeffizienten vereiniget,

$$\frac{n^\mu - n.(n-1)^\mu + \frac{n.n-2}{1.\ 2}(n-2)^\mu - \dots\dots}{1.2.3 \dots\dots\dots\dots \mu}$$

welches der allgemeine Ausdruck der $n$ten Differenz der μten Potenzen der Zahlen in ihrer natürlichen Ordnung ist, wenn man o als die anfangende betrachtet (nach 19). Denn es ist hier: $\mho 0^\mu = 1^\mu$, $\mho^2 0^\mu = 2^\mu$ etc. $\mho^n 0^\mu = n^\mu$.

Also der Koeffizient von d^μ in $(e^d - 1)^n = \frac{\Delta^n 0^\mu}{1.2\dots\mu}$. welches letztere das so eben gesagte deutlich genug ausdrückt.

So lange $\mu < n$ ist $\Delta^n 0^\mu = 0$ bekanntlich und für $\mu = n$ wird es $= 1.2\dots n$. Daher wird dann obige Formel

$$\Delta^n = \frac{\Delta^n 0^n}{1.2..n} d^n + \frac{\Delta^n 0^{n+1}}{1.2..n+1} d^{n+1} + \frac{\Delta^n 0^{n+2}}{1.2\dots n+2} d^{n+2} + \dots$$

Ist $\mho$ nicht einfach sondern gleich $\mho_{,} \mho_{,,} \dots$ so ist auch d zusammengesetzt und gleich $d_{,} + d_{,,} + \dots$ Denn $\mho_{,} = e^{d_{,}}$; $\mho_{,,} = e^{d_{,,}} \dots$ gesetzt, giebt

$$\mho = \mho_{,} \mho_{,,} \dots = e^{d_{,}} . e^{d_{,,}} \dots = e^{d_{,} + d_{,,} + \dots}$$

In diesem Falle also

$$\Delta^n = (\mho_{,} \mho_{,,} \dots - 1)^n = \{(1 + \Delta_{,})(1 + \Delta_{,,}) \dots - 1\}^n = (e^{d_{,} + d_{,,} + \dots} - 1)^n.$$

25. Von der Substitutionsoperation $\mho$ haben wir die entgegengesetzte schon in Betrachtung gezogen. Die den Δ und d entgegengesetzten Δ^{-1}, d^{-1} die man mit Σ und $\int$ anzuzeigen pflegt, haben ebenfalls im allgemeinen keine Schwierigkeit in ihrer Behandlung.

Zuerst folgt aus der Gleichung $\Delta = \mho - 1$, allgemein

$$\Delta^{-1} = \Sigma = \frac{1}{\mho - 1} = -\frac{1}{1 - \mho} = \frac{\mho^{-1}}{1 - \mho^{-1}}.$$

Entwickelt man den letzten Theil nach Wiederhohlungen der Operation $\mho^{-1}$, so hat man:

$$\Sigma = -1 - \mho - \mho^2 - \mho^3 - \dots.$$

Daher

$$\mho^n \Sigma - \mho^m \Sigma = \mho^m + \mho^{m+1} + \dots + \mho^{n-1}.$$

oder auch

$$\Sigma = \mho^{-1} + \mho^{-2} + \mho^{-3} + \dots.$$

Daher ebenfalls

$$\mho^{n}\Sigma - \mho^{m}\Sigma = \mho^{n-1} + \mho^{n-2} + \ldots\ldots + \mho^{m}$$

und in der Anwendung dieser Regelzeichen

$$\Sigma u = (\mho^{-1} + \mho^{-2} + \mho^{-3} + \ldots\ldots \qquad)u$$

$$\Sigma u = \mho^{-1}u + \mho^{-2}u + \mho^{-3}u + \ldots$$

Die Entwickelung von Σ in $\mho^{-\mu}$ stellt das Σ allgemein als Summe unendlicher Reihen dar, deren Sinn und Identität in ihrer Begränzung liegen, wie es die daraus gefolgerten Gleichungen zeigen. Oft braucht man von derselben die Summe einer unbestimmten Anzahl von Gliedern, in welchem Falle man sie von einer bestimmten Gränze nehmen und so weit ausdehnen kann als man will. Die Form von Σu läfst sich für diese Absicht darstellen, wenn man die Division von $\mho^{-1}$ durch $1 - \mho^{-1}$ abbricht:

$$\Sigma u = \mho^{-1}u + \mho^{-2}u + \ldots\ldots + \mho^{-x:\Delta x}u + \frac{\mho^{-(x+\Delta x):\Delta x}}{1 - \mho^{-1}}$$

Also

$$\Sigma u = \mho^{-1}u + \mho^{-2}u + \ldots + \mho^{-x:\Delta x}u + \Sigma\mho^{-x:\Delta x}u$$

worin das letzte Glied, da es die Summe der unendlichen Reihe der Werthe von u für $x = -\Delta x$, $-2\Delta x$, $-3\Delta x$ etc. vorstellt, ganz von x unabhängig ist, welches, woferne es nicht besonders untersucht werden soll, unbestimmt gelassen, selbst willkührlich oder besondren Bedingungen entsprechend, angenommen werden kann.

Eine Funktion zu finden, deren Differenz einer gegebenen gleich ist, oder von dieser so viele Glieder als man will zu summiren, ist also in Rücksicht des Resultats einerlei Geschäft, nur dafs dies letztere eine synthetische Vorstellung der Frage und jene blofs analytisch ist. Die Begriffe und fernere Entwickelung dieser Vorstellungsarten ist hier nicht mein Zweck. Es kann hier genügen gezeigt zu haben, wie durch den Algorithmus die letzte Vorstellungsart aus der ersten als Hypothese entspringt.

Die wiederholten Integrale folgen unmittelbar, und man hat

$$\Delta^{-n} = \Sigma^{n} = \left(\frac{1}{\mho - 1}\right)^{n} = \frac{\mho^{-n}}{(1 - \mho^{-1})^{n}} = \left(\frac{-1}{1 - \mho}\right)^{n}$$

Also

$$\Delta^{-n} = (\mho^{-1} + \mho^{-2} + \mho^{-3} + \ldots\ldots)^{n}$$

oder

$$\Delta^{-n} = (-1)^{n}(1 + \mho + \mho^{2} + \mho^{3} \ldots)^{n}$$

Entwickelt ist also nach der letzteren Form

$$\Sigma^n = (-1)^n (1 + n\mho + \frac{n.n+1}{1.\ 2}\mho^2 + \ldots) = (-1)^n . \frac{1}{1-S.\mho} n^\circ . 1$$

nach der ersteren ist

$$\Sigma^n = \mho^{-n} + n\mho^{-n-1} + \frac{n.n+1}{1.\ 2}\mho^{-n-2} + \ldots$$

oder

$$\Sigma^n = \frac{1}{1-S.\mho^{-1}} n^\circ . \mho^{-n} = \mho^{-n} . \frac{1}{1-S.\mho^{-1}} n^\circ .$$

Nimmt man das erste Integral in der abgebrochenen Form und so jedes folgende, so wird die Form von Σ^n alle die niedrigern Ordnungen unter sich begreifen, welche dann ihren Werthen nach aus gegebenen Bedingungen zu bestimmen sind.

Es hindert nichts, die Wiederhohlungszahlen der Operationen nach Δ und Σ eben so wie die für $\mho$ im Allgemeinen als gebrochene zu betrachten, welches dann in der Anwendung sehr eigenthümliche Funktionen bilden könnte. Aber in der Ausführung führt diese Ansicht in grofse Schwierigkeiten und kann wohl nicht leicht fafsliche und vergleichbare Resultate gewähren.

Die Wiederhohlungen der Integration können auch jedesmal auf eine andere veränderliche Gröfse in der Funktion gerichtet seyn; wie sie zusammengefafst dem formalen Ausdrucke nach in $\mho_{\prime}^{\mu}$, $\mho_{\prime\prime}^{\mu}\ldots$ darzustellen sind, läfst sich leicht übersehen.

26. Die Operation von d^{-1} als entgegengesetzt der von d, fordert, wenn sie auf eine gegebene Funktion ausgeübt werden soll, diejenige zu finden, welcher der d Operation unterworfen zum Resultat die vorgegebene Funktion hat. Um diese d^{-1} oder $\int$ Operation mit den andern bisher betrachteten zu verbinden, darf man nur die obigen Gleichungen, in welchen d erscheint, wieder vornehmen, und daraus d^{-1} ableiten.

Die Gleichung $\mho = e^d$ giebt d^{-1} oder $\int = \frac{1}{\log.\mho}$ oder $\int = \frac{1}{\log.1+\Delta}$.

Die Entwickelung des andern Theils giebt

$$\int = \frac{1}{\Delta - \frac{1}{2}\Delta^2 + \frac{1}{3}\Delta^3 -} = \frac{1}{\Delta} + \frac{1}{2} - \frac{1}{12}\Delta + \frac{1}{24}\Delta^2 - \frac{19}{720}\Delta^3 -$$

Mithin erfordert die Integration nach $\int$ in dieser Ansicht die Integration nach Σ und umgekehrt.

Auch ist $\int^n = \left(\frac{1}{\log. 1+\Delta}\right)^n$

Und für Wiederholungen des $\int$ auf verschiedene Gröfsen in derselben Funktion

$$\int_{,}\int_{,,}\ldots = \frac{1}{(\log. 1+\Delta_{,})(\log. 1+\Delta_{,,})\ldots}$$

27. Die Integration nach $\int$ als ausführbar betrachtet, kann man diejenige nach Σ durch dieselben ausdrücken, und man hat aus der Gleichung $1+\Delta = e^d$ sogleich $\Sigma = \Delta^{-1} = (e^d - 1)^{-1}$.

Da nun $$(e^d - 1)^{-1} = \tfrac{1}{2}\,\frac{1+e^d}{e^d - 1} - \tfrac{1}{2}$$

und $$\frac{e^d+1}{e^d-1} = \frac{1}{\sqrt{-1}}\cot.\frac{d}{2\sqrt{-1}}$$ so ist auch

$$(e^d - 1)^{-1} = \Sigma = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\cot.\frac{d}{2\sqrt{-1}} - \tfrac{1}{2}.$$

Da $$\mho - \mho^{-1} = e^d - e^{-d},$$ so ist auch

$(\mho - \mho^{-1})\Sigma = (e^d - e^{-d})\Sigma$, und daraus:

$$\Sigma = \frac{(\mho - \mho^{-1})\Sigma}{e^d - e^{-d}}.$$

Im zweiten Theile für Σ die gleichgeltende Operation $\frac{\mho^{-1}}{1-\mho^{-1}}$ substituirt, so erhält man:

$$\Sigma = \frac{\dfrac{1-\mho^{-2}}{1-\mho^{-1}}}{e^d - e^{-d}} = \frac{1+\mho^{-1}}{e^d - e^{-d}}.$$

Da nun $e^d - e^{-d} = 2\sqrt{-1}\sin.\frac{d}{\sqrt{-1}} = 2\frac{1}{\sqrt{-1}}\sin. d\sqrt{-1}$ so ist:

$$\Sigma = \frac{1+\mho^{-1}}{2\sqrt{-1}\sin.\dfrac{d}{\sqrt{-1}}} = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\operatorname{cosec}\frac{d}{\sqrt{-1}}(1+\mho^{-1})$$

$$= \tfrac{1}{2}\sqrt{-1}\,.\operatorname{cosec} d\sqrt{-1}\,.\,(1+\mho^{-1}).$$

28. Wegen des öftern Gebrauchs dieser Formeln für die Summation und Integration, wollen wir dieselben insbesondere weiter erwägen, und letzterer Form gemäfs, aber zugleich auf einem von diesen allgemeinen Vorstellungen unabhängigen mehr elementarischen Wege, das so oft eintretende Problem der Summation der Potenzen behandeln.

Man nehme von $(x+1)^n$ sowohl als von $(x-1)^n$ und deren Entwickelungen nach Potenzen von x geordnet, die Summen; so hat man, beide von einander subtrahirt:

$$\Sigma(x+1)^n - \Sigma(x-1)^n = 2n.\Sigma x^{n-1} + 2\Sigma^2 n.\Sigma x^{n-3} + 2\Sigma^4 n.\Sigma x^{n-5} + \ldots\ldots$$

Der erste Theil dieser Gleichung aber ist $x^n + (x-1)^n$ für $\Delta x = 1$, welches hier vorausgesetzt wird.

Um abzukürzen setze man $\frac{x^n+(x-1)^n}{2.1.2\ldots\ldots n} = \overset{n}{z}$, und $\overset{n-1}{z}$, $\overset{n-2}{z}$ u. s. w. bezeichnen eben dasselbe, wenn statt n gesetzt wird $n-1$, $n-2$ u. s. w., wobei zu bemerken ist, dafs in diesem Falle, für $1.2\ldots n$ abgekürzt geschrieben $1^{n,1}$, nach der Fakultätenbezeichnung, der Nenner auch statt $2.1^{n,1}$ dann $2.1^{n-1,1}$, $2.1^{n-2,1}$ u. s. w. wird. Dann folgt, wie man leicht ersehen kann, aus obigem die Gleichung

$$\frac{\Sigma x^{n-1}}{1^{n-1,1}} = \overset{n}{z} - \frac{1\;\Sigma x^{n-3}}{1.2.3.\;1^{n-3,1}} - \frac{1}{1.2..5}\frac{\Sigma x^{n-5}}{1^{n-5,1}} - \frac{1}{1^{7,1}}\frac{\Sigma x^{n-7}}{1^{n-7,1}} - \ldots \quad (A)$$

Daraus folgt dafs auch sey

$$\frac{\Sigma x^{n-3}}{1^{n-3,1}} = \overset{n-2}{z} - \frac{1}{1^{3,1}}\frac{\Sigma x^{n-5}}{1^{n-5,1}} - \frac{1}{1^{5,1}}\frac{\Sigma x^{n-7}}{1^{n-7,1}} - \frac{1}{1^{7,1}}\frac{\Sigma x^{n-9}}{1^{n-9,1}} - \ldots$$

welches, für das zweite Glied des andern Theils der vorigen Gleichung substituirt, giebt

$$\frac{\Sigma x^{n-1}}{1^{n-1,1}} = \overset{n}{z} - \frac{\overset{n-2}{z}}{1^{3,1}} + \left(\frac{1}{1^{3,1}.1^{3,1}} - \frac{1}{1^{5,1}}\right)\frac{\Sigma x^{n-5}}{1^{n-5,1}} + \left(\frac{1}{1^{3,1}.1^{5,1}} - \frac{1}{1^{7,1}}\right)\frac{\Sigma x^{n-5}}{1^{n-7,1}}$$
$$+ \left(\frac{1}{1^{3,1}.1^{7,1}} - \frac{1}{1^{9,1}}\right)\frac{\Sigma x^{n-9}}{1^{n-9}} + \ldots\ldots$$

Hierin wiederum zufolge (A).

$$\frac{\Sigma x^{n-5}}{1^{n-5,1}} = \overset{n-4}{z} - \frac{1}{1^{3,1}}\frac{\Sigma x^{n-7}}{1^{n-7,1}} - \frac{1}{1^{5,1}}\frac{\Sigma x^{n-9}}{1^{n-9,1}} - \ldots$$

gesetzt, so erhält man, wenn man $\frac{1}{1^{3,1}}$ mit k' und den Koeffizienten von $\frac{\Sigma x^{n-5}}{1^{n-5,1}}$ gleich $\frac{k'}{1^{3,1}} - \frac{1}{1^{5,1}}$ mit k'' bezeichnet:

$$\frac{\Sigma x^{n-1}}{1^{n-1,1}} = \overset{n}{z} - k'.\overset{n-2}{z} + k''.\overset{n-4}{z} - \left(\frac{k''}{1^{3,1}} - \frac{k'}{1^{5,1}} + \frac{1}{1^{7,1}}\right)\frac{\Sigma x^{n-7}}{1^{n-7,1}}$$
$$- \left(\frac{k''}{1^{5,1}} - \frac{k'}{1^{7,1}} + \frac{1}{1^{9,1}}\right)\frac{\Sigma x^{n-9}}{1^{n-9,1}} - \ldots$$

Setzt man den Koefizienten $\frac{k''}{1^{3,1}} - \frac{k'}{1^{5,1}} + \frac{1}{1^{7,1}}$ gleich k''' und substituirt wieder für $\frac{\Sigma x^{n-7}}{1^{n-7,1}}$ dessen Werth nach der Formel (*A*) so hat man weiter

$$\frac{\Sigma x^{n-1}}{1^{n-1,1}} = \overset{n}{z} - k'.\overset{n-2}{z} + k''.\overset{n-4}{z} - k'''\overset{n-6}{z} + \left(\frac{k'''}{1^{3,1}} - \frac{k''}{1^{5,1}} + \frac{k'}{1^{7,1}} - \frac{1}{1^{9,1}}\right)\frac{\Sigma x^{n-9}}{1^{n-9,1}}$$
$$+ \left(\frac{k'''}{1^{5,1}} - \frac{k''}{1^{7,1}} + \frac{k'}{1^{9,1}} - \frac{1}{1^{11,1}}\right)\frac{\Sigma x^{n-11}}{1^{n-11,1}} + \ldots$$

Demnach ist

$$\frac{\Sigma x^{n-1}}{1^{n-1,1}} = \overset{n}{z} - k'\overset{n-2}{z} + k''\overset{n-4}{z} - k'''\overset{n-6}{z} + k''''\overset{n-8}{z} - \text{etc.}$$

wo die Koeffizienten so beschaffen sind dafs, wenn $\overset{\mu}{k}$ den von $\overset{n-2\mu}{z}$ bedeutet, $\overset{\mu-1}{k}$, $\overset{\mu-2}{k}$ etc. diejenigen von $\overset{n-2\mu+2}{z}$, $\overset{n-2\mu+4}{z}$ etc., stets sey:

$$\overset{\mu}{k} = \frac{\overset{\mu-1}{k}}{1^{3,1}} - \frac{\overset{\mu-2}{k}}{1^{5,1}} + \frac{\overset{\mu-3}{k}}{1^{7,1}} - \ldots \mp \frac{k''}{1^{2\mu-3,1}} \pm \frac{k'}{1^{2\mu-1,1}} \mp \frac{1}{1^{2\mu+1,1}}$$

Diese Koeffizienten hängen also nicht von *n* ab, jeder wird aus allen ihm vorhergehenden bestimmt, und da die Relationsskale der wiederkehrenden Reihe, welche sie bilden, gegeben ist, so hat man den Bruch aus welchem dieselbe entspringt $\frac{1}{1+\frac{v}{1.2.3}+\frac{v^2}{1.2.3.4.5}-\text{u.s.w.}}$ oder statt desselben, da das Fortschreiten der Potenzen zu welchen die Koeffizienten gehörig, gleichgültig $\frac{1}{v+\frac{v^3}{1^{3,1}}+\frac{v^5}{1^{5,1}}-\ldots}$ d. i. $\frac{1}{\sqrt{-1}\,\sin.(v:\sqrt{-1})}$. Die Koeffizienten sind also eben dieselben als für die Kosekante des Winkels $\frac{v}{\sqrt{-1}}$, dividirt mit $\sqrt{-1}$.

Hätte man Δx nicht 1 gesetzt, sondern unbestimmt gelassen, so kömmt man auf völlig gleichem Wege zum Resultat

$$\frac{\Sigma x^{n-1}}{1^{n-1,1}} = \frac{\overset{n}{z}}{\Delta x} - k'.\overset{n-2}{z}(\Delta x) + k''\overset{n-4}{z}(\Delta x)^3 - \ldots$$

Restituirt

Restituirt man für $\overset{n}{z}$, $\overset{n-2}{z}$, ihre Werthe, so hat man, wenn man zugleich n statt $n-1$ setzt und dann mit $1^{n|1}$ multiplicirt:

$$\Sigma x^n = \frac{x^{n+1} + (x-\Delta x)^{n+1}}{2(n+1)\Delta x} - k'.n.\frac{x^{n-1} + (x-\Delta x)^{n-1}}{2}\Delta x +$$

$$k'' n^{3|-1} \frac{x^{n-3} + (x-\Delta x)^{n-3}}{2} \Delta x^3 - \text{u.s.w.}$$

Entwickelt man den vorletzten Ausdruck nach Potenzen von x allein, so kömmt

$$\frac{\Sigma x^n}{1^{n|1}} = \frac{2\,x^{n+1}}{2.\,1^{n+1|1}.\Delta x} - 1\,\frac{x^n}{2.\,1^{n|1}} + \left.\begin{array}{l} \frac{1}{1^{2|1}} \\ -\,2k' \end{array}\right| \frac{x^{n-1}\,\Delta x}{2.\,1^{n|1}}$$

$$- \left.\begin{array}{l} \frac{1}{1^{3|1}} \\ +\,\frac{k'}{1} \end{array}\right| \frac{x^{n-2}\,\Delta x^2}{2.\,1^{n-2|1}} + \left.\begin{array}{l} \frac{1}{1^{4|1}} \\ -\,\frac{k'}{1^{2|1}} \\ +\,2\,k'' \end{array}\right| \frac{x^{n-3}\,\Delta x^3}{2.\,1^{n-3|1}} + \ldots\ldots$$

wo leicht zu sehen, dafs der Koeffizient von $\dfrac{x^{n-\mu+1}\,.\,\Delta x^{\mu-1}}{2\,.\,1^{n-\mu+1|1}}$ seyn wird, wenn μ eine gerade Zahl,

$$\frac{1}{1^{\mu|1}} - \frac{k'}{1^{\mu-2|1}} + \frac{k''}{1^{\mu-4|1}} - \ldots\ldots \mp \frac{k^{\frac{(\mu-2)}{2}}}{1^{2|1}} \pm 2\,k^{\frac{(\mu)}{2}}$$

wo die obern Zeichen statt haben, wenn $\frac{1}{2}\mu$ eine gerade Zahl, die untern wenn $\frac{1}{2}\mu$ ungerade ist.

Ist hingegen μ eine ungerade Zahl, so ist der Koeffizient

$$-\frac{1}{1^{\mu|1}} + \frac{k'}{1^{\mu-2|1}} - \frac{k''}{1^{\mu-4|1}} + \ldots\ldots \mp \frac{k^{\frac{(\mu-3)}{2}}}{1^{3|1}} \pm k^{\frac{(\mu-1)}{2}}$$

Dieses ist aber offenbar Null, zufolge der obigen allgemeinen Gleichung zwischen den Koeffizienten k', k'' etc.

Es sind mithin die Koeffizienten aller geraden Potenzen von Δx in der Entwickelung von Σx^n Null mit Ausschlufs des Koeffizienten von $(\Delta x)^0$, so dafs also, wenn man diesen auf die andere Seite bringt, wodurch die Reihe ohne Ausnahme fortgeht,

$$\Sigma x^n + \frac{x^n}{2} = \frac{x^{n+1}}{(n+1)\Delta x} + \left.\begin{matrix}\frac{1}{1^{2,1}} \\ -2k'\end{matrix}\right| \frac{n\, x^{n-1}\Delta x}{2}$$

$$+ \left.\begin{matrix}\frac{1}{1^{4,1}} \\ -\frac{k'}{1^{2,1}} \\ +2k''\end{matrix}\right| \frac{n^{3,-1}\, x^{n-3}\,\Delta x^3}{2} + \left.\begin{matrix}\frac{1}{1^{6,1}} \\ -\frac{k'}{1^{4,1}} \\ +\frac{k''}{1^{2,1}} \\ -2k'''\end{matrix}\right| \frac{n^{5,-1}.\, x^{n-5}\,\Delta x^5}{2} + \text{u. s. w.}$$

Man sieht sehr leicht, dafs die Koeffizienten, in so ferne sie nemlich blos aus bestimmten Zahlen und den oben bestimmten k', k'' u. s. w. bestehen, auch aus dem Produkte zweier Reihen entspringen müssen, und denjenigen gleich sind, welche in

$$\left(2 + \frac{v}{1^{2,1}} + \frac{v^2}{1^{4,1}} + \frac{v^3}{1^{6,1}} + \cdots\right)\left(1 - k'v + k''\,v^2 - k'''\,v^3 + \ldots\right)$$

nach der Ordnung der Potenzen von v folgen, oder im Produkte

$$\left(1 + 1 + \frac{v^2}{1^{2,1}} + \frac{v^4}{1^{4,1}} + \ldots\right)\left(\frac{1}{v} - k'v + k''\,v^3 - k'''\,v^5 + \ldots\right).$$

Der erste Faktor ist gleich $1 + \cos.\, \frac{v}{\sqrt{-1}}$, der andere aber der schon oben gefundene $\frac{1}{\sqrt{-1}.\sin.\frac{v}{\sqrt{-1}}}$. Das Produkt beider ist also:

$$\frac{1}{\sqrt{-1}\sin.\frac{v}{\sqrt{-1}}} + \frac{1}{\sqrt{-1}}\cot.\frac{v}{\sqrt{-1}} \text{ oder } \frac{1}{\sqrt{-1}}\cot.\left(\frac{\frac{1}{2}v}{\sqrt{-1}}\right)$$

$$= \frac{e^v + 1}{e^v - 1} = \frac{2}{e^v - 1} + 1$$

29. Die Koeffizienten in der Summe der Potestäten hängen also aufs genaueste mit denen zusammen, welche in der Summe jeder Funktion vorkommen, wie diese Endresultate es ausweisen. Allein es ist auch an sich klar, dafs dies nothwendig. Denn da allgemein $\Sigma = (e^d - 1)^{-1}$, so sind die aus der Entwickelung von $(e^d - 1)^{-1}$ entspringenden Koeffizienten unabhängig von jeder Funktion, auf welche Σ angewandt wird, indem die Entwickelung nur die Form der Regel ausdrückt, nach welcher das Σ in der Funktion zu suchen ist. Hat man also jene absoluten Koef-

fizienten für irgend eine Funktion gefunden, so hat man sie für jede. Bedenkt man nun, dafs jene Form für Σ entwickelt, die Gestalt

$$d^{-1} + A + B d + C d^2 + D d^3 + \ldots\ldots\ldots$$

annehmen mufs, so käme es nur darauf an, in irgend einer Funktion den Koeffizienten M von d^m zu erhalten.

Setzt man nun für die Funktion, von welcher das Σ zu nehmen, eine gerade Potenz von x, x^{2n}, so hat man den Koeffizienten von x oder den von $d^{2n-1} x^{2n}$, also von $(2n)^{2n-1,1} x$.

30. Wenn man stets voraussetzt, dafs für $\mho$ statt x, $x + 1$ in die Funktion, auf welche sich jenes Zeichen bezieht, substituirt werde, wo also $\Delta x = 1$, so ist $\mho^{-x}$ die Setzung von $x = 0$ in jener Funktion, überhaupt auch ist es für sich klar, dafs $\Sigma = \mho^x \Sigma \mho^{-x}$

Also $\Sigma = (1 + \Delta)^x \Sigma \mho^{-x} = e^{x \lg. (1+\Delta)} \Sigma \mho^{-x}$

In der Entwickelung wird der Koeffizient von x^m gleich

$$\frac{(\lg. 1 + \Delta)^m}{1 . 2 \ldots\ldots m} \Sigma \mho^{-x}$$

wofür man auch setzen kann $\frac{d^m}{1 . 2 \ldots m} \Sigma \mho^{-x}$

Allein jener Ausdruck ist hier in anderer Rücksicht bequemer, weil in der Entwickelung von $(\lg. 1 +)^m$ nur Δ mit positiven Exponenten vorkömmt, mithin das Σ jedesmal aufgehoben wird. Diesem zufolge wäre Σ auf irgend eine Funktion von x in einer nach Potenzen von x fortschreitenden Reihe darzulegen, und

$$\Sigma = \left(1 + x . \frac{\lg. 1 + \Delta}{1} + x^2 \frac{(\lg. 1 + \Delta)^2}{1 . 2} + x^3 \frac{(\lg. 1 + \Delta)^3}{1 . 2 . 3} + \ldots\right) \Sigma \mho^{-x}.$$

31. Hierin ist der Koeffizient von x besonders merkwürdig, wenn man die Σ Operation auf eine gerade Potenz von x, also x^{2n} bezieht, weil alsdann dieser dem Koeffizienten von $\frac{d^{2n-1}}{(2n)^{2n-1,1}}$, wie oben bemerkt, gleich seyn mufs.

Nun ist aber der Koeffizient von x im letzten Ausdrucke, im Falle man das Σ auf x^{2n} bezieht, gleich $\log (1 + \Delta) \Sigma . 0^{2n}$,
wo n als eine beständige den vorgesetzten Operationszeichen nicht unterworfene Zahl zu betrachten und $\Delta 0 = 1$ zu setzen ist, wie oben $\Delta x = 1$.

Dieser Koeffizient gehört zu den Bernoullischen Zahlen, für welche also der allgemeine Ausdruck, oder die $n$te

$$\frac{\lg. 1+\Delta}{\Delta}\, 0^{2n} \text{ oder } \frac{d}{\Delta}\, 0^{2n}$$

ist; so dafs man vermöge desselben jede Bernoullische Zahl unmittelbar finden kann, ohne die vorhergehenden zu kennen.

Der gegebene Ausdruck der $n$ten Bernoullischen Zahl ist auch, wie man leicht finden wird, gleich $\frac{\log. 1+\Delta}{\Delta}\, 1^{2n}$ oder $\frac{d}{\Delta}\, 1^{2n}$.

Entwickelt sind diese Ausdrücke

$$\left(1 - \tfrac{1}{2}\Delta + \tfrac{1}{3}\Delta^2 - \tfrac{1}{4}\Delta^3 + \ldots + \frac{1}{2n+1}\Delta^{2n}\right)0^{2n}$$

wo auch 1^{2n} an die Stelle von 0^{2n} gesetzt werden darf. Also sind die ersten der successiven Differenzen der $2n$ten Potenz der natürlichen Zahlen, 0 oder 1 nach Willkühr als die erste betrachtet, zu nehmen und nach ihrer Ordnung mit den natürlichen Brüchen $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ u. s. w. mit abwechselnden Zeichen zu multipliciren.

Die Entwickelung von $\frac{\log. (1+\Delta)}{\Delta}\, 0^{2n}$ endet zwar mit Δ^{2n}, weil die folgenden Glieder Null werden, wenn auch $\Delta^{2n+1}\, 0^{2n}$ u.s.w. genommen würden. Es scheint daher die Entwickelung nicht dem Ausdruck zu entsprechen, der zum Grunde liegt. Allein es ist auch nur eine scheinbare Verschiedenheit vorhanden.

Da überhaupt $\Delta^{\mu}\,(x+1)^{2n} = \Delta^{\mu}\, x^{2n} + \Delta^{\mu+1}\, x^{2n}$, so ist auch $\Delta^{\mu}\, 1^{2n} = \Delta^{\mu}\, 0^{2n} + \Delta^{\mu+1}\, 0^{2n}$, welches in der entwickelten Form von $\frac{\lg. 1+\Delta}{\Delta}\, 1^{2n}$ gesetzt, die $n$te Bernoullische Zahl giebt

$$\left(\frac{1}{2}\Delta - \frac{1}{2.\,3}\Delta^2 + \ldots - \frac{1}{2n\,(2n+1}\Delta^{2n}\right)0^{2n}$$

oder wenn man diesen Ausdruck zum vorigen addirt und die Hälfte nimmt

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2.3}\Delta^2 - \frac{2}{3.4}\Delta^3 + \frac{3}{4.5}\Delta^4 - \ldots + \frac{2n-1}{2n\,(2n+1)}\Delta^{2n}\right)0^{2n}.$$

Will man die Bernoullische allgemeine Zahl blos als Funktion von n, der wie vielten Stelle sie in der Reihe dieser Zahlen einnimmt, aus-

drücken, so hat man in den obigen Ausdrücken statt $\Delta^\mu\, o^n$ oder $\Delta^\mu\, 1^n$ für alle μ von o bis $2\,n$, die Entwickelung derselben, nemlich:

$$(\mu + 1)^{2n} - \mu\,(\mu)^{2n} + \frac{\mu\,.\,\mu - 1}{1\,.\,2}\,(\mu - 1)^{2n} - \ldots.$$

zu setzen, und erhält dann den Werth der $n$ten Bernoullischen Zahl

$$+\left(1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{4} + \ldots\ldots + \frac{1}{2\,n + 1}\right) 1^{2n}$$
$$-\left(\tfrac{1}{2} + \tfrac{2}{3} + \tfrac{3}{4} + \ldots\ldots + \frac{2\,n}{2\,n + 1}\right) 2^{2n}$$
$$+\left(\tfrac{1}{3} + \tfrac{3}{4} + \ldots\ldots + \frac{2n\,(2n - 1)}{1.2\,(2n + 1)}\right) 3^{2n}$$
$$-\left(\tfrac{1}{4} + \ldots\ldots + \frac{2n\,(2n-1)(2n-2)}{1.2.3.\,(2n + 1)}\right) 4^{2n}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+\left(\frac{1}{2\,n + 1}\right)(2\,n + 1)^{2n}$$

oder: in entgegengesetzter Ordnung geschrieben,

$$= \frac{1}{2\,n + 1}\,(2\,n + 1)^{2n} - \left(\frac{2\,n}{2n + 1} + \frac{1}{2n}\right)(2\,n)^{2n}$$
$$+\left(\frac{2n(2\,n - 1)}{2.\,(2\,n + 1)} + \frac{2\,n - 1}{2\,n} + \frac{1}{2n - 1}\right)(2\,n - 1)^{2n} - \text{etc.}$$

Aus der Beziehung von $\frac{\log.\,(1 + \Delta)}{\Delta}$ auf o^{2n} aber folgt ihr Werth

$$\frac{1}{2\,n + 1}\,(2\,n)^{2n} - \left(\frac{2\,n}{2\,n + 1} + \frac{1}{2\,n}\right)(2\,n - 1)^{2n}$$
$$+\left(\frac{2\,n\,(2\,n - 1)}{1.2.(2\,n + 1)} + \frac{2\,n - 1}{2\,n} + \frac{1}{2\,n - 1}\right)(2\,n - 2)^{2n} - \text{etc.}\ldots$$

welcher mit dem vorigen einerlei Koeffizienten hat.

Es ist nicht die Absicht, die verschiedenen Formen hier zu durchgehen, deren diese Ausdrücke fähig sind. So ist es nicht nothwendig, die Differenzen von o^{2n} bis zur Ordnung $2\,n$ aufzunehmen. Denn da o^{2n} als das Produkt zweier Potenzen $o^m\ o^{2n-m}$ angesehen werden kann, so werden, wenn man von o^{2n} als ein solches Produkt, die Differenzen nimmt, diejenigen Null, welche die Ordnung m oder $2\,n - m$ und falls man $m = n$ setzt, die $n$te überschreiten. Man hat nemlich allgemein

$$\Delta^n . : zy =$$

$$\left((\Delta_{,} + \Delta_{,,})^n + n(\Delta_{,} + \Delta_{,,})^{n-1} \Delta_{,} \Delta_{,,} + \frac{n.n-1}{1.2}(\Delta_{,} + \Delta_{,,})^{n-2} \Delta_{,}^2 \Delta_{,,}^2 + \ldots\right) zy$$

wo, nach geschehener Entwickelung der Regelform, nach jedem $\Delta_{,}^{\mu}$ das z, nach jedem $\Delta_{,,}^{\mu}$ das y zu setzen ist, oder umgekehrt, so daſs die einzelnen Glieder die Form $\Delta_{,}^{\mu} z . \Delta_{,,}^{\nu} y$ mit einem numerischen Koeffizienten annehmen. Ich übergehe den Beweis dieser vielleicht bisher nicht bemerkten Formel, deren Fortschreitungsgesetz die ersten Glieder hinlänglich zu erkennen geben. Der bekannte Fall, wo d die Stelle von Δ einnimmt, ist in derselben enthalten; alle Glieder, bis auf das erste, verschwinden alsdenn.

Um nicht die übrigen Koeffizienten der allgemeinen Form von Σ mit Stillschweigen zu übergehen, bemerke ich, daſs der Koeffizient $\frac{(\log. 1 + \Delta)^m}{1.2\ldots m.\Delta} 0^{2n}$, welcher zu x^m gehört, mit dem näher erwogenen von x im Grunde einerlei Natur ist. Denn

$$\frac{(\log. 1 + \Delta)^m}{1.2\ldots. m\,\Delta} 0^{2n} = \frac{\log. 1 + \Delta}{\Delta} \frac{(\log. 1 + \Delta)^{m-1}}{1.2\ldots m} 0^{2n} = \frac{\log. 1 + \Delta}{\Delta} \frac{d^{m-1} 0^{2n}}{1.2\ldots m}$$

wo $d\, 0 = \Delta\, 0 = 1$ zu setzen ist, also

$$\frac{(\log. 1 + \Delta)^m}{1.2\ldots m.\Delta} 0^{2n} = \frac{\log. 1 + \Delta}{\Delta} \frac{2n.2n-1.2n-2\ldots 2n-m+2}{1.\ 2.\ 3\ldots m-1.m} 0^{2n+1-m}$$

wo nun nur noch $\frac{\log. 1 + \Delta}{\Delta} 0^{2n+1-m}$ zu nehmen ist, welches wiederum Null oder eine Bernoullische Zahl, nachdem m gerade oder ungerade, ist.

32. Aus den Koeffizienten der d in Δ und Δ^{-1} folgen, wenn sie einmal bekannt sind, die von Δ^n und Δ^{-n} als polynomische Potenz zusammengesetzteren. Allein sie lassen sich auch unmittelbar finden. Schon oben ist vorgekommen, daſs der Koeffizient von $d^{\mu+n}$ in Δ^n, welchen wir durch $\frac{\Delta^n}{d^{n+\mu}|}$ bezeichnen wollen, gleich $\frac{\Delta^n . 0^{\mu+n}}{1^{\mu+n,1}}$ sey.

Dieser aber läſst sich in einer andern Gestalt darlegen. Denn es ist, wenn man Koeffizienten der binomischen Potenz

$$\frac{n.n-1.n-2\ldots. n-m+1}{1.\ 2.\ 3\ldots.\ m} \text{ mit } n_m \text{ bezeichnet,}$$

$$\Delta^n = (d + \Delta - d)^n = d^n + n d^{n-1}(\Delta - d) + n_2 d^{n-2}(\Delta - d)^2 + n_3 d^{n-3}(\Delta - d)^3 + \ldots$$

Die kleinsten Potenzexponenten von d sind in jedem folgenden Gliede um einen Grad höher als im vorhergehenden. Will man den Koeffizienten der Potenz $d^{n+\mu}$, wo μ eine ganze positive Zahl, so hat man nur diejenigen Glieder von Δ^n in Betrachtung zu ziehen, in welchen sich $d^{n+\mu}$ noch findet. Es ist aber offenbar $n_\mu\, d^{n-m}\,(\Delta-d)^\mu$ das letzte Glied, in welchem nach $d^{n+\mu}$, als die niedrigste Potenz, vorkömmt, aus welchem und allen vorhergehenden nur die Koeffizienten von $d^{n+\mu}$ zusammenzuziehen sind. Und so wird man erhalten:

$$\frac{\Delta^n}{d^{n+\mu|}} = n\,\frac{\Delta-d}{d^{\mu+1|}} + n_2\,\frac{(\Delta-d)^2}{d^{\mu+2|}} + n_3\,\frac{(\Delta-d)^3}{d^{\mu+3|}} + \ldots\ldots + n_\mu\,\frac{(\Delta-d)^\mu}{d^{\mu+\mu|}}.$$

Von irgend einem Gliede dieser Reihe $n_\lambda\,\dfrac{(\Delta-d)^\lambda}{d^{\mu+\lambda|}}$ wird man den zum gesuchten Koeffizienten gehörigen Theil haben, wenn man, wie es die Bezeichnung andeutet, den von $d^{\mu+\lambda}$ aus der Entwickelung von $n_\lambda\,(\Delta-d)^\lambda$ nimmt. Derselbe wird seyn:

$$n_\lambda\,\frac{(\Delta-d)^\lambda}{d^{\mu+\lambda|}} = n_\lambda\left(\frac{\Delta^\lambda}{d^{\mu+\lambda|}} - \lambda\,\frac{\Delta^{\lambda-1}}{d^{\mu+\lambda-1|}} + \lambda_2\,\frac{\Delta^{\lambda-2}}{d^{\mu+\lambda-2|}} - \ldots \pm \lambda_{\lambda-1}\,\frac{\Delta}{d^{\mu+1|}}\right).$$

Giebt man daher λ alle positive ganze Zahlenwerthe von μ bis 1 und nimmt die Resultate zusammen, so entsteht:

$$\frac{\Delta^n}{d^{n+\mu|}} = n_\mu\,\frac{\Delta^\mu}{d^{2\mu|}} \;\begin{array}{r|}- n_\mu\,.\,\mu \\ + n_{\mu-1}\\ \\ \\ \end{array}\;\frac{\Delta^{\mu-1}}{d^{2\mu-1|}} \;\begin{array}{r|}+ n_\mu\,\mu_2 \\ - n_{\mu-1}\,\mu-1 \\ + n_{\mu-2} \\ \\ \end{array}\;\frac{\Delta^{\mu-2}}{d^{2\mu-2|}} \;\begin{array}{r}- \ldots \\ + \ldots \\ - \ldots \\ + \ldots\end{array}$$

mithin; wenn man die zu derselben Ordnung von Δ gehörigen Gröfsen zusammenzieht:

$$\frac{\Delta^n}{d^{n+\mu|}} = n_\mu\,\frac{\Delta^\mu}{d^{2\mu|}} + n_{\mu-1}\,(\mu-n)\,\frac{\Delta^{\mu-1}}{d^{2\mu-1|}} + n_{\mu-2}\,(\mu-n)_2\,\frac{\Delta^{\mu-2}}{d^{2\mu-2|}} +$$
$$n_{\mu-3}\,(\mu-n)_3\,\frac{\Delta^{\mu-3}}{d^{2\mu-3|}} + \ldots + n_3\,(\mu-n)_{\mu-3}\,\frac{\Delta^3}{d^{\mu+3|}} + n_2\,(\mu-n)_{\mu-2}\,\frac{\Delta^2}{d^{\mu+2|}}$$
$$+ n\,(\mu-n)_{\mu-1}\,\frac{\Delta}{d^{\mu+1|}}.$$

Bei dieser Relationsgleichung zwischen den Koeffizienten der Potenzen von d in Δ^n, das ist in $(e^d-1)^n$, und in Δ^μ, $\Delta^{\mu-1}$ etc. bis Δ, also in $(e^d-1)^\mu$, $(e^d-1)^{\mu-1}$ etc., bemerkt man, dafs im zweiten Theile n nicht mehr als Ordnungszahl oder Exponent der Δ vorkömmt, die Formel

daher für n jede Zahl anwendbar und gültig ist, da vom Anfange der Entwickelung her nichts ihren Werth Beschränkendes bedingt worden, dieselbe also allgemein den Koeffizienten von $d^{n+\mu}$ in der Entwickelung von $(c^d - 1)^n$ ausdrückt, wenn man im zweiten Theile statt $\frac{\Delta^{\mu-i}}{d^{2\mu-i}}$ aller Orten den Werth dieser Koeffizienten setzt, wodurch man, $\Delta o = 1$ genommen, erhält:

$$\frac{\Delta^n}{d^{n+\mu}|} = n(\mu-n)_{\mu-1}\frac{\Delta . o^{\mu-1}}{1^{\mu+1,1}} + n_2(\mu-n)_{\mu-2}\frac{\Delta^2.o^{\mu+2}}{1^{\mu+2,1}} + \ldots$$
$$+ n_\mu\ (\mu-n)_0\ \frac{\Delta^\mu\ o^{2\mu}}{1^{2\mu,1}}.$$

Ist $\mu > n$ und n, eine ganze positive Zahl, so wird die Gleichung identisch, denn es fallen die Glieder weg, welche in n_μ, $n_{\mu-1}$ .... multiplizirt sind bis $n_{\mu-i}$, wo $\mu - i = n$; indem $n_n = 1$, aber die vorhergehenden dann n_{n+1}, n_{n+2} ... $= o$ sind. Nachher aber wird auch im allgemeinen Ausdruck irgend eines Gliedes

$$n_\lambda\ (\mu-n)_{\mu-\lambda}\frac{\Delta^\lambda\cdot o^{\mu+\lambda}}{1^{\mu+\lambda,1}},$$

da nun $\lambda < n$ das $(\mu-n)_{\mu-\lambda}$ Null, weil $\mu-\lambda > \mu-n$; so daſs nur das einzige Glied bleibt wo $\lambda = n$. So verhält es sich auch noch wenn $\mu = n$.

Für den Fall $n = -1$ hat man, da $n_i = +1$ oder -1 nachdem i gerade oder ungerade

$$\frac{\Delta^{-1}}{d^{\mu-1}|} = -(\mu+1)_{\mu-1}\ \frac{\Delta.o^{\mu+1}}{1^{\mu+1,1}} + (\mu+1)_{\mu-2}\ \frac{\Delta^2\ o^{\mu+2}}{1^{\mu+2,1}} - \ldots$$

oder

$$\frac{\Delta^{-1}}{d^{\mu-1}|} = -(\mu+1)_2\frac{\Delta\ o^{\mu+1}}{1^{\mu+1,1}} + (\mu+1)_3\frac{\Delta^2 o^{\mu+2}}{1^{\mu+2,1}} - (\mu+1)_4\frac{\Delta^3 o^{\mu+3}}{1^{\mu+3,1}} + \ldots$$

33. Eine Reihe mit abwechselnden Zeichen, welche also entsteht, wenn man von einer Funktion das

$$\mho^0 - \mho^1 + \Sigma^2 - \mho^3 + \ldots\ldots + \mho^\infty$$

nimmt, läſst sich den Algorithm gemäſs in andere Formen darstellen. Denn es wird seyn:

$$\mho^0 - \mho^1 + \mho^2 - \mho^3 + \ldots\ldots = \frac{1}{1+\mho}\ \text{Also auch}$$

$$-(\mho^0 + \mho^2 + \mho^4 + \mho^5 + \ldots\ldots)\Delta = \frac{1}{1+\mho}$$

Aber

Aber $\frac{1}{1+\mho} = \frac{1}{2+\Delta}$

Demnach ist jene Reihe mit abwechselnden Zeichen oder die andere gleichgeltende

$$\frac{1}{1+\mho} = \frac{1}{2}\,\mho^0 - \frac{1}{2^2}\,\Delta + \frac{1}{2^3}\,\Delta^2 - \frac{1}{2^4}\,\Delta^3 + \ldots\ldots$$

und wenn die Funktion, welche behandelt wird, eine solche ist, deren Differenzen irgend einer Ordnung Null werden, so hat die mit ihr geformte Reihe, ihr $\frac{1}{1+\mho}$, eine endliche Summe. In diesem Fall befinden sich alle ganze rationale algebraische Funktionen.

Will man $\frac{1}{1+\mho}$ in d ausdrücken, so hat man:

$$\frac{1}{1+\mho} = \frac{1}{1+e^d} + 1 - e^d + e^{2d} - e^{3d} + \ldots\ldots$$

also
$$\begin{aligned}\frac{1}{1+\mho} = & \ 1 - 1 + 1 - 1 + \ldots \\ & + (0 - 1 + 2 - 3 + \ldots.)\ d \\ & + (0 - 1^2 + 2^2 - 3^2 + \ldots.)\ \frac{d^2}{1.2} \\ & + (0 - 1^3 + 2^3 - 3^3 + \ldots.)\ \frac{d^3}{1.2.3} \\ & + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\end{aligned}$$

und die Koeffizienten sind nach dem so eben vorgekommenen sehr verständliche Gröfsen, deren Werth sich durch die gegebene Formel bestimmt. Denn es ist der Koeffizient von $\frac{d^m}{1^{m,1}}$ im letzten Ausdruck,

$$0 - 1^m + 2^m - 3^m + \ldots. = \frac{1}{1+\mho}\,0^m \text{ oder } \frac{0^m}{1+\mho},$$

$\Delta 0 = 1$ gesetzt, so dafs also in irgend einer Funktion von $x, dx = \Delta x$ angenommen

$$\frac{1}{1+\mho} = \frac{0^0}{1+\mho} + \frac{0^1}{1+\mho}\cdot d + \frac{0^2}{1+\mho}\,\frac{d^2}{1^{2,1}} + \frac{0^3}{1+\mho}\,\frac{d^3}{1^{3,1}} + \ldots$$

zu setzen, eine vollkommen angemessene Bezeichnung ist. Für die Koeffizienten hat man nun nach dem obigen:

$$\frac{0^m}{1+\mho} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2^2}\,\Delta + \frac{1}{2^3}\,\Delta^2 - \ldots\right) 0^m$$

oder $\frac{0^m}{1+\mho} = \frac{1}{2}\,0^m - \frac{1}{2^2}\,\Delta^2\ 0^m + \frac{1}{2^3}\,\Delta^2\ 0^m - \ \ldots.\ \frac{1}{2^{m+1}}\,\Delta^m\ 0^m.$

welcher Ausdruck sich als eine bestimmte Funktion von m darstellen läfst, die für m jede gegebene ganze positive Zahl den Werth der Reihe giebt. Bekanntlich ist derselbe für m jede gerade positive Zahl Null, welches daraus hervorgeht, dafs

$$\frac{1}{1+\mho} = \frac{1}{1+e^d} = \frac{e^{-\frac{1}{2}d}}{e^{\frac{1}{2}d}+e^{-\frac{1}{2}d}}, \text{ welches auch } \tfrac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}d}\sec. \frac{d}{2\sqrt{-1}},$$

also in der Entwickelung nach d keine grade Potenzen von d vorkommen können. Allein dies folgt auch aus der Form $\frac{1}{1+\mho}$, die auch in

$$\frac{1}{1+\mho} = \mho^{-1} - \mho^{-2} + \mho^{-3} - \ldots$$

übergeht, welche zu der nach positiven Exponenten in $\mho$ entwickelten addirt als halbe Summe giebt

$$\frac{1}{1+\mho} = \tfrac{1}{2}\left(\mho^0 - (\mho - \mho^{-1}) + (\mho^2 - \mho^{-2}) - (\mho^3 - \mho^{-3}) + \ldots\ldots\right)$$

Um es beiläufig auzumerken, hat man $\frac{1}{\mho - 1}$ nach aufsteigenden und fallenden Exponenten entwickelt und die halbe Summe genommen, eine ähnliche Formel, nämlich

$$\frac{1}{\Delta} = -\tfrac{1}{2}\,[\mho^0 + (\mho - \mho^{-1}) + (\mho^2 - \mho^{-2}) + (\mho^3 - \mho^{-3}) + \ldots]$$

Es wird also, da $\mho^i\, 0^m = i^m$, für $\Delta\, 0 = 1$, es sey i positiv oder negativ,

$$\frac{0^m}{1+\mho} = 0^m - \frac{1}{2}\Big((1^m - (-1)^m) - (2^m - (-2)^m) - (3^m - (-3)^m) + \ldots\ldots\Big)$$

wo es klar, dafs für den Fall, wo m eine gerade positive Zahl, alle Glieder 0 werden, hingegen wenn m ungerade, die ursprüngliche Reihe

$$\frac{0^m}{1+\mho} = 0^m - 1^m + 2^m - 3^m + \ldots\ldots\ldots$$

wieder hervortritt, die also nach der gegebenen Formel zu summiren ist. Es wird aber völlig überflüfsig seyn, bestimmte Fälle für die Werthe von m zu behandeln, dagegen aber glaube ich nicht übergehen zu müssen, wie nach den gegebenen Aufschlüssen über die Natur der Reihen $+0^m - 1^m + 2^m - \ldots$ diejenigen, wo das Zeichen beständig, entstehen. Es ist nämlich

$$1^m + 2^m + 3^m + \ldots\ldots = u \text{ gesetzt,}$$

die Reihe ins Unendliche genommen

$$2^m\, u = 2^m + 4^m + 6^m + 8^m + \ldots\ldots\ldots$$

folglich:

$$u - 2^m\, u = 1^m + 3^m + 5^m + \ldots\ldots$$

subtrahirt man diese von der vorhergehenden, so bleibt

$$2^{m+1}\, u - u = 0^m - 1^m + 2^m - 3^m + \ldots .$$

Mithin $$u = \frac{1}{2^{m+1} - 1}\,(0^m - 1^m + 2^m - 3^m + \ldots .)$$

Also ist auch die Summe der Reihe, welche u bezeichnet, eine absolut bestimmbare Gröfse.

Es ist aber u nichts anders, als $\frac{0^m}{1 - \mho}$ für $\Delta o = 1$, oder $-\Delta^{-1}\, o^m$.

Also hat man: $$-\Delta^{-1}\; o^m = \frac{0^m}{1 - \mho} = \frac{1}{2^{m+1} - 1}\;\frac{0^m}{1 + \mho}.$$

Die Natur dieser besondern Gröfsen als bestimmt betrachtet, hat dann die Entwickelung von Δ^{-1} überhaupt keine Schwierigkeit mehr. Denn es ist

$$\Delta^{-1} = (c^d - 1)^{-1} = -1 - c^d - c^{2d} - c^{3d} - \ldots .$$

folglich der Koeffizient von d^n

$$\left.\frac{(c^d - 1)^{-1}}{d^n}\right| = -\frac{1}{1^{n|1}}\,(1^n + 2^n + 3^n + \ldots .) = \frac{1}{1^{n|1}}\,\Delta^{-1}\; o^n .$$

Und es ist $\Delta^{-1}\, o^n$ eine eben so gut bestimmte Gröfse als $\Delta\, o^n$. Jene wird, wenn n gerade Null, wie aus der Gleichung für $\Delta^{-1}\, o^m$ erhellet, da, wie gezeigt, der andere Theil alsdann Null ist.

34. Die Koeffizienten von $\mho^n$ in der Form c^{nd} haben eine Eigenthümlichkeit, in welcher sie als für sich bestehend und unabhängig von jener Exponentialform erscheinen. Diese Ansicht der binomischen Funktionsentwickelung verdient auch deswegen bemerkt zu werden, weil in derselben die Analogie mit andern oben gegebenen Formeln hervortritt. Es ist nämlich dieselbe, wie von selbst einleuchtet, folgende:

$$\mho^{\,\xi : dx} = \mho^{0} + \frac{\xi}{dx}\, d\, \mho^{0} + \int \frac{\xi}{dx} \cdot d^2\, \mho^{0} + \int^2 \frac{\xi}{dx} \cdot d^3\, \mho^{0} + \ldots .$$

oder

$$\mho^{\,\xi : dx} = 1 + \int \xi^{0} \cdot d + \int^2 \xi^{0} \cdot d^2 + \int^3 \xi^{0} \cdot d^3 + \ldots .$$

also

$$\mho^{\,\xi : dx} = \frac{1}{1 - \int_{,} \cdot d}\,\xi^{0} \cdot \mho^{0} = \frac{1}{1 - d_{,}^{-1} \cdot d} \cdot \xi^{0} \cdot \mho^{0}.$$

Da ξ eine Gröfse, $\mho$ hingegen ein Zeichen vorstellt, so wird man auch von selbst das o an ξ als Potenzexponenten und am $\mho$ als Operationsexponenten nehmen. Das $\int_{,}$ oder d^{-1} im letzten Ausdruck bezieht sich auf

ξ, das d aber auf $\mho^{\circ}$ und damit endlich auf die unterzulegende Funktion von x. Wegen dieser verschiedenen Beziehung ist dem d^{-1} oder $\int$ ein Merkzeichen beigefügt, um dessen Unabhängigkeit vom d nicht zu übersehen. Uebrigens ist $d\xi = dx = \Delta x$ zu nehmen. Daraus folgt leicht

$$\mho^{\circ} = \frac{1}{1 - \int_{,} . d} x^{\circ} . \mho^{-x:dx}$$

wo d o in $\mho^{-x:\Delta x}$ gleich $d\,x$ zu nehmen, und wenn man integrirt, da $\mho^{-x:dx}$ und dessen Differenziale kein x enthalten

$$\int \mho^{\circ} = \int = \frac{\int}{1 - \int_{,} . d} x^{\circ} \mho^{-x:dx} = \frac{1}{1 - \int_{,} . d} \frac{x}{dx} . \mho^{-x:dx}$$

Integrirt man aber die vorhergehende Gleichung auf ξ, so hat man

$$\int \mho^{\xi:dx} = \frac{\xi}{dx} \mho^{\circ} + \frac{\xi^2}{1.2.dx^2} d\mho^{\circ} + \dots$$

Dieses von $\xi = -x$ bis $\xi = o$ genommen, giebt

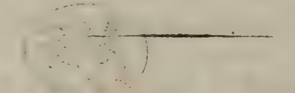
$$\int\mho^{\circ} - \int\mho^{-x:dx} = \frac{x}{dx}\mho^{\circ} - \frac{x^2}{1.2} d\mho^{\circ} + \dots = \frac{1}{1 + \int_{,} . d} \frac{x}{dx} . \mho^{\circ}$$

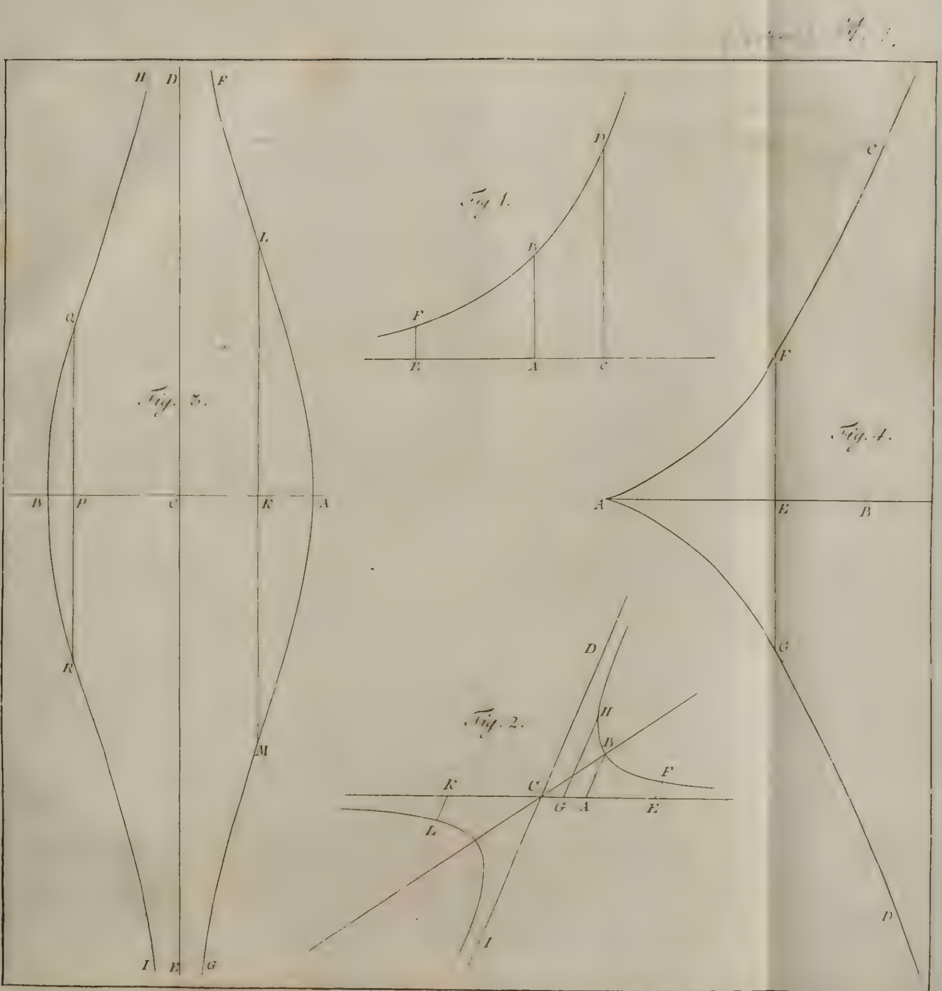
Integrirt man dieselbe Gleichung nach x, so entsteht

$$\int \mho^{\xi:dx} = \int \mho^{\circ} + \frac{\xi}{dx}\mho^{\circ} + \int \frac{\xi}{dx} . d\mho^{\circ} + \dots$$

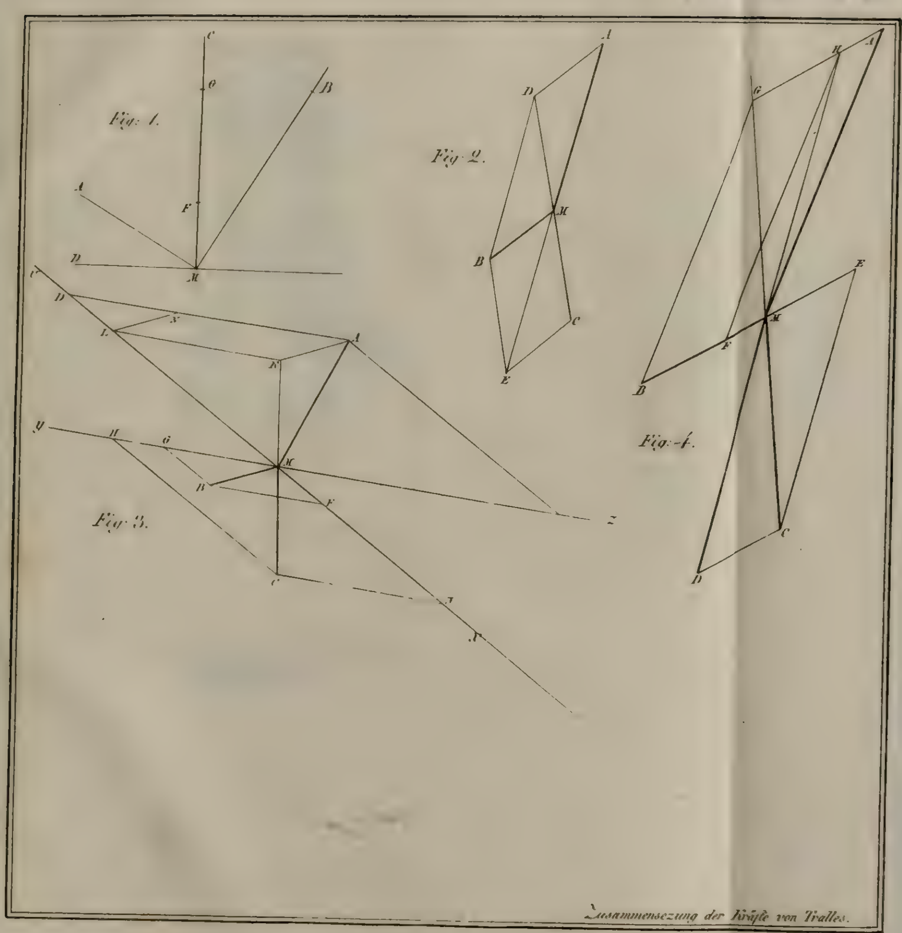
welches zwischen denselben Gränzen, wie zuvor genommen, auch dasselbe Resultat giebt.

Da diese Abhandlung nur die Identität des algebraischen Algorithm's mit dem transcendenten zeigen soll; so wird es genügen, an den Grundformeln der Analysis die vortheilhafte Anwendung desselben dargelegt zu haben. Dem Gebrauche des Algorithms in verwickelteren Fällen, so wie für die Auflösung von Gleichungen, in welchen Funktionen mit jenen Zeichen verbunden sind, wird eine eigne zu widmen seyn.

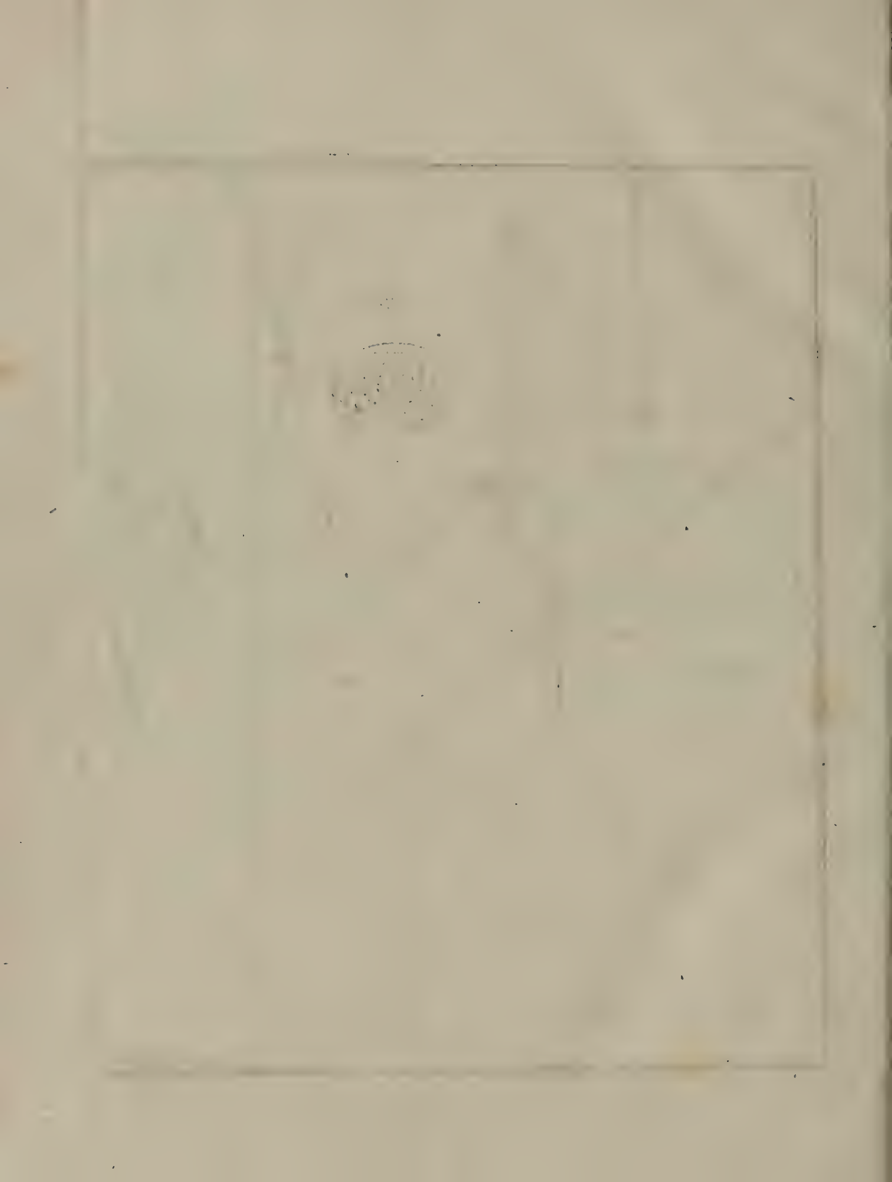


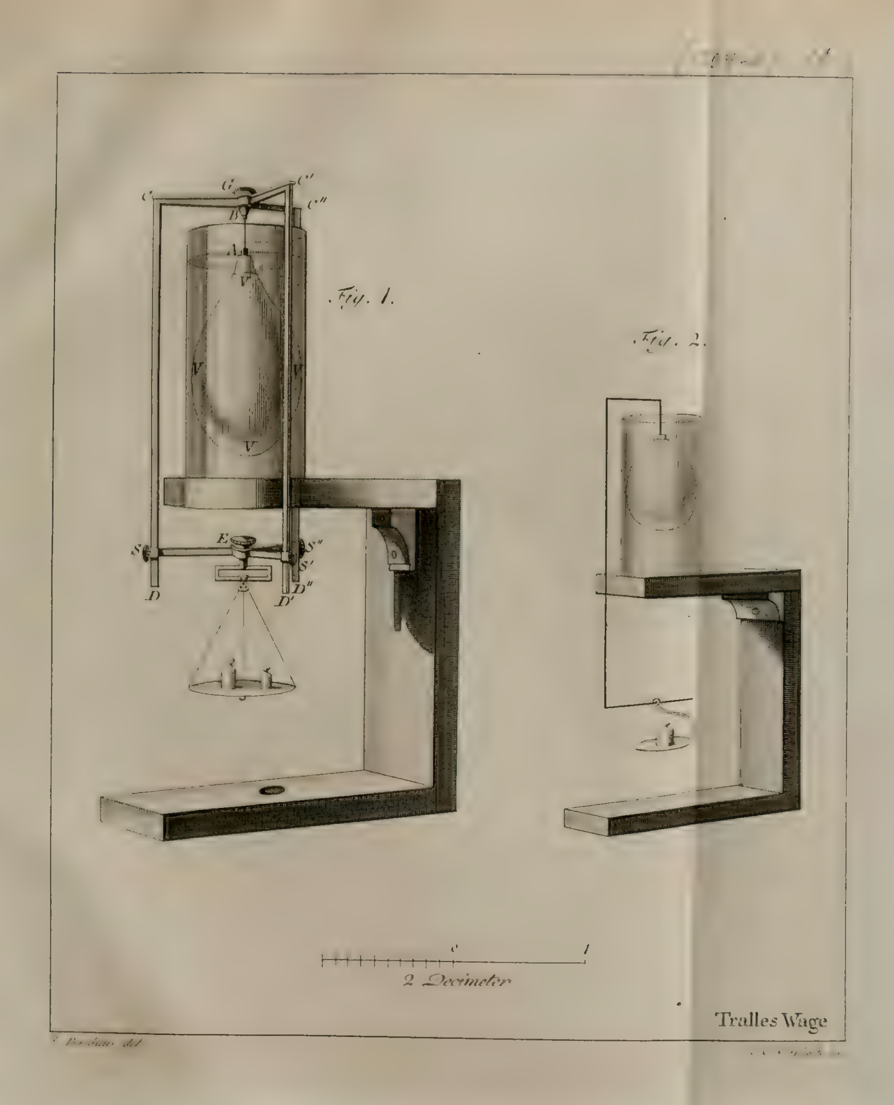


Zur Abhandlung über die geometrische Construction der Logarithmen.



Zusammensezung der Kräfte von Tralles.





Tralles Wage

